

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования "Пермский**  
**государственный национальный исследовательский**  
**университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

Авторы-составители: **Павелкин Владимир Николаевич**  
**Оглезнева Анна Николаевна**  
**Коневских Татьяна Михайловна**  
**Шеремет Галина Геннадьевна**

Рабочая программа дисциплины  
**АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**  
Код УМК 81135

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Алгебра и аналитическая геометрия

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление подготовки: **01.03.02** Прикладная математика и информатика  
направленность Инженерия программного обеспечения

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Алгебра и аналитическая геометрия** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.02** Прикладная математика и информатика (направленность : Инженерия программного обеспечения)

**ОПК.1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

**ОПК.1.2** Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

**ОПК.1.3** Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направление подготовки</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Инженерия программного обеспечения)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	1,2
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	8
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	288
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	112
<b>Проведение лекционных занятий</b>	42
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	70
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	176
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (2) Письменное контрольное мероприятие (9)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (1 триместр) Экзамен (2 триместр)

## **5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины**

### **Алгебра и аналитическая геометрия. Первый триместр**

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Алгебра":

- 1) Комплексные числа;
- 2) Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.
- 3) Линейные пространства.

и курса "Аналитическая геометрия":

- 1) Элементы векторной алгебры";
- 2) Линейные образы на плоскости и в пространстве;
- 3) Теория кривых второго порядка.

### **ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ**

Проверяются следующие остаточные знания из курса средней школы, необходимые для успешного освоения курса "Алгебра и аналитическая геометрия":

- 1) Понятие вектора и основные операции над векторами: сложение векторов, вычитание векторов, умножение вектора на действительное число, скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов.
- 2) Основные теоремы стереометрии: признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей, признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
- 3) Решение систем двух (трёх) линейных уравнений.
- 4) Решение квадратных уравнений. Теорема Виета.

### **Раздел 1. Комплексные числа**

Построение системы комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы. Геометрическая интерпретация операций. Сопряженные комплексные числа. Возведение в степень и извлечение корня. Квадратные уравнения с комплексными и действительными коэффициентами. Корни из единицы. Первообразные корни.

#### **Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме**

Вводится понятие комплексного числа, алгебраическая форма его записи, действительная и мнимая части комплексного числа. Рассматривается изображение комплексных чисел на комплексной плоскости, определяются модуль и аргумент комплексного числа. Определяются операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме.

**Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень. Извлечение корня.**  
Вводится тригонометрическая форма комплексного числа. Определяются операции умножения, деления, возведения в натуральную степень и извлечения корня из комплексных чисел в тригонометрической форме.

#### **Решение квадратных уравнений.**

Рассматривается извлечение квадратного корня из комплексного числа, заданного в алгебраической форме. Результаты используются для решения квадратных уравнений с действительными и комплексными коэффициентами. В обзорном порядке рассматривается вопрос о числе корней уравнения с комплексными коэффициентами.

### **Корни из единицы. Первообразные корни из единицы**

Рассматриваются корни из единицы и их свойства. Вводится понятие первообразного корня из единицы.

### **Практическая работа №1 "Операции над комплексными числами"**

В работу включаются индивидуальные задания следующих типов:

- 1) Найти значение выражения, используя операции с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме;
- 2) Описать геометрическое место комплексных чисел, удовлетворяющих неравенствам;
- 3) Решить квадратное уравнение с комплексными коэффициентами.

### **Раздел 2. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений**

В этом разделе рассматриваются понятия перестановки из  $n$  чисел, их четность, подстановки  $n$ -й степени, их четность. Определение определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по строке (столбцу). Формулировка теоремы Лапласа. Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой строки. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа  $AX=B$ . Матричное доказательство теоремы Крамера. Метод Гаусса (метод последовательного исключения неизвестных).

#### **Перестановки и подстановки. Определение определителя $n$ -го порядка. Свойства определителей**

Дается определение и рассматриваются свойства перестановок и подстановок на упорядоченном конечном множестве элементов. Число четных и нечетных подстановок. Определение определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителей.

#### **Методы вычисления определителей $n$ -го порядка. Определение матрицы. Алгебраические действия с матрицами. Обратная матрица**

Рассматриваются способы вычисления определителя  $n$ -го порядка. Формулировка теоремы Лапласа. Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой строки. Рассматривается теорема Крамера и ее применение для решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Операции над матрицами. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа  $AX=B$ . Матричное доказательство теоремы Крамера.

#### **Метод Гаусса решения системы линейных уравнений**

Устанавливается взаимно однозначное соответствие между системами  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными и множеством матриц, имеющих  $m$  строк и  $n$  столбцов. Вводятся элементарные преобразования матриц и с их помощью обосновывается метод Гаусса решения произвольных систем линейных уравнений.

### **Практическая работа № 2 "Вычисление определителей"**

В работу входят индивидуальные задания по вычислению определителей различных порядков с использованием свойств и методов вычисления.

### **Практическая работа № 3 "Операции над матрицами"**

В работу включены индивидуальные задания следующих типов:

- 1) Решить матричное уравнение;
- 2) Найти обратную матрицу для данной невырожденной матрицы;

- 3) Найти все матрицы, перестановочные с данной матрицей;
- 4) Решить систему уравнений тремя способами: матричным, методом Гаусса и методом Крамера

#### **Практическая работа № 4 "Решение систем уравнений методом Гаусса"**

В работу включены индивидуальные задания следующих типов:

- 1) Решить систему методом Гаусса (система совместна, приводится к треугольному виду и имеет единственное решение);
- 2) Решить систему методом Гаусса (система несовместна);
- 3) Решить систему методом Гаусса (система совместна, приводится к виду трапеции и имеет общее решение).

#### **Тест "Комплексные числа. Определители. Матрицы. Системы линейных уравнений"**

В учебном году 2022/23 не проводится

В тест включены следующие темы:

- 1) Комплексные числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме.
- 2) Операции над матрицами. Решение матричных уравнений.
- 3) Системы линейных уравнений: приведение матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду или виду трапеции; условия разрешимости системы линейных уравнений; запись системы уравнений по преобразованной матрице; нахождение общего решения системы уравнений.
- 4) Определители: перестановки и подстановки, определение свойства определителя; методы вычисления определителей любого порядка с использованием их свойств; решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса и матричным методом.

#### **КТ-2 "Комплексные числа. Метод Гаусса. Операции над матрицами. Определители"**

Контрольная точка (КТ-2) включает в себя баллы четырёх практических работ:

- 1) Практическая работа №1 "Комплексные числа";
  - 2) Практическая работа №2 "Вычисление определителей";
  - 3) Практическая работа №3 "Операции над матрицами";
  - 4) Практическая работа №4 "Решение систем уравнений методом Гаусса";
- и Теста "Комплексные числа. Определители. Матрицы. Системы линейных уравнений".

### **Раздел 3. Линейные пространства**

[В 2022/23 учебном году изучается во втором триместре]

В этом разделе изучаются линейные пространства, их подпространства и базисы. Вводятся координаты вектора. Рассматривается связь координат вектора в разных базисах и действия с векторами в координатах.

#### **Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов**

Дается определение линейного пространства, рассматриваются его простейшие свойства. В качестве примеров линейных пространств рассматриваются множества всех матриц одной размерности, арифметическое линейное пространство и множество многочленов степени не выше  $n$ . Дается определение линейно зависимых и независимых систем векторов. Рассматриваются основная теорема о линейной зависимости и ее следствия. Вводится понятие базиса линейного пространства и размерности линейного пространства.

### **Базис векторного пространства. Координаты вектора. Матрицы перехода. Связь координат вектора в разных базисах.**

Дается определение базиса линейного пространства. Рассматриваются его основные свойства. Вводятся координаты вектора в данном базисе и представление вектора через базис в виде линейной комбинации базисных векторов. Рассматриваются действия с векторами в координатах. Вводится понятие матрицы перехода и определяется связь координат вектора в разных базисах.

### **Изоморфизм линейных пространств**

Дается определение изоморфизма линейных пространств, приводятся примеры, рассматриваются инварианты изоморфизма, доказывается критерий, когда два линейных пространства изоморфны.

### **Практическая работа № 5.1 "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства"**

В работу входят задания следующих типов:

- 1) проверить будет ли данное множество а) линейным пространством, б) линейным подпространством данного пространства;
- 2) найти базис данного пространства или проверить, что данная система векторов является базисом;
- 3) найти базис и размерность данного линейного подпространства (например, линейной оболочки системы данных векторов).

### **Практическая работа № 5.2 "Матрицы перехода"**

В работу входят задания следующих типов:

- 1) найти матрицу перехода и связь координат вектора в разных базисах;
- 2) используя матрицу перехода, найти координаты векторов "старого" базиса в "новом" базисе и наоборот;

### **Коллоквиум "Линейные пространства. Матрицы перехода"**

Проводится в аудитории в письменной форме по вопросам из перечня теоретических вопросов по данной теме

## **Раздел 4. Элементы векторной алгебры**

Дается определение геометрического вектора и его характеристик. Вводятся операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Рассматриваются свойства этих операций, на основе этих свойств делается вывод, что множество геометрических векторов является линейным (векторным) пространством над полем действительных чисел. Вводятся понятия коллинеарных и компланарных векторов, рассматриваются их свойства, необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Доказывается, что эти множества являются линейными подпространствами во множестве всех геометрических векторов. Находятся базисы во всех этих пространствах. Рассматривается понятие проекции вектора, в том числе и ортогональной проекции вектора на ось. Даются определения прямоугольной декартовой (ПДСК) и аффинной систем координат (АСК) на плоскости и в пространстве. Вводятся операции скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. Выводятся формулы нахождения этих произведений в ПДСК и АСК и рассматриваются различные приложения этих произведений к решению метрических задач.

### **Определение вектора. Сложение, вычитание, умножение вектора на число. Проекция. Ортогональная проекция. Системы координат: АСК и ПДСК.**

Дается определение геометрического вектора и его характеристик. Вводятся операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Рассматриваются свойства этих операций, на основе чего делается вывод, что множество геометрических векторов является линейным (векторным)

пространством над полем действительных чисел. Вводятся понятия коллинеарных и компланарных векторов, рассматриваются их свойства, необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Доказывается, что эти множества являются линейными подпространствами во множестве всех геометрических векторов. Находятся базисы во всех этих пространствах. Рассматривается понятие проекции вектора, в том числе и ортогональной проекции вектора на ось. Даются определения прямоугольной декартовой (ПДСК) и аффинной систем координат (АСК) на плоскости и в пространстве.

### **Скалярное произведение векторов**

Вводится операция скалярного умножения векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства этого произведения. Выводятся формулы нахождения скалярного произведения в ПДСК и АСК и рассматриваются различные типы метрических задач с применением скалярного произведения.

### **Векторное и смешанное произведения векторов**

Вводятся операции векторного и смешанного произведений векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства этих операций. Выводятся формулы для вычисления произведений в произвольном и ортонормированном базисах. Приводятся примеры применения этих произведений при решении геометрических задач.

### **Практическая работа № 6 "Операции над векторами"**

В работу включены индивидуальные задания следующих типов:

- 1) применение скалярного, векторного и смешанного произведений в ортонормированном базисе к нахождению
  - а) длины ребра тетраэдра (призмы, параллелепипеда);
  - б) площади грани (треугольника, параллелограмма);
  - в) угла между рёбрами;
  - г) объёма тетраэдра (призмы, параллелепипеда);
  - д) высоты тетраэдра (призмы, параллелепипеда).
- 2) метрическая задача с применением скалярного, векторного и смешанного произведений в АСК.

### **Тест "Векторная алгебра"**

В тест включены задания с выбором одного правильного ответа на определение, свойства и применение скалярного, векторного и смешанного произведения к решению различных метрических задач в ортонормированном и аффинном базисах.

### **КТ-3 "Элементы векторной алгебры"**

В учебном году 2022/23 контрольная точка КЗ проводится аудиторно в виде контрольной работы по теме "Векторная алгебра"

В предыдущие учебные годы контрольная точка (КТ-3) включала в себя следующие работы:

- 1) Практическая работа № 5 "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрицы перехода";
- 2) Коллоквиум "Линейные пространства. Матрицы перехода";
- 3) Практическая работа № 6 "Операции над векторами";
- 4) Тест "Векторная алгебра"

## **Раздел 5. Линейные образы. Прямая на плоскости**

В данном разделе рассматриваются:

- 1) различные способы задания прямой на плоскости в ПДСК и АСК;
- 2) взаимное расположение прямых на плоскости: условия параллельности, перпендикулярности, совпадения прямых;
- 3) расстояние между параллельными прямыми, от точки до прямой;
- 4) нахождение точки пересечения прямых.

### **Прямая на плоскости в аффинной системе координат**

Выводятся уравнения прямой в аффинной системе координат на плоскости, если прямая задана

- а) точкой и направляющим вектором,
- б) двумя точками.

Рассматривается общее уравнение прямой. Исследуется взаимное расположение двух прямых, если

- а) обе прямые заданы общими уравнениями,
- б) одна прямая задана общим уравнением, а вторая - параметрическими (или каноническими),
- в) обе прямые заданы параметрическими (каноническими) уравнениями на плоскости

### **Прямая на плоскости в прямоугольной системе координат**

Выводятся уравнения прямых в прямоугольной системе координат на плоскости, если

- а) прямая задана точкой и перпендикулярным вектором,
- б) точкой и углом с осью ( $Ox$ ).

Рассматривается нормальное уравнение прямой. Выводятся формулы угла между прямыми и расстояния от точки до прямой. Рассматриваются уравнение пучка прямых и геометрический смысл знака трехчлена  $Ax + By + C$ .

### **Тест "Прямая на плоскости"**

Тестовые задания с выбором одного правильного ответа. Задания проверяют знания различных способов задания прямой на плоскости, взаимного расположения прямых на плоскости, угла между прямыми, нахождение расстояния между параллельными прямыми, определение расстояния от точки до прямой и координат точки пересечения прямых.

### **Коллоквиум по теме "Элементы векторной алгебры"**

Проводится в аудитории в письменной форме по вопросам из перечня теоретических вопросов по данной теме

### **Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат**

Рассматриваются

- 1) полярная система координат на плоскости;
- 2) цилиндрическая система координат в пространстве;
- 3) сферическая система координат в пространстве.

Выводится связь этих систем координат с прямоугольными координатами.

### **Раздел 6. Плоскость и прямая в пространстве**

В данном разделе рассматриваются следующие вопросы:

- 1) различные способы задания плоскости;
- 2) различные способы задания прямой в пространстве;
- 3) взаимное расположение плоскостей;
- 4) взаимное расположение прямых в пространстве;
- 5) взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- 6) расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой; между прямыми, между плоскостями;

7) угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью в пространстве.

### **Плоскость в аффинной и прямоугольной системе координат**

Выводятся в аффинной системе координат уравнения плоскости, если плоскость задана

- а) точкой и двумя неколлинеарными векторами, параллельными плоскости;
- б) тремя точками, не лежащими на одной прямой.

Рассматривается общее уравнение плоскости. Исследуется взаимное расположение двух плоскостей, если

- а) обе плоскости заданы общими уравнениями,
- б) одна плоскость задана общим уравнением, вторая - параметрическими,
- в) обе плоскости заданы параметрическими уравнениями.

В обзорном порядке рассматривается пучок плоскостей и геометрический смысл знака четырехчлена  $Ax + By + Cz + D$ .

### **Тест "Плоскость"**

Тестовые задания с выбором одного правильного ответа. Задания проверяют умения:

- 1) составлять уравнения плоскости по различным условиям;
- 2) исследовать взаимное расположение плоскостей;
- 3) находить угол между плоскостями;
- 4) определять расстояние от точки до плоскости;
- 5) находить расстояние между параллельными плоскостями.

### **Прямая линия в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве**

Выводятся уравнения прямой:

- 1) проходящей через данную точку параллельно данному вектору (канонические и параметрические);
- 2) проходящей через две данные точки;
- 3) заданной пересечением двух плоскостей.

Исследуется взаимное расположение двух прямых:

- 1) прямые совпадают;
- 2) прямые параллельны;
- 3) прямые пересекаются;
- 4) прямые скрещиваются.

Определяется угол между прямыми в пространстве, расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.

Исследуется взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Определяется угол между прямой и плоскостью в пространстве и нахождение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

### **Практическая работа № 7 "Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве"**

В работу включены задания, проверяющие умение студента

- 1) составлять уравнения прямой в пространстве по различным условиям;
- 2) составлять уравнения плоскости в пространстве по различным условиям;
- 3) исследовать взаимное расположение двух прямых в пространстве;
- 4) исследовать взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- 5) определять:
  - а) угол между прямыми в пространстве;
  - б) расстояние от точки до прямой в пространстве;

- в) расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.
- г) угол между прямой и плоскостью в пространстве;
- д) координаты точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

#### **КТ-4 "Прямая на плоскости. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве".**

Контрольная точка (КТ-4) включает в себя баллы следующих работ:

- 1) Тест "Прямая на плоскости";
- 2) Тест "Плоскость";
- 3) Практическая работа № 7 "Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве"

#### **Раздел 7. Линии и поверхности второго порядка: эллипс, гипербола и парабола.**

Дается определение линий второго порядка. Выводятся канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной и полярной системах координат. Рассматриваются основные свойства этих линий.

##### **Линии второго порядка: вывод канонических уравнений**

Дается определение линий второго порядка. Выводятся канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Дается определение эксцентриситета, фокусов, директрис, фокальных радиусов, асимптот гиперболы. Рассматриваются основные свойства линий второго порядка.

##### **Окружность, эллипс: определение, вывод канонических уравнений, исследование формы, свойства, уравнение касательных**

Выводятся канонические уравнения окружности и эллипса в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма этих линий. Для эллипса вводятся эксцентриситет и директрисы, рассматриваются их свойства. Обсуждается вопрос об изменении уравнений эллипса а) при перемещении осей координат, б) при параллельном переносе центра эллипса. Выводятся уравнения касательных к эллипсу и окружности.

##### **Гипербола, парабола: определение, вывод канонических уравнений, исследование формы, свойства, уравнение касательной**

Выводятся канонические уравнения гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма этих линий. Для гиперболы и параболы вводятся эксцентриситет и директрисы, рассматриваются их свойства. Рассматривается особая роль асимптот гиперболы. Обсуждается вопрос об изменении уравнений гиперболы а) при перемещении осей координат, б) при параллельном переносе центра гиперболы. Обсуждается вопрос об изменении уравнения параболы а) в зависимости от оси симметрии, б) при параллельном переносе вершины параболы. Выводятся уравнения касательных к гиперболе и параболе.

##### **Линии второго порядка: задание кривых в полярных координатах**

Выводятся уравнения эллипса, гиперболы и параболы и окружности в полярной системе координат. Рассматривается связь коэффициентов полученных уравнений с полуосями и фокусным расстоянием эллипса и гиперболы и с параметром параболы.

##### **Окружность, эллипс: уравнения в полярных координатах**

Выводятся уравнения эллипса и окружности в полярной системе координат. Рассматривается связь коэффициентов полученных уравнений с полуосями и фокусным расстоянием эллипса.

##### **Гипербола, парабола: уравнения в полярных координатах**

Выводятся уравнения гиперболы и параболы в полярной системе координат. Рассматривается связь коэффициентов полученных уравнений с полуосями и фокусным расстоянием гиперболы и с параметром параболы.

### **Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Классификация линий второго порядка.**

Рассматривается вопрос о преобразовании аффинных и прямоугольных координат на плоскости. Формулируется алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Дается классификация линий второго порядка.

### **Элементарная теория поверхностей второго порядка: цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения.**

Даются определения цилиндрических, конических поверхностей и поверхностей вращения. Поверхности второго порядка исследуются сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными.

### **Практическая работа "Линии и поверхности второго порядка"**

Работа включает в себя задания следующих типов:

#### **1) По теории кривых второго порядка:**

а) по каноническому уравнению кривой второго порядка определить: длины полуосей, уравнения асимптот (для гиперболы), координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис; найти уравнение касательной к кривой и построить чертёж;

б) упрощение уравнения линии второго порядка при помощи поворота системы прямоугольных координат и переноса начала координат и построить чертёж.

#### **2) По теории поверхностей второго порядка:**

а) привести уравнение поверхности к каноническому виду путём выделения полных квадратов;

б) определить название поверхности;

в) исследовать методом сечений поверхности второго порядка, заданной каноническим уравнением;

г) выписать формулы преобразования координат и определить координаты нового начала;

д) сделать чертёж.

### **ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ**

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы, включающей в себя задания на темы:

- 1) комплексные числа;
- 2) матрицы;
- 3) определители;
- 4) линейные пространства;
- 5) линейные образы.

### **Алгебра и аналитическая геометрия. Второй триместр**

В данном разделе рассматриваются следующие основные разделы курса "Аналитическая геометрия":

- 1) Кривые второго порядка;
- 2) Поверхности второго порядка.

и курса "Алгебра":

- 1) Ранг матрицы и системы линейных уравнений;
- 2) Линейные преобразования линейных пространств;
- 3) Евклидовы и унитарные пространства. Некоторые виды линейных преобразований евклидовых пространств;
- 4) Билинейные и квадратичные формы.

### **Раздел 1. Линии и поверхности второго порядка (продолжение)**

Рассматривается вопрос о преобразовании аффинных и прямоугольных координат на плоскости.

Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат.

Классификация линий второго порядка.

Даются определения цилиндрических, конических поверхностей и поверхностей вращения.

Исследуются методом сечений поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями.

**Линии второго порядка: вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы, параболы. Касательные к кривым**

**Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Классификация линий второго порядка.**

Рассматривается вопрос о преобразовании аффинных и прямоугольных координат на плоскости.

Формулируется алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Дается классификация линий второго порядка.

**Элементарная теория поверхностей второго порядка: цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения**

### **Практическая работа "Линии и поверхности второго порядка"**

Работа включает в себя задания следующих типов:

1) По теории кривых второго порядка:

а) по каноническому уравнению кривой второго порядка определить: длины полуосей, уравнения асимптот (для гиперболы), координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис; найти уравнение касательной к кривой и построить чертёж;

б) упрощение уравнения линии второго порядка при помощи поворота системы прямоугольных координат и переноса начала координат и построить чертёж.

2) По теории поверхностей второго порядка:

а) привести уравнение поверхности к каноническому виду путём выделения полных квадратов;

б) определить название поверхности;

в) исследовать методом сечений поверхности второго порядка, заданной каноническим уравнением;

г) выписать формулы преобразования координат и определить координаты нового начала;

д) сделать чертёж.

### **КТ-1 "Линии и поверхности 2-го порядка"**

Проверяется знание определений эллипса, гиперболы и параболы, их канонических уравнений в прямоугольной системе координат и в полярной системе координат, основных свойств эллипса, гиперболы и параболы, алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат путём переноса и поворота системы координат, знание канонических уравнений поверхностей второго порядка.

### **Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг системы векторов.**

Дается определение строчного и столбцового рангов матрицы. Рассматриваются свойства рангов матриц и различные примеры. Приводятся способы вычисления ранга матрицы с помощью 1) приведения матрицы к виду трапеции путём элементарных преобразований над матрицами; 2) окаймления минорами. Дается понятие ранга системы векторов. Рассматриваются свойства ранга системы векторов и их использование для нахождения базиса и размерности линейных пространств и подпространств.

### **Следствия из теоремы о базисном миноре**

Формулируется и доказывается теорема о ранге матрицы. Из доказанной теоремы выводится

- а) совпадение строчного и столбцового рангов матрицы,
- б) практическое правило вычисления ранга матрицы с помощью окаймляющих миноров.

## **Раздел 2. Линейные пространства**

**Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов**

**Базис векторного пространства. Координаты вектора. Матрицы перехода. Связь координат вектора в разных базисах.**

### **Изоморфизм линейных пространств**

**КТ-2 Практическая работа "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода"**

## **Раздел 3. Системы линейных уравнений**

В этом разделе рассматривается один из фундаментальных способов исследования и решения неоднородных и однородных систем линейных уравнений (СЛНУ и СЛОУ) с любым конечным числом неизвестных с помощью ранга матрицы. Для этого доказывается теорема Кронекера - Капелли, из нее выводятся правила решения указанных систем. Рассматриваются свойства решений системы линейных однородных уравнений и связь решений соответствующих СЛНУ и СЛОУ.

**Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг системы векторов. Следствие из теоремы о базисном миноре**

**Системы линейных уравнений: определение частного и общего решения. Теорема Кронекера - Капелли**

Вводится определение общего и частного решений системы уравнений. Дается классификация систем линейных уравнений: однородная и неоднородная, совместная и несовместная, определённая и неопределённая. Рассматриваются основные свойства систем линейных уравнений и их преобразования, приводящие к системам, эквивалентным данной. Формулируется и доказывается теорема Кронекера-Капелли.

**Обоснование практического способа решения СЛУ с помощью ранга матрицы. Общее решение СЛУ**

Из теорема Кронекера-Капелли выводится практический способ исследования системы линейных уравнений (СЛУ) на совместность и нахождение решения СЛУ с помощью ранга матрицы. Формулируется алгоритм нахождения общего решения СЛУ.

### **КОЛЛОКВИУМ по теме "Линии и поверхности второго порядка"**

Коллоквиум проводится в форме письменного мероприятия.

В работу включены теоретические вопросы по теории "Линии второго порядка":

- 1) Вывод канонического уравнения кривой второго порядка: эллипс, гипербола или парабола.
- 2) Определение кривой второго порядка: эллипс (полуоси, фокусы, директрисы, эксцентриситет), гипербола (полуоси, фокусы, директрисы, эксцентриситет, асимптоты), парабола (фокус, директриса, эксцентриситет, параметр параболы).
- 3) Вывод уравнения касательной к кривой второго порядка.
- 4) Полярное уравнение кривой второго порядка.
- 5) Построение чертежа кривой второго порядка.

В работу включены теоретические вопросы по теории "Поверхности второго порядка":

- 1) Полное исследование поверхности второго порядка методом сечений.
- 2) Построение чертежа поверхности второго порядка
- 3) Классификация поверхностей второго порядка.
- 4) Цилиндрические, конические поверхности. Поверхности вращения.

### **Системы линейных однородных уравнений и пространства их решений**

Рассматриваются свойства решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Доказывается, что множество всех решений СЛОУ является линейным подпространством арифметического  $n$ -мерного пространства. Находится базис и размерность этого подпространства.

### **Связь решений однородной и неоднородной СЛУ**

Рассматривается связь общего решения системы линейных неоднородных уравнений (СЛНУ) и общего решения соответствующей СЛОУ. Показывается, что

- 1) разность двух решений неоднородной системы - это решение приведённой однородной системы;
- 2) сумма решения однородной системы и решения приведённой однородной системы - это решение неоднородной системы;
- 3) общее решение неоднородной системы представляется в виде суммы частного решения неоднородной системы и линейной комбинации фундаментальных решений её приведённой однородной системы.

### **Практическая работа "Решение систем линейных однородных и неоднородных уравнений с использованием ранга матрицы"**

Практическая работа состоит из трёх заданий:

- 1) Найти фундаментальную систему решений (ФСР) однородной системы и выразить через неё общее решение этой системы;
- 2) Исследовать неоднородную систему на совместность, найти общее решение системы, выразив его через ФСР приведённой однородной системы и частное решение неоднородной системы;
- 3) Найти общее решение неоднородной системы, выразив основные неизвестные через свободные.

### **КТ-2 "Ранг матрицы и системы линейных уравнений"**

Проверяется знание понятий ранга матрицы, однородных (СЛОУ) и неоднородных (СЛНУ) систем линейных уравнений, общего и частного решений СЛУ, ранга матрицы, базисного минора, фундаментальной системы решений (ФСР) однородной системы уравнений; применение теоремы

Кронекера - Капелли для исследования вопроса о совместности СЛУ; нахождение общего и частного решений СЛУ; знание связи решений СЛНУ и соответствующей СЛОУ.

#### **Раздел 4. Линейные преобразования линейных пространств**

Дается определение линейного оператора, действующего из одного линейного пространства в другое. Выводятся его свойства и приводятся примеры. Дается матричная запись линейного оператора в данной паре базисов и устанавливается взаимное соответствие между матрицами и операторами. Определяются собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, рассматриваются их свойства и способы нахождения. Рассматриваются свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Вводится понятие спектра и простого спектра. Доказывается теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

##### **Определение линейного отображения и линейного преобразования линейных пространств.**

##### **Координаты образа вектора при линейном преобразовании**

Дается определение линейного отображения, действующего из одного линейного пространства в другое и линейного преобразования, действующего в линейном пространстве. Выводятся свойства линейного преобразования и приводятся примеры. Рассматривается матрица линейного преобразования в данном базисе и устанавливается взаимное соответствие между матрицами и линейными преобразованиями. Дается матричная запись линейного преобразования.

##### **Связь матриц линейного преобразования в разных базисах конечномерного линейного пространства. Операции над линейными преобразованиями**

Выводится связь между матрицами данного линейного преобразования в двух парах базисов. Вводятся действия с линейными преобразованиями: сложение, умножение на элемент основного поля, умножение линейных преобразований. Доказываются их свойства.

##### **Ядро и область значений линейного преобразования. Невырожденные линейного преобразования.**

Дается определение области значений линейного преобразования. Показывается, что область значений линейного преобразования является линейным подпространством линейного пространства. Определяется размерность области значений линейного преобразования. Дается определение ядра линейного преобразования. Показывается, что ядро линейного преобразования является линейным подпространством линейного пространства. Определяется размерность ядра линейного преобразования. Дается определение невырожденного линейного преобразования и формулируются условия невырожденности линейного преобразования.

##### **Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Линейные преобразования с простым спектром**

Определяются собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, рассматриваются их свойства и способы нахождения. Рассматриваются свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Вводится понятие спектра и простого спектра. Доказывается теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

##### **Практическая работа "Матрица линейного преобразования. Связь координат вектора и его образа"**

В работу включены задания следующих трёх типов:

- 1) В линейном пространстве определено отображение. Необходимо доказать, что отображение является линейным и найти матрицу этого отображения в некотором базисе;
- 2) по данной матрице линейного преобразования в одном базисе линейного пространства определить

матрицу этого преобразования в другом базисе этого пространства, если известна связь между этими базисами.

3) по данной матрице линейного преобразования в базисе определить образы базисных векторов и векторов, являющихся линейными комбинациями базисных векторов линейного пространства.

### **Практическая работа "Ядро, область значений линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования"**

В данную работу включены задания следующих типов:

- 1) Дано линейное преобразование линейного пространства. Описать ядро и область значений этого линейного преобразования. Определить базис и размерность ядра и области значений этого линейного преобразования.
- 2) Дана матрица линейного преобразования линейного пространства. Определить собственные значения и собственные векторы этого линейного преобразования.

### **КТ-4 "Линейные преобразования линейных пространств".**

В работу включены задания следующих типов:

- 1) Проверить, что данное отображение является линейным оператором.
- 2) Найти матрицу линейного оператора, если даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор.
- 3) Оператор задан матрицей в одной паре базисов, найти его матрицу в другой паре базисов.
- 4) Найти координаты образа вектора, если даны координаты самого вектора или наоборот.
- 5) Найти ядро и область значений линейного оператора, заданного либо матрицей, либо правилом.
- 6) Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.

## **Раздел 5. Евклидовы и унитарные пространства**

В этом разделе определяется скалярное произведение векторов в линейных пространствах над полями действительных и комплексных чисел. В первом случае линейное пространство называется евклидовым, во втором - унитарным. Изучаются евклидовы векторные пространства. Рассматриваются примеры, свойства и способы задания скалярного произведения, вводятся понятия длины вектора, угла между векторами, ортогональности векторов, ортогонального дополнения вектора. Рассматривается ортонормированный базис и его свойства. Изучаются частные виды линейных преобразований евклидова пространства: преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию, самосопряженные линейные преобразования, ортогональные преобразования. Рассматривается построение ортонормированного базиса, ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство.

### **Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Определение евклидовых и унитарных пространств. Матрица Грама. Введение метрики**

Дается определение скалярного произведения в линейном пространстве над полем действительных (комплексных) чисел, выводятся его свойства, приводятся примеры. Дается определение евклидова (унитарного) пространства. Приводятся способы задания скалярного произведения. Вводится матрица Грама, рассматриваются ее свойства.

### **Ортогональность векторов в евклидовом пространстве. Длина и угол между векторами. Ортонормированные базисы**

Дается определение длины вектора, угла между векторами и ортогональных векторов. Выводятся свойства ортогональных векторов. Рассматривается понятие ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство. Вводится понятие ортонормированных

базисов. Доказывается теорема: любой базис может быть ортонормирован. Выводится формула скалярного произведения в ортонормированном базисе.

### **Ортогональные линейные преобразования евклидовых пространств**

Вводится определение ортогонального преобразования евклидова пространства, доказываются их свойства и способы задания. Определяется матрица ортогонального преобразования. Устанавливается связь между ортогональными преобразованиями и ортогональными матрицами, если зафиксирован ортонормированный базис.

### **Сопряжённые и самосопряженные линейные преобразования евклидовых пространств**

Вводится определение преобразования сопряженного данному линейному преобразованию, рассматриваются свойства такого преобразования и его матрица. Как частный случай рассматриваются самосопряженные преобразования и их матрицы.

### **Практическая работа "Процесс ортогонализации. Ортогональный и ортонормированный базис подпространства".**

В работу включены задания следующих типов:

- 1) Определить будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве.
- 2) Найти матрицу Грама данного скалярного произведения для данного базиса.
- 3) Найти скалярное произведение данных векторов, если оно задано
  - а) матрицей Грама,
  - б) формулой.
- 4) найти длину вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение.
- 5) На основе данной линейно независимой системы векторов получить ортогональный (ортонормированный) базис.

### **Практическая работа "Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора"**

В работу входят задания следующих типов:

- 1) Найти ортогональную проекцию данного вектору на подпространство.
- 2) Найти ортогональную составляющую данного вектору на подпространство.

### **КТ-5 "Преобразования евклидовых пространств"**

В работу включены задания типа:

- 1) Найти преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию евклидова пространства, если данное преобразование задано матрицей или правилом. Составить его матрицу.
- 2) Проверить, будет ли данное преобразование евклидова пространства самосопряженным. Если будет, то найти его матрицу.
- 3) Будет ли данное преобразование евклидова пространства ортогональным. Если будет, то найти его матрицу.
- 4) Проверить, будет ли данная матрица ортогональной.

### **Раздел 6. Билинейные и квадратичные формы**

В этом разделе дается определение билинейной формы. Квадратичная форма определяется как частный случай симметрической билинейной формы. Рассматриваются свойства и способы задания квадратичной формы. Доказывается теорема о приведении любой квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Для квадратичных форм над полем действительных чисел рассматривается закон инерции.

### **1. Билинейные формы**

Дается определение билинейной формы. Вводится матрица билинейной формы и приводится матричная запись формы. Рассматриваются симметрические билинейные формы и их канонический и нормальный виды.

### **2. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Закон инерции действительных квадратичных форм**

Дается определение квадратичной формы и ее матрицы. Приводится матричная запись квадратичной формы. Выводится формула, связывающая матрицы квадратичной формы в разных базисах (преобразование матрицы квадратичной формы при не врожденном преобразовании переменных). Доказываются теоремы 1) о приведении квадратичной формы к каноническому и нормальному видам, 2) закон инерции действительных квадратичных форм.

### **3. Положительно определённые и распадающиеся квадратичные формы**

Дается определение положительно определенной квадратичной формы. Доказываются два необходимых и достаточных условия положительной определенности квадратичной формы. Дается определение распадающейся квадратичной формы. Доказывается необходимое и достаточное условия существования действительной и комплексной квадратичных форм.

### **ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ**

Итоговое контрольное мероприятие проводится в письменной форме и включает вопросы следующих тем:

- 1) Ранг матрицы и системы линейных уравнений.
- 2) Линейные преобразования линейных пространств.
- 3) Евклидовы и унитарные пространства и их преобразования.
- 4) Билинейные и квадратичные формы.

Каждый билет содержит три теоретических вопроса и два практических:

- 1) Теоретический вопрос из темы "Ранг матрицы и системы линейных уравнений" - 10 баллов;
- 2) Теоретический вопрос из темы "Линейные преобразования линейных пространств" - 10 баллов;
- 3) Теоретический вопрос из темы "Евклидовы и унитарные пространства и их преобразования" - 10 баллов;
- 4) Практическое задание по теме "Билинейные и квадратичные формы" - 5 баллов;
- 5) Практическое задание по одной из тем 1-3 - 5 баллов.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Половицкий Я. Д. Алгебра. учебное пособие для студентов механико-математического и физического факультетов : в 3 ч. Ч. 1, 2/Я. Д. Половицкий ; Федеральное агентство по образованию, Пермский государственный университет.-2-е изд., стер..-Пермь, 2010, ISBN 978-5-7944-1455-4.-2062.-Библиогр.: с. 202
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/436467>

### Дополнительная:

1. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по математическим специальностям/Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский.-Санкт Петербург:Лань, 2007, ISBN 978-5-8114-0427-8.-288.
2. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие/И. В. Проскуряков.-Москва:Лаборатория Базовых Знаний, 1999, ISBN 5-93208-009-4.-384.
3. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов/О. Н. Цубербиллер.-Санкт-Петербург:Лань, 2005, ISBN 5-8114-0475-1.-336.
4. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие/под. ред. Ю. М. Смирнова.-Изд. 2-е, перераб. и доп..-М.:Логос, 2005, ISBN 5-94010-375-8.-376.-Библиогр.: с. 371-372
5. Алгебра и аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ф. Ахвердиев, М. Г. Ахмадеев, Н. А. Газизуллин [и др.]. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2009. — 89 с. — ISBN 978-5-7882-0707-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/63676>
6. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи : учебное пособие / А. А. Гусак. — Минск : ТетраСистемс, 2011. — 265 с. — ISBN 978-985-536-229-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/28035>
7. Аналитическая геометрия : практикум. Учебное пособие / Е. Б. Малышева, А. Ю. Лемин, Л. Ю. Фриштер, Р. З. Хайруллин. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 99 с. — ISBN 978-5-7264-0826-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/26850>

## 9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/v-n-pavelkin-t-m-konevskikh-analiticheskaya-geometriya-sbornik-zadach> Аналитическая геометрия. Сборник задач

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/t-m-konevskikh-a-n-oglezneva-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-algebra> Алгебра и аналитическая геометрия. Алгебра

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/v-n-pavelkin-t-m-konevskikh-analiticheskaya-geometriya-sbornik-zadach> Аналитическая геометрия. Сборник задач.

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/t-m-konevskikh-a-n-oglezneva-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-algebra> Алгебра и аналитическая геометрия. Алгебра

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Алгебра и аналитическая геометрия** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Алгебра и аналитическая геометрия**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b></p> <p>основные понятия алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><b>УМЕТЬ:</b></p> <p>решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b></p> <p>навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия теории алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Не умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Не владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Имеет не полные представления об основных понятиях теории алгебры и аналитической геометрии, определениях и свойствах математических объектов в этих областях, формулировках ключевых утверждений, методах их доказательства, возможных сфер их приложений. Слабо умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Частично владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях алгебры и аналитической геометрии, определениях и свойствах математических объектов в этих областях, формулировках ключевых утверждений, методах их доказательства, возможных сфер их приложений. Хорошо умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии.</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p><b>Хорошо</b> Достаточно хорошо владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>Отлично</b> Отлично знает основные понятия теории алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Свободно решает задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Свободно владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>УМЕТЬ:</b> решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Не умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Не владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Имеет не полные представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Слабо умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Частично владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Хорошо умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Достаточно хорошо владеет навыками решения задач алгебры, аналитической геометрии.</p> <p><b>Отлично</b></p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p><b>Отлично</b></p> <p>Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Свободно умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Свободно владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p><b>ОПК.1.3</b></p> <p>Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b></p> <p>основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>УМЕТЬ:</b></p> <p>применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b></p> <p>навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Не умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Не владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Имеет не полные представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Слабо умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, слабо умеет применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Частично владеет навыками решения задач математического анализа.</p> <p><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии, хорошо умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Достаточна</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>хорошо владеет навыками вычисления, решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Свободно применяет математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, умеет применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Свободно владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : институт

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 46 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 46 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ Входное тестирование	Сложение векторов. Умножение вектора на действительное число. Скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-2 "Комплексные числа. Метод Гаусса. Операции над матрицами. Определители"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Действия с комплексными числами. Операции над матрицами. Элементарные преобразования матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Приведение матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду или виду трапеции. Условия разрешимости системы линейных уравнений. Запись системы уравнений по преобразованной матрице. Нахождение общего решения системы уравнений. Определение и свойства определителя. Вычисление определителей любого порядка с использованием их свойств. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса и матричным методом.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-3 "Элементы векторной алгебры"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис. Координаты вектора в базисе. Матрица перехода. Связь координат вектора в разных базисах. Действия с векторами в координатах. Линейное пространство геометрических векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Базисы во множестве всех геометрических векторов, во множествах коллинеарных и компланарных векторов. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение геометрических векторов. Применение скалярного произведения к решению задач. Векторное произведение векторов, его свойства, способы вычисления и применение к решению задач. Смешанное произведение векторов, его свойства, способы вычисления, применение к решению задач.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Тест "Прямая на плоскости"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Различные способы задания прямой на плоскости: общее, каноническое, параметрические, с угловым коэффициентом, через две различные точки, в отрезках. Взаимное расположение прямых: условие параллельности, перпендикулярности, совпадения, пересечения. Нахождение точки пересечения прямых, расстояния от точки до прямой</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-4 "Прямая на плоскости. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве".</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Различные виды уравнений прямой в пространстве, уравнений плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук <b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук <b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	<b>ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ</b> <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Комплексные числа. Определители. Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Линейная зависимость и независимость векторов, базис геометрических векторов на плоскости и в пространстве, координаты вектора. Матрица перехода, связь координат вектора в разных базисах. Действия с геометрическими векторами. Скалярное произведение геометрических векторов. Аффинные и прямоугольные координаты точек. Аффинные и метрические задачи. Различные уравнения прямой на плоскости. Аффинные и метрические задачи на прямые на плоскости. Различные уравнения прямой и плоскости в пространстве. Аффинные и метрические задачи на прямую и плоскость в пространстве.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
знает основные утверждения и теоремы планиметрии и стереометрии школьного курса геометрии.	40
знает основные утверждения и теоремы школьного курса алгебры. Умеет производить алгебраические преобразования и решать уравнения	30
знает основные геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Умеет построить чертёж и определить необходимые параметры фигуры: площади, высоты, радиусы вписанной и описанной окружности, свойства средней линии.	30

#### КТ-2 "Комплексные числа. Метод Гаусса. Операции над матрицами. Определители"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Решение всех задач раздела правильное, полное, обоснован каждый шаг решения.	20
Умеет представлять комплексное число в тригонометрической форме и выполнять любые операции над комплексными числами в тригонометрической и алгебраической формах, умеет производить операции над матрицами любой размерности, умеет решать системы линейных уравнений любого числа уравнений и любого числа неизвестных. При решении задач допускаются арифметические ошибки, решение недостаточно обосновано и является неполным.	15
Умеет представлять комплексное число в тригонометрической форме и выполнять операции умножения, деления и возведения в целую степень над комплексными числами в тригонометрической форме, применяет различные методы вычисления определителей до 3го порядка, умеет производить операции над квадратными и прямоугольными матрицами, умеет решать системы линейных уравнений любого числа уравнений и любого числа неизвестных и записывать общее решение.	9
Умеет выполнять операции над комплексными числами только в алгебраической форме, может вычислить определитель только 2го и 3го порядков, умеет производить операции над квадратными матрицами, может решить систему двух (трёх) уравнений с двумя (тремя) неизвестными, имеющую только единственное решение одним из трёх способов: матричным методом, методом Гаусса или методом Крамера.	5
Решение полностью неверно	0

### КТ-3 "Элементы векторной алгебры"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их алгебраические и геометрические свойства и умеет применять эти произведения к решению различных метрических задач. Даётся полное обоснование решения, получен правильный ответ.	15
Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их алгебраические и геометрические свойства и умеет применять их к решению различных метрических задач. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, некоторые шаги решения задач недостаточно обоснованы.	11
Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, умеет применять эти произведения к решению задач только в прямоугольно декартовой системе координат. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, при решении задач нет полного обоснования действий.	7
Решение полностью неверно	0

### Тест "Прямая на плоскости"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Тест содержит 20 заданий. Каждое задание оценивается в 0,5 балла. Тестовые задания проверяют: умение составлять уравнение прямой на плоскости по различным условиям задания; видеть связь между различными формулами задания прямых и переходить от одного способа задания прямой к другому; проводить исследование взаимного расположения двух прямых. При правильном выполнении всех 20 заданий теста студент получает 10 баллов	10
Тест содержит 20 заданий. Каждое задание оценивается в 0,5 балла. Тестовые задания проверяют: умение составлять уравнение прямой на плоскости по различным условиям задания; видеть связь между различными формулами задания прямых и переходить от одного способа задания прямой к другому; проводить исследование взаимного расположения двух прямых. При правильном выполнении 10 заданий теста студент получает 5 баллов	5
Тест содержит 20 заданий. Каждое задание оценивается в 0,5 балла. Тестовые задания проверяют: умение составлять уравнение прямой на плоскости по различным условиям задания; видеть связь между различными формулами задания прямых и переходить от одного способа задания прямой к другому; проводить исследование взаимного расположения двух прямых. При неправильном выполнении всех заданий теста студент получает 0 баллов	0

#### **КТ-4 "Прямая на плоскости. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве".**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Может найти уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости по различным условиям задания; видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей. Обосновывает каждый шаг решения задачи и получает абсолютно правильный ответ.	15
Может найти уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости по различным условиям задания; не всегда видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и не может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых (двух плоскостей) в случае, когда	7

они задаются одинаковыми условиями.Обосновывает не каждый шаг решения задачи, ход решения верный, могут быть допущены арифметические ошибки.	
Решение абсолютно неверно	0

## ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены все задания теста.	40
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены 8 практических задач теста и 1 задание теоретическое.	17
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Не решено ни одной задачи.	0

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 47 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 47 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
----------------------------	----------------------------------	---

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-1 "Линии и поверхности 2-го порядка"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Касательная к эллипсу, гиперболе, параболе. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Построение прямолинейных образующих. Линейчатые и цилиндрические поверхности, исследование поверхностей сечениями координатными плоскостями и плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Поверхности вращения.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-2 Практическая работа "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Матрица перехода. Связь координат вектора в разных базисах.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-2 "Ранг матрицы и системы линейных уравнений"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Схема решения СЛУ на основе теоремы Кронекера - Капелли. Основные и свободные неизвестные. Свойства решений однородной СЛУ и неоднородной СЛУ. Фундаментальная система решений. Общее решение однородной и неоднородной СЛУ.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-4 "Линейные преобразования линейных пространств".</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Определение и свойства линейного оператора (преобразования). Способы задания линейного оператора (преобразования). Матрица линейного оператора (преобразования). Связь матриц линейного оператора (преобразования) в двух парах базисов (в базисе). Связь координат вектора и его образа. Алгебраические действия с линейными операторами (преобразованиями). Ядро и область значений линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-5 "Преобразования евклидовых пространств"</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Матрица Грама и ее свойства. Способы задания скалярного произведения. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Ортогональное дополнение вектора и евклидова подпространства. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора. Линейное преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию., его свойства. Самосопряженные линейные преобразования и их свойства. Ортогональные преобразования и их свойства.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Кривые второго порядка, поверхности второго порядка, линейные пространства, ранг матрицы и системы линейных уравнений; линейные преобразования линейных пространств; евклидовы пространства, билинейные и квадратичные формы.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### КТ-1 "Линии и поверхности 2-го порядка"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат и умеет его применять. Умеет находить уравнение касательной к кривой. Знает классификацию поверхностей и может по уравнению определить тип этой поверхности. Может исследовать поверхность сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Умеет находить прямолинейные образующие Построить чертёж поверхности и кривой второго порядка.	20
Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат, но не умеет его применять. Знает классификацию поверхностей и может по уравнению определить тип этой поверхности. Не может исследовать поверхность сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Может построить чертёж поверхности и кривой второго порядка в случае отсутствия поворотов и сдвигов.	10
Не знает определений эллипса, гиперболы, параболы и окружности, не знает канонических уравнений этих кривых. Не знает классификацию поверхностей и не может по уравнению определить тип этой поверхности. Не может построить чертёж поверхности и кривой второго порядка.	0

### **КТ-2 Практическая работа "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Знает все определения, теоремы, примеры линейных пространств. Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством и какова его размерность, умеет находить базис этого пространства. Даётся полное обоснование решения, получен правильный ответ.	10
Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством, но размерность и базис пространства определить не может. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, при решении задач нет полного обоснования действий.	5
Решение абсолютно неверно.	0

### **КТ-2 "Ранг матрицы и системы линейных уравнений"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Знает классификацию СЛУ: однородные и неоднородные, совместные и несовместные,	

определение ФСР. Умеет применять критерий Кронекера-Капелли для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Может находить ФСР однородной СЛУ и записывать общее решение этой системы. Знает связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Умеет находить общее решение неоднородной СЛУ через общее решение соответствующей однородной системы и частное решение неоднородной системы.	10
Знает классификацию СЛУ: однородные и неоднородные, совместные и несовместные. Умеет применять критерий Кронекера-Капелли для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Допускает ошибки при нахождении ранга системы (рассматривает не все окаймляющие миноры матриц), построении ФСР однородной СЛУ и записи общего решения этой системы. Знает связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Умеет находить общее решение неоднородной СЛУ, выражая основные неизвестные через свободные.	5
Не знает определение ФСР, критерий Кронекера-Капелли и не умеет его применять для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Не может находить ФСР однородной СЛУ и записывать общее решение этой системы. Не умеет находить общее решение неоднородной СЛУ через общее решение соответствующей однородной системы и частное решение неоднородной системы.	0

#### **КТ-4 "Линейные преобразования линейных пространств".**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умеет проверять линейность оператора (преобразования), правильно составляет матрицу линейного оператора (преобразования), умеет определять связь координат вектора и его образа, связь матриц линейного преобразования в двух базисах. Правильно определяет собственные векторы, собственные значения, ядро и область значений линейного преобразования. Умеет определять размерности ядра и области значений линейного преобразования.	10
Умеет проверять линейность оператора (преобразования), правильно составляет матрицу линейного преобразования в стандартном базисе, умеет определять связь координат вектора и его образа. Умеет определять собственные значения, но при определении собственных векторов допускает ошибки.	5
Решение полностью неверно.	0

#### **КТ-5 "Преобразования евклидовых пространств"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Правильно построен ортогональный базис для системы векторов в евклидовом пространстве, найдены ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на данное линейное подпространство (на данный вектор), определена длина вектора и угол между векторами, правильно построен ортонормированный базис в евклидовом пространстве, правильно применяются определение и свойства матрицы Грама, определяется связь матриц Грама в разных базисах, правильно проведена проверка того, что данная функция задаёт скалярное произведение векторов в линейном пространстве	10
При построении ортогонального базиса для системы векторов в евклидовом пространстве, определении длины вектора и угла между векторами допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, нет полного обоснования действий. Не знает определение и свойства матрицы Грама, неправильно проводится проверка аксиом скалярного произведения векторов в линейном пространстве	5
Решение абсолютно неверно.	0

## ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены все задания теста.	40
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены 8 практических задач теста и 1 задание теоретическое.	17
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Не решено ни одной задачи.	0