

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор физтех-школы**  
**прикладной математики и**  
**информатики**  
**А.М. Райгородский**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**по дисциплине:** Математическая логика и дискретная математика

**по направлению:** Прикладная математика и информатика

**профиль подготовки:** Искусственный интеллект и большие данные  
Сетевое обучение  
кафедра дискретной математики

**курс:** 1

**квалификация:** бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Зачет

2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 132 час.

Подготовка к экзамену: 0 час.

Всего часов: 252, всего зач. ед.: 7

Программу составил: А.А. Глибичук, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 30.08.2022

## Аннотация

Цель дисциплины - дать студентам базовые вещи из теории чисел, теории множеств, теории булевых функций, научить началам математической логики и теории алгоритмов, а также обучить основам теории графов.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

освоение основных современных методов экстремальной комбинаторики (ЭК): вероятностного метода, линейно-алгебраического метода, топологического метода.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области ЭК;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области ЭК;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области ЭК.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук
	ОПК-1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты
	ОПК-1.3 Использует практический опыт решения стандартных математических задач

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

#### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики - ЭК;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики (ЭК);
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла ЭК;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач дискретной математики (ЭК).

#### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ЭК;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач ЭК, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области ЭК в устной и письменной

форме.

**владеть:**

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ЭК ( в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ЭК;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий**

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Задачи о разбиениях чисел на слагаемые. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения. Рекуррентные формулы.	6	6		16
2	Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами.	8	8		16
3	Применение формулы обращения Мёбиуса для подсчета числа циклических последовательностей.	8	8		16
4	Простые числа.	8	8		16
5	Свойства упорядоченных множеств.	6	6		16
6	Сравнение мощностей и понятие равномощности.	8	8		16
7	Суммы, распространенные на делители числа.	8	8		18
8	Формула включения и исключения.	8	8		18
Итого часов		60	60		132
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		252 час., 7 зач.ед.			

**4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)**

Семестр: 1 (Осенний)

1. Задачи о разбиениях чисел на слагаемые. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения. Рекуррентные формулы.  
Количество всех упорядоченных разбиений на произвольные слагаемые. Диаграммы Юнга. Теоремы Эйлера о равенстве количеств неупорядоченных разбиений.
2. Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами.

Упорядоченные пары и кортежи, декартово произведение.

3. Применение формулы обращения Мёбиуса для подсчета числа циклических последовательностей.

Циклические последовательности с фиксированным количеством символов каждого типа.

4. Простые числа.

Бесконечность множества простых. Основная теорема арифметики с доказательством.

Семестр: 2 (Весенний)

5. Свойства упорядоченных множеств.

Операции над упорядоченными множествами. Изоморфизмы упорядоченных множеств.

6. Сравнение мощностей и понятие равномощности.

Теорема Кантора-Бернштейна. Счётные и несчётные множества. Теорема Кантора.

7. Суммы, распространенные на делители числа.

Функция Мёбиуса.

8. Формула включения и исключения.

Знакопеременные тождества.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Основы комбинаторики и теории чисел [Текст] : сборник задач : учеб. пособие для вузов / А.

А. Глибичук [и др.] .— Долгопрудный : Изд. Дом "Интеллект", 2015 .— 104 с.

2. Комбинаторика и теория вероятностей [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. М. Райгородский .— Долгопрудный : Интеллект, 2013 .— 104 с. - Библиогр.: с. 99. - 3000 экз. - ISBN 978-5-91559-147-8 .— Полный текст (Режим доступа : доступ из сети МФТИ).

Дополнительная литература

1. Комбинаторика и информатика [Текст]. Ч. 1. Комбинаторный анализ : учеб. пособие / В. К. Леонтьев; Моск. физ.- техн. ин-т (гос. ун-т) .— М : МФТИ , 2015 .— 174 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 173. - 250 экз. - ISBN 978-5-7417-0545-2. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://dm.fizteh.ru>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Не предусмотрено.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Искусственный интеллект и большие данные  
 Сетевое обучение  
 кафедра дискретной математики  
**курс:** 1  
**квалификация:** бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Зачет  
 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** А.А. Глибичук, канд. физ.-мат. наук, доцент

### 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук
	ОПК-1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты
	ОПК-1.3 Использует практический опыт решения стандартных математических задач

### 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математическая логика и дискретная математика» обучающийся должен:

**знать:**

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики - ЭК;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики (ЭК);
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла ЭК;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач дискретной математики (ЭК).

**уметь:**

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ЭК;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач ЭК, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области ЭК в устной и письменной форме.

**владеть:**

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ЭК ( в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ЭК;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Примеры контрольных работ приведены отдельно, в конце программы

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Вопросы к зачету:

- Приведите пример соответствия, которое обладает следующими свойствами: а) сюръективное, не инъективное, не отображение; б) не сюръективное, инъективное, не отображение; в) не сюръективное, не инъективное, отображение.
- Сформулируйте определяющие свойства соответствий, обратных к инъективным и к сюръективным. Соответствие является одновременно инъективным и сюръективным. Обязательно ли оно является биекцией?
- Докажите, что композиция отображений, инъективных соответствий, сюръективных соответствий и биекций является отображением, инъективным соответствием, сюръективным соответствием, биекцией соответственно.
- Покажите, что в любом бесконечном множестве найдётся счётное подмножество.
- Докажите, что любое подмножество счётного множества не более чем счётно.

Темы для курсовой:

- Докажите, что объединение двух счётных множеств счётно.

Билет 1:

1. Сформулируйте определяющие свойства соответствий, обратных к инъективным и к сюръективным.
2. Соответствие является одновременно инъективным и сюръективным. Обязательно ли оно является биекцией?

Билет 2:

1. Докажите, что композиция отображений, инъективных соответствий, сюръективных соответствий и биекций является отображением, инъективным соответствием, сюръективным соответствием, биекцией соответственно.
2. Покажите, что в любом бесконечном множестве найдётся счётное подмножество.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование

принятых решений

- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

##### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.