МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Фонды оценочных средств по дисциплине
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Индикаторы (детализация) компетенции

ОПК.3 Способен на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

Индикаторы:

ОПК.3.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

ОПК.3.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

ОПК.3.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

2. Планируемые результаты обучения

Коды индикаторов компетенций	**Планируемый результат**
ОПК.3.1	ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения теории вероятностей и математической статистики; УМЕТЬ: производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики; навыками теоретического анализа вероятностно-статистических моделей; навыками статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.
ОПК.3.2	(способность демонстрировать знание теоретических и методологических основ своей предметной области) знает: -основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики; -классические методы математической статистики, используемые при планировании, проведении и обработке результатов экспериментов в педагогике; умеет: - решать типовые для педагогики статистические задачи; - планировать процесс математической обработки экспериментальных данных; - проводить практические расчеты по имеющимся экспериментальным данным с использованием статистических таблиц и компьютерной поддержки (включая пакеты прикладных программ); - анализировать полученные результаты,

	формировать выводы и заключения; владеет: -основными технологиями статистической обработки экспериментальных данных на основе теоретических положений классической теории вероятности; - навыками использования современных методов статистической обработки информации
ОПК.3.3	(владеть математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способность использовать построение математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий) Знать: - основные статистические методы, используемые в интерпретации статистических данных; Уметь: - выбирать статистические методы в соответствии с набором начальных данных; - упорядочивать в математическую модель разрозненные статистические данные; Владеть: - навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций внутри математики и за ее пределами – в приложениях (в экономике), решения проблемных теоретико-вероятностных задач;

3. Спецификация теста

Тест по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой перечень примерных вопросов, предлагаемых студентам с учетом тем и заданий для контрольных мероприятий, предусмотренных по дисциплине.

Тест по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»,

Вариант 1

1. Партия из 10 изделий, среди которых 2 дефектных, подвергается выборочному контролю. Условие приемки партии - не более одного дефектного изделия среди трех проверенных. Вероятность приемки партии равна

1	2/3	2	14/15	3	7/30	4	7/15

2. Двое друзей договорились встретиться. Первый пришел к 16 часам, а про второго известно, что он пришел в случайный момент времени между 14 и 20 часами. Какова вероятность того, что первый друг пришел раньше второго

1	6/20	2	2/3	3	16/20	4	1/3

3. Пусть (X,Y) – случайный вектор. Определим события $A=\{X=0,\ Y=1\}$, $B=\{X=0,\ Y>0\}$, $C=\{X=2,\ Y=1\}, D=\{X\geq 0,\ Y=1\}$. Несовместными являются события

1	C и D	2	A и B	3	B и D	4	A и C

4. Из числа авиалиний некоторого аэропорта 60% - местные, 30% - по СНГ, и 10% - международные. Среди пассажиров местных авиалиний 50% путешествуют по делам, связанными с бизнесом, на линиях СНГ таких пассажиров 60%, на международных – 90%. Из прибывших в аэропорт встречают одного бизнесмена. Чему равна вероятность того, что он прибыл международным рейсом.

1	0.90	2	0.10	3	0.16	4	0.57

5. В ячейку памяти ЭВМ записывается 5-разрядное двоичное число. Значения 0 и 1 используются с равной вероятностью. Вероятность события «в записи числа 2 единицы» равна

1	5/32	2	2/5	3	5/8	4	5/16

6. Если случайная величина $\boldsymbol{X}$ может принимать значения 1, -2, 3 соответственно с вероятностями 0.5, 0.2, 0.3, то $\mathrm{M}[X]$ и $\mathrm{P}(X\geq 1)$ соответственно равны

1	0.6 и 0.5	2	0.6 и 0.8	3	2 и 0.8	4	1 и 0.8

7. Плотность распределения случайной величины X определяется выражением $f(x)=\begin{cases}2x, & x\in[0;1],\\ 0, & x\notin[0;1].\end{cases}$ Поэтому $\mathbf{P}\left(X>\frac{2}{3}\right)$ равна

1	8/9	2	2/3	3	7/9	4	5/9

8. Случайная величина X имеет $M[X]=0, D[X]=4/3$. Дисперсия случайной величины $Y=2-3X$ и ковариация $K(2Y,-4X+3)$ соответственно равны

1	12 и 16	2	3 и 8	3	12 и 32	4	2 и 2

9. Вычислить $P(X \geq 2 | X \leq 5)$ по таблице распределения

X	1	2	5	6	8
P_X	0.2	0.2	0.4	0.1	0.1

1	0.75	2	0.9	3	0.45	4	0.8

10. Известно, что вероятность включения кандидатуры Петрова в список для голосования в 4 раза превосходит вероятность того, что это не произойдет. Вероятность включения кандидатуры Петрова в список равна

1	0,25	2	0,2	3	0,4	4	0,8

11. Стоимость барреля нефти в 1986-1990 годах составляла 12, 15, 12, 13, 13 ($) соответственно. Вычислить сумму несмещенной оценки дисперсии и эмпирической функции распределения $F_n^*(13)$.

1	2,3	2	1,9	3	1,6	4	1,2

12. Функция правдоподобия по независимой повторной выборке 1, 2, 3, 2, 3, 3 из трехточечного распределения: $\mathrm{P}(X=1)=\theta$, $\mathrm{P}(X=2)=2\theta$, $\mathrm{P}(X=3)=1-3\theta$ равна

1	$4\theta^3(1-3\theta)^3$	2	$2\theta^3(1-3\theta)^3$	3	$4\theta^2(1-3\theta)^3$	4	$\theta^3(1-3\theta)^3$

13. Выборку объема 4 из распределения $P(X_1=k)=C_2^k p^k(1-p)^{2-k}$, $k=0,1,2$ образуют

1	0, 2, 1, 0, 0	2	0, 2, 1, 3	3	0, 2, 1, 0	4	0, 2, 1, -1

14. Курс доллара (в у.е.) в последние 5 месяцев составил соответственно 4, 9, 3, 6, 3. Эти данные описываются распределением, задаваемым плотностью $f(x)=2ax$, если $0 \leq x \leq \sqrt{1/a}$; $f(x)=0$ в остальных случаях, $a>0$. По методу моментов найдено значение оценки параметра a, равное

1	4/225	2	2/225	3	1/15	4	2/75

15. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей X (тыс. км) и стоимостью технического обслуживания Y (тыс.руб). Для выяснения характера этой связи было отобрано 30 автомобилей и получены оценки: $\sum Y_i = 90$, $\sum X_i = 60$, $\sum X_i Y_i = 135$, $\sum Y_i^2 = 390$, $\sum X_i^2 = 150$. Оценить тесноту линейной связи между переменными с помощью выборочного коэффициента корреляции

1	-0.25	2	-0.75	3	0.25	4	0.75

Тест по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»,

Вариант 2

1. В кармане имеются 2 монеты по 30 руб., 5 монет по 15 руб. и 3 монеты по 10 руб. Нау- дачу берется 4 монеты. Какова вероятность того, что в сумме они составят не более 50 руб.

1	3/210	2	7/110	3	1/5	4	35/210

2. Зритель собрался посмотреть по телевизору только один из двух намеченных фильмов, а именно тот который начнется транслироваться раньше. Как стало позднее известно, 2-й фильм начался в 10 часов, а 1-й в случайный момент между 9.30 и 10.15. Найти вероятность того, что зритель посмотрел второй фильм.

1	1/3	2	4/3	3	2/3	4	1/5

3. Из колоды в 36 карт случайным образом извлекается одна карта. Определим события A = {извлечен туз}, B = {извлечена карта бубновой масти}, C = {извлечен король}, D = {извлечен бубновый король}. Несовместными событиями являются

1	A и B	2	B и D	3	C и D	4	A и C

4. ОТК проверяет качество наудачу отобранных из партии 3 деталей. Доля стандартных деталей во всей партии составляет 90%. Вероятность события A = {среди отобранных два нестандартных изделия}, равна

1	1	2	0.027	3	0.243	4	2/3

5. Если случайная величина X может принимать значения 2, -1, 4 соответственно с вероятностями 0.7, 0.2, 0.1, то M[X] и $P(X \le 2)$ соответственно равны

1	1.6 и 0.9	2	0.9 и 0.9	3	1.6 и 0.7	4	1 и 0.7

6. Случайная величина X имеет плотность распределения $f(x) = \frac{2x}{3}, 1 \le x \le 2$. Поэтому D($X$) равна

1	4	2	13/162	3	14/9	4	5/2

7. Вычислить $P(X \le 5 | X \ge 3)$ по таблице распределения

X	1	2	3	5	6	7
P_X	0.05	0.05	0.1	0.1	0.3	0.4

1	0.6	2	0.3	3	2/9	4	0.9

8. Дана дисперсионная матрица вектора $(X,Y)^{\mathrm{T}}$: $\begin{pmatrix} 0{,}64 & 0{,}04 \\ 0{,}04 & 0{,}25 \end{pmatrix}$. Значение $D(X-Y)$ равно

1	0,81	2	0,85	3	0,89	4	0,97

9. Вероятность признания контролером бракованного изделия годным в 5 раз меньше вероятности признания его дефектным. Вероятность принятия контролером верного решения равна

1	4/5	2	1/5	3	5/6	4	1/6

10. Трое стрелков попадают в цель с вероятностями 0,5, 0,7 и 0,8 соответственно. При стрельбе в цель залпом двое попали. Вероятность того, что первый и третий стрелок попали, равна

1	12/47	2	120/407	3	3/25	4	11/30

11. Потери в весе 6 человек составили 1, 3, -1, 2, 2, 2 (кг) соответственно. Вычислить по этим данным сумму выборочной дисперсии и относительной частоты попадания в [-2; 1.5].

1	1,9	2	2,6	3	2,3	4	2,9

12. Функция правдоподобия по независимой повторной выборке 0, 0, 3, 2, 3, 3 из трехточечного распределения: $P(X=0)=3\theta$, $P(X=2)=2\theta$, $P(X=3)=1-5\theta$ равна

1	$4\theta^3(1-5\theta)^3$	2	$6\theta^3(1-5\theta)^3$	3	$9\theta^3(1-5\theta)^3$	4	$18\theta^3(1-5\theta)^3$

13. Выборку объема 3 из распределения $P(X_1=k)=C_{k+1}^1 p^2(1-p)^k$, $k=0,1,\dots$ образуют

1	0, 4, -1	2	0, 4, 1, 1	3	0, 4, 1, 2, 6	4	0, 4, 1

14. Индекс оптовых цен в последние 8 месяцев составил соответственно: 4, 4, 4, 7, 10, 2, 2, 7. Эти данные использованы для изучения показателя X – индекса оптовых цен. Данные описываются распределением с функцией плотности $f(x) = \frac{b \cdot 2^b}{x^{b+1}}$, åñëè $x \ge 2$; $f(x) = 0$ в остальных случаях, $b > 0$. Значение оценки параметра b по методу моментов равно

1	4/3	2	5/3	3	6/3	4	7/3

15. Стоимость подержанного автомобиля Y наряду с другими факторами зависит общего пробега X на момент продажи. Было отобрано 20 автомобилей и получены оценки: $\sum Y_i = 82$, $\sum X_i = 56$, $\sum X_i Y_i = 245$, $\sum Y_i^2 = 460$, $\sum X_i^2 = 169$. Оценка ковариации между переменными принадлежит промежутку

1	(0.7;0.8)	2	(-0.8;-0.7)	3	(-0.5;-0.4)	4	(0.4;0.6)

Тест по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»,

Вариант 3

1. Для доступа в компьютерную сеть оператору необходима набрать пароль из двух цифр, а затем одной буквы: А или Б. Оператор не знает необходимого кода и набирает его случайным образом. Вероятность того, что он вскроет пароль с первого раза, равна

1	1/24	2	1/4	3	1/200	4	1/100

2. В соответствии с намеченным графиком работ 1-я операция должна завершиться раньше 2-й. Между тем, оказалось, что 1-я операция была закончена в 14.15, а 2-я - в случайный момент времени между 13.45 и 15 часами. Определить вероятность того, что график работ был соблюден

1	4/5	2	1/5	3	3/5	4	1/4

3. Бросают 3 кубика. Определим события А = {не первом кубике выпадает 6}, В = {на первом кубике выпадает 1, на втором выпадает 2}, С = { на третьем кубике выпадает 6}, D = {на втором кубике выпадает 2}. Несовместными событиями являются

1	С и D	2	А и В	3	В и D	4	А и С

4. На 2 вакантных места претендуют 6 безработных, среди которых один Петя и одни Вася. Все претенденты на работу обладают равными шансами трудоустройства. Вероятность того, что Петя и Вася получат работу, равна

1	1/3	2	1/15	3	2/15	4	2/3

5 В цехе установлено 6 моторов. Для каждого мотора вероятность включения равна 0,8. Вероятность того, что в данный момент включено половина моторов, равна

1	0.004	2	0.082	3	0.996	4	0.918

6. Если случайная величина X может принимать значения 0, -2, 1 соответственно с вероятностями 0.3, 0.5 и 0.2, то $M[X]$ и $P(X \geq 0)$ соответственно

1	-0.8 и 0.7	2	0.6 и 0.5	3	-0.8 и 0.3	4	-0.8 и 0.5

7. Плотность распределения случайной величины X определяется выражением $f(x) = \begin{cases} x+0.5, x \in [0;1], \\ 0, \quad x \notin [0;1]. \end{cases}$ Тогда $P(X > 0.5)$ равна

1	0.725	2	0.525	3	0.625	4	0.325

8. Дана дисперсионная матрица вектора $(\xi,\eta)^{\mathrm{T}}$: $\begin{pmatrix} 0,64 & -0,2 \\ -0,2 & 0,25 \end{pmatrix}$. Ковариационный момент $K(\xi,\xi-2\eta)$ равен

1	0,64	2	0,72	3	0,56	4	1,04

9. Вычислить $P(X \geq 6 \mid X > 2)$ по таблице распределения

X	1	2	5	6	8
P_X	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

1	0.3	2	3/7	3	0.7	4	0.6

10. Оформление накладной без ошибок происходит в 6 раз чаще, чем оформление с ошибкой. Вероятность оформления накладной с ошибкой равна

1	1/7	2	6/7	3	5/6	4	1/6

11. Количество разорвавшихся на 4 участках снарядов оказалось равным 4, 1, 5, 2 соответственно. Вычислить сумму несмещенной оценки дисперсии и эмпирической функции распределения $F_n^*(3,2)$.

1	2,53	2	3,53	3	3	4	3,83

12. Вычислить функцию правдоподобия по независимой повторной выборке: 2, 3, 2, 3, 3 - из трехточечного распределения: $\mathrm{P}(X=1)=\theta$, $\mathrm{P}(X=2)=3\theta$, $\mathrm{P}(X=3)=1-4\theta$.

1	$9\theta^2(1-4\theta)^3$	2	$\theta^2(1-4\theta)^3$	3	$9\theta^3(1-4\theta)^3$	4	$3\theta^3(1-4\theta)^3$

13. Выборку объема 4 из распределения $P(X_1=k)=C_3^k(1-p)^k p^{3-k}$, $k=0,1,2,3$ образуют числа

1 0, 3, 3, 1, 3 | 2 0, 3, 3, 1 | 3 0, 3, 3, 1, -2 | 4 0, 3, 3

14. Сдельная зарплата (в десятках тысяч рублей) каждого из 5 рабочих одной квалификации составила соответственно: 1, 0, 2, 7, 0. Эти данные использованы для изучения показателя X – сдельной зарплаты одного рабочего. Данные описываются распределением, задаваемым плотностью вида $f(x) = \frac{2x}{b^2}$, $0 \le x \le b; b > 0$. в остальных случаях. Найти по методу моментов значение оценки параметра b.

1 2 | 2 4 | 3 3 | 4 1

15. Некоторая компания недавно провела рекламную компанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через 5 недель компания решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж Y с расходами на рекламу X (тыс. руб) и получила следующие значения величин (X,Y): (2,2), (4,5), (3,5), (4,7), (7,9). Оценка ковариации между этими величинами равна

1 0.48 | 2 0.92 | 3 3.6 | 4 -3.6

Тест по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», Вариант 4

1. Из партии, содержащей 4 изделия первого сорта, 5 изделий второго сорта и 6 изделий третьего сорта, случайным образом извлекаются 2 изделия. Вероятность того, что оба изделия второго сорта, равна

1 1/14 | 2 2/15 | 3 4 | 4 2/21

2. Двое друзей договорились встретиться. Первый пришел к 18 часам, а про второго известно, что он пришел в случайный момент времени между 14 и 20 часами. Какова вероятность того, что первый друг пришел раньше второго

1 1/3 | 2 16/20 | 3 6/20 | 4 2/3

3. Пусть X – дискретный случайный вектор. Определим события: $A = \{X = 1\}$, $B = \{X > 3\}$, $C = \{X = 3\}, D = \{X < 2\}$. Совместными событиями являются

1 A и D | 2 A и B | 3 B и D | 4 A и C

4. Покупатель может приобрести акции компаний А и В. Надежность первой их них оценивается экспериментами на уровне 90%, а второй – 80%. Вероятность того, что наступит хотя бы одно банкротство, равна

1 0.72 | 2 0.98 | 3 0.26 | 4 0.28

5. По последним данным 20% посылок не доходит до адресата. Вероятность того, что из 4 посланных посылок до адресата дойдет половина, равна

1 16/625 | 2 96/625 | 3 0,1 | 4 0,5

6. Пусть случайная величина X задана таблицей распределения:

X	0	5	10
P_X	0.1	0.4	0.5

Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}[2-4X]$ и $P(X>4)$.

1 -26 и 0.9 | 2 -28 и 0.4 | 3 26 и 0.5 | 4 26 и 0.9

7. Плотность распределения случайной величины X определяется выражением $f(x)=\begin{cases}3x^2/7, & x\in[1;2]\\ 0, & x\notin[1;2].\end{cases}$ Поэтому $P(X<1.5)$ равна

1 35/56 | 2 27/56 | 3 19/56 | 4 1

8. Дана дисперсионная матрица вектора $(\xi,\eta)^{\mathrm{T}}$: $\begin{pmatrix}0,64 & -0,2\\ -0,2 & 0,25\end{pmatrix}$. Ковариационный момент $K(\eta,\xi+2\eta)$ равен

1 0,46 | 2 0,54 | 3 0,64 | 4 0,30

9. Вычислить $P(0\le X\le 3|X\ge 2)$ по таблице распределения

X	1	2	5	12
P_X	0.1	0.2	0.4	0.3

1 0.6 | 2 1/3 | 3 0.2 | 4 2/9

10. Вероятность срабатывания сигнализации в случае вскрытия автомобиля в 4 раза больше вероятности того, что это не произойдет. Вероятность несрабатывания сигнализации равна

1 0,25 | 2 0,2 | 3 0,4 | 4 0,8

11. Результаты тестирования 5 студентов в баллах: 8, 2, 1, 1, 3. Вычислить сумму выборочной дисперсии и ранга элемента выборки 3.

1 9,8 | 2 10,8 | 3 12,5 | 4 11,5

12. Функция правдоподобия по независимой повторной выборке 4, 3, 3, 2, 3, 3 из трехточечного распределения: $P(X=2)=2\theta-1$, $P(X=3)=1-\theta$, $P(X=4)=1-\theta$ равна

1 $(1-\theta)^5$ 2 $(2\theta-1)^2(1-\theta)^4$ 3 $(2\theta-1)^2(1-\theta)^5$ 4 $(2\theta-1)(1-\theta)^5$

13. Выборку объема 3 из распределения $P(X_1=k)=p(1-p)^{k-1}$, $k=1,2,\ldots$ образуют числа

1 3, 2, -1 2 1, 1, 0 3 1, 1, 1, 2 4 1, 1, 1

14. Выработка продукта (в у.е.) с 10 до 11 часов на каждого из 5 рабочих одной квалификации составила соответственно: 2, 3, 6, 3, 1. Эти данные использованы для изучения показателя X - выработки одного рабочего в час. Данные описываются распределением, задаваемым плотностью вида $f(x)=1/b$, если $b\le x\le 2b$; $b>0$. Найти по методу моментов найдено значение оценки параметра b.

1 2 2 1 3 1.5 4 0.5

15. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей X (тыс.км) и стоимостью технического обслуживания Y (тыс.руб). Для выяснения характера этой связи было отобрано 20 автомобилей и получены оценки: $\sum Y_i=40$, $\sum X_i=60$, $\sum X_iY_i=90$, $\sum Y_i^2=260$, $\sum X_i^2=200$. Оценить тесноту линейной связи между переменными с помощью выборочного коэффициента корреляции

1 -0.25 2 -0.5 3 0. 5 4 0.25

Ключ к тестам

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1) 2	1) 4	1) 3	1) 4
2) 2	2) 1	2) 3	2) 1
3) 4	3) 4	3) 2	3) 1
4) 3	4) 2	4) 2	4) 4
5) 4	5) 1	5) 2	5) 2
6) 4	6) 2	6) 4	6) 1
7) 4	7) 3	7) 3	7) 3
8) 3	8) 1	8) 4	8) 4
9) 1	9) 3	9) 2	9) 4
10) 4	10) 1	10) 1	10) 2
11) 2	11) 1	11) 4	11) 2
12) 1	12) 4	12) 1	12) 4
13) 3	13) 4	13) 2	13) 4
14) 1	14) 2	14) 3	14) 1
15) 2	15) 1	15) 3	15) 2