

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Фонды оценочных знаний по дисциплине
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

1. Формируемые дисциплиной компетенции

ОПК.3 Способен на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

Индикаторы:

ОПК.3.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

ОПК.3.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

ОПК.3.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

2. Планируемые результаты обучения

Коды компетенций/ индикаторов компетенций	Планируемый результат
ОПК.3.1	Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук
ОПК.3.2	ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности; УМЕТЬ: осуществлять первичный сбор и анализ материала по математическому анализу, интерпретировать различные математические объекты ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории математического анализа; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации;
ОПК.3.3	ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения математического анализа; УМЕТЬ: применять методы математического анализа в стандартных задачах, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания; ВЛАДЕТЬ: основным аппаратом понятий теории математического анализа, навыками теоретического анализа полученных результатов.

3. Спецификация теста

Тест по дисциплине «Математический анализ» представляет собой перечень

примерных вопросов, предлагаемых студентам с учетом тем и заданий для контрольных мероприятий, предусмотренных по дисциплине.

Тест по дисциплине «Математический анализ».

Вариант 1.

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x + 1}{2x^2 + 4x - 5}$

- а) 1,5
- б) $\frac{-1}{5}$
- в) ∞
- г) 2

2. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$

- а) 0,5
- б) $\frac{1}{7}$
- в) $\frac{2}{7}$
- г) 2

3. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \ln(1 + 3x^2)}{1 - \cos 3x}$

- а) 2
- б) 0
- в) -2
- г) 3

4. При каких a функция будет непрерывной $f(x) = \begin{cases} e^{-ax} + 1, & x < 0 \\ a - 2x, & x \geq 0 \end{cases}$?

- а) 1
- б) 2
- в) $-\frac{1}{3}$
- г) 0

5. Отметить функцию, имеющую устранимый разрыв в точке $x = 0$

а) 1) $y = \frac{\arcsin 2x}{\operatorname{tg}^2 x}$

б) 2) $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^3 + 2x^2}$

в) 3) $y = \frac{e^x}{x}$

г) 5) $y = \frac{\ln(1-x^2)}{\sin^2 3x}$

6. Производная функции $y = \operatorname{arctg} \sqrt{3x}$ равна

а) $y' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x} + 3\sqrt{x^3}}$

б) $y' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x} - 3\sqrt{x^3}}$

в) $y' = \frac{\sqrt{3}}{2(\sqrt{x} + \sqrt{x^3})}$

г) $y' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{3x}}$

7. Найти дифференциал функции $y = \sin x + x \cos x$

а) $dy = x \cos x dx$

б) $dy = (2 \cos x - x \sin x) dx$

в) $dy = (2 \cos x + x \sin x) dx$

г) $dy = x \sin x dx$

8. Найти уравнение касательной к графику функции $y = \ln(x^2 - 3)$ в точке $x = 2$.

а) $y = x - 2$

б) $y = 4x + 8$

в) $y = 4x - 8$

г) $y = 2x + 8$

9. Найти минимальное значение функции $y = xe^{-\frac{x}{3}}$ на отрезке $x \in [3; 6]$

а) $\frac{6}{e^2}$

б) $\frac{3}{\sqrt{e^3}}$

в) $\frac{4}{e^2}$

г) \sqrt{e}

10. Найти область значений функции $y = x + \frac{4}{x} - 4$, на множестве $[-4; -1]$

а) $[-1; 1]$

- б) $[0;1]$
- в) $[-1;2]$
- г) $[-1;0]$

11. Найти интеграл $\int \frac{x+2}{\sqrt{1-2x}} dx$

- а) $\frac{\sqrt{x-2}(2x-2)}{3} + C$
- б) $\frac{\sqrt{x-2}(2x+2)}{3} + C$
- в) $\frac{\sqrt{x-2}(x+1)}{3} + C$
- г) $\frac{\sqrt{x-2}(x-1)}{3} + C$

12. Найти интеграл $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

- а) $\frac{\sin^4 x}{4} + C$
- б) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + C$
- в) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$
- г) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + C$

13. Вычислить определенный интеграл $\int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^3 - 2}{x} dx$

- а) 0
- б) 4
- в) -4
- г) 2

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^4$, $x = 0$

- а) 1
- б) $3e^4 - 1$
- в) $1 - 3e^4$
- г) $1 + 3e^4$

15. Определить длину дуги кривой $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ от $x = 0$ до $x = 3$.

- а) 6
- б) $\frac{10}{3}$
- в) $\frac{14}{3}$

г) $\frac{2}{3}$

16. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{(9-x^2)^3}}$

а) расходится

б) -3

в) 1

г) 3

17. Интеграл $\int_0^{\infty} \cos x dx$ равен

а) $\frac{\pi}{2}$

б) $\frac{\pi}{2} + C$

в) интеграл расходится

г) 0

18. Интеграл $\int \frac{\sqrt{4x^2+1} + \sqrt{1-4x^2}}{\sqrt{1-16x^4}} dx$ равен

а) $\frac{1}{2} \left(\ln \left| 2x + \sqrt{4x^2+1} \right| - \arccos 2x \right) + C$

б) $\ln \left| 2x + \sqrt{4x^2+1} \right| + \arcsin 2x + C$

в) $\frac{1}{2} \ln \left| 2x + \sqrt{4x^2+1} \right| + \arcsin 2x + C$

г) $\ln \left| 2x + \sqrt{4x^2+1} \right| + \frac{1}{2} \arcsin 2x + C$

19. Найти полный дифференциал функции $z = e^{3y} \sin 2x$

а) $dz = e^{2y} (2 \cos 3x dx - 3 \sin 3x dy)$

б) $dz = e^{2y} (2 \cos 3x dy - 3 \sin 3x dx)$

в) $dz = e^{2y} (2 \cos 3x dx + 3 \sin 3x dy)$

г) $dz = e^{2y} (\cos 3x dx - \sin 3x dy)$

20. Найти точку экстремума функции $z = 2x^2 + 8x + y^2 + 4y + 1$

а) (-2; 2)

б) (2; 2)

в) (-2; 0)

г) (2; -2)

Вариант 2.

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{2x^2 + x - 5}$

- а) 1,5
- б) ∞
- в) 0
- г) 2

2. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$

- а) 0,5
- б) $\frac{1}{7}$
- в) $\frac{2}{7}$
- г) 2

3. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3tgx^2}{1 - \cos 3x}$

- а) 2
- б) 0
- в) -2
- г) $\frac{2}{3}$

4. При каких a функция будет непрерывной $f(x) = \begin{cases} e^{ax} - 1, & x < 0 \\ a - 4x + 1, & x \geq 0 \end{cases} ?$

- а) -1
- б) 2
- в) $-\frac{1}{2}$
- г) 0

5. Отметить функцию, имеющую устранимый разрыв в точке $x = 0$

а) $y = \frac{\sin 2x}{\arctg^2 x}$

б) $y = \frac{tg 4x}{x^3 + 3x^2}$

в) $y = \frac{\sin(2x^3)}{\ln^3(1 + 2x)}$

г) $y = \frac{x^2 + 2}{tg^2 2x}$

6. Производная функции $y = \arcsin \sqrt{2x}$ равна

а) $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x(1-2x)}}$

$$\text{б) } y' = \frac{1}{\sqrt{2x-4x^2}}$$

$$\text{в) } y' = \frac{-1}{\sqrt{2x-4x^2}}$$

$$\text{г) } y' = \frac{1}{2\sqrt{2x-2x^3}}$$

7. Найти дифференциал функции $y = x \sin x - \cos x$

$$\text{а) } dy = x \cos x dx$$

$$\text{б) } dy = (2 \cos x - x \sin x) dx$$

$$\text{в) } dy = (2 \cos x + x \sin x) dx$$

$$\text{г) } dy = (2 \sin x + x \cos x) dx$$

8. Найти уравнение касательной к графику функции $y = \ln(3 - 2x^2)$ в точке $x = 1$.

$$\text{а) } y = 2x - 2$$

$$\text{б) } y = 4 - 4x$$

$$\text{в) } y = 4x - 4$$

$$\text{г) } y = -4x + 2$$

9. Найти минимальное значение функции $y = xe^{-x}$ на отрезке $x \in [-1; 2]$

$$\text{а) } -e$$

$$\text{б) } \frac{2}{e^2}$$

$$\text{в) } \frac{1}{e}$$

$$\text{г) } -2e^2$$

10. Найти область значений функции $y = x + \frac{9}{x} - 1$, на множестве $[1; 6]$

$$\text{а) } [-7; 9]$$

$$\text{б) } [5; 9]$$

$$\text{в) } [4, 5; 9]$$

$$\text{г) } [4, 5; 5]$$

11. Найти интеграл $\int \frac{x}{\sqrt{3+2x}} dx$

$$\text{а) } \frac{\sqrt{2x+3}(x-2)}{6} + C$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{2x+3}(3-x)}{3} + C$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{2x+3}(x-3)}{3} + C$$

г) $\frac{\sqrt{x-2}(2x-5)}{3} + C$

12. Найти интеграл $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$

а) $\frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} + C$

б) $\frac{1 + \sin^2 x}{-\sin x} + C$

в) $\frac{1}{\sin^2 x} + C$

г) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + C$

13. Вычислить определенный интеграл $\int_{-1}^0 \frac{e^{-x}}{1 + e^{-2x}} dx$

а) $\ln(e+1) + \frac{\pi}{4}$

б) $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$

в) $\ln \frac{e-1}{e+1} - \frac{\pi}{2}$

г) $e^2 + 2e - \frac{\pi}{4}$

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^{-2x}$, $y = e^2$, $x = 0$

а) 1

б) $\frac{3e^2 - 1}{2}$

в) $1 - 3e^2$

г) $\frac{e^2 + 1}{2}$

15. Определить длину дуги кривой $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ от $x = 3$ до $x = 8$.

а) 6

б) $\frac{10}{3}$

в) $\frac{38}{3}$

г) $\frac{70}{3}$

16. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{9-x^2}}$

а) расходится

б) -3

в) 3

г) 5

17. Интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x+1}$ равен

а) 1

б) 0

в) интеграл расходится

г) ∞

18. Интеграл $\int \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^4-1}} dx$ равен

а) $\ln|x + \sqrt{x^2-1}| + \arcsin x + C$

б) $\ln|x + \sqrt{x^2-1}| + \ln|x + \sqrt{x^2+1}| + C$

в) $\ln|x + \sqrt{x^2+1}| + \arcsin x + C$

г) $\ln|x + \sqrt{x^2-1}| + \arccos x + C$

19. Найти полный дифференциал функции $z = e^{-x} \cos 4y$

а) $dz = e^{-x} (\cos 4x dx + 4 \sin 4y dy)$

б) $dz = e^{-x} (\cos 4y dx - 4 \sin 4y dy)$

в) $dz = e^{-x} 4 \sin 4x$

г) $dz = -e^{-x} (\cos 4y dx + 4 \sin 4y dy)$

20. Найти точку экстремума функции $z = -3x^2 + 6x - 2y^2 + 8y + 1$

а) (-1; 2)

б) (1; 2)

в) (2; 1)

г) (-2; 0)

Ключ к тестам

Вариант 1	Вариант 2
1 в	1 а
2 б	2 в
3 а	3 г
4 б	4 а
5 г	5 в
6 а	6 б
7 б	7 г
8 в	8 б
9а	9 а
10 г	10 в
11 б	11 в
12 в	12 б
13 а	13 б
14 г	14 г
15 в	15 б
16 а	16 в
17 в	17 а
18 а	18 б
19 б	19 г
20 а	20 б