

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

**Авторы-составители: Павелкин Владимир Николаевич
Оглезнева Анна Николаевна
Коневских Татьяна Михайловна
Шеремет Галина Геннадьевна**

**Рабочая программа дисциплины
АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
Код УМК 81135**

**Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.**

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Алгебра и аналитическая геометрия

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в базовую часть Блока « С.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Специальность: **10.05.03** Информационная безопасность автоматизированных систем
специализация Безопасность открытых информационных систем

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Алгебра и аналитическая геометрия** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (специализация : Безопасность открытых информационных систем)

ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (направленность: Безопасность открытых информационных систем)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	1,2
Объем дисциплины (з.е.)	8
Объем дисциплины (ак.час.)	288
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	112
Проведение лекционных занятий	56
Проведение практических занятий, семинаров	56
Самостоятельная работа (ак.час.)	176
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (2) Письменное контрольное мероприятие (8)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (1 триместр) Экзамен (2 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Алгебра и аналитическая геометрия. Первый триместр

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Алгебра":

- 1) Комплексные числа;
- 2) Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.
- 3) Линейные пространства.

и курса "Аналитическая геометрия":

- 1) Элементы векторной алгебры";
- 2) Линейные образы на плоскости и в пространстве;
- 3) Теория кривых второго порядка.

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Проверяются следующие остаточные знания из курса средней школы, необходимые для успешного освоения курса "Алгебра и аналитическая геометрия":

- 1) Понятие вектора и основные операции над векторами: сложение векторов, вычитание векторов, умножение вектора на действительное число, скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов.
- 2) Основные теоремы стереометрии: признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей, признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
- 3) Решение систем двух (трёх) линейных уравнений.
- 4) Решение квадратных уравнений. Теорема Виета.

Раздел 1. Комплексные числа

Построение системы комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы. Геометрическая интерпретация операций. Сопряженные комплексные числа. Возведение в степень и извлечение корня. Квадратные уравнения с комплексными и действительными коэффициентами. Корни из единицы. Первообразные корни.

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме

Вводится понятие комплексного числа, алгебраическая форма его записи, действительная и мнимая части комплексного числа. Рассматривается изображение комплексных чисел на комплексной плоскости, определяются модуль и аргумент комплексного числа. Определяются операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме.

Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень. Извлечение корня. Вводится тригонометрическая форма комплексного числа. Определяются операции умножения, деления, возведения в натуральную степень и извлечения корня из комплексных чисел в тригонометрической форме.

Решение квадратных уравнений.

Рассматривается извлечение квадратного корня из комплексного числа, заданного в алгебраической форме. Результаты используются для решения квадратных уравнений с действительными и комплексными коэффициентами. В обзорном порядке рассматривается вопрос о числе корней уравнения с комплексными коэффициентами.

Корни из единицы. Первообразные корни из единицы

Рассматриваются корни из единицы и их свойства. Вводится понятие первообразного корня из единицы.

Практическая работа №1 "Операции над комплексными числами"

В работу включаются индивидуальные задания следующих типов:

- 1) Найти значение выражения, используя операции с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме;
- 2) Описать геометрическое место комплексных чисел, удовлетворяющих неравенствам;
- 3) Решить квадратное уравнение с комплексными коэффициентами.

Раздел 2. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений

В этом разделе рассматриваются понятия перестановки из n чисел, их четность, подстановки n -й степени, их четность. Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по строке (столбцу). Формулировка теоремы Лапласа. Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой строки. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Матричное доказательство теоремы Крамера. Метод Гаусса (метод последовательного исключения неизвестных).

Перестановки и подстановки. Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей

Дается определение и рассматриваются свойства перестановок и подстановок на упорядоченном конечном множестве элементов. Число четных и нечетных подстановок. Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей.

Методы вычисления определителей n -го порядка. Определение матрицы. Алгебраические действия с матрицами. Обратная матрица

Рассматриваются способы вычисления определителя n -го порядка. Формулировка теоремы Лапласа. Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой строки. Рассматривается теорема Крамера и ее применение для решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Операции над матрицами. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Матричное доказательство теоремы Крамера.

Метод Гаусса решения системы линейных уравнений

Устанавливается взаимно однозначное соответствие между системами m линейных уравнений с n неизвестными и множеством матриц, имеющих m строк и n столбцов. Вводятся элементарные преобразования матриц и с их помощью обосновывается метод Гаусса решения произвольных систем линейных уравнений.

Практическая работа № 2 "Вычисление определителей"

В работу входят индивидуальные задания по вычислению определителей различных порядков с использованием свойств и методов вычисления.

Практическая работа № 3 "Операции над матрицами"

В работу включены индивидуальные задания следующих типов:

- 1) Решить матричное уравнение;
- 2) Найти обратную матрицу для данной невырожденной матрицы;

- 3) Найти все матрицы, перестановочные с данной матрицей;
- 4) Решить систему уравнений тремя способами: матричным, методом Гаусса и методом Крамера

Практическая работа № 4 "Решение систем уравнений методом Гаусса"

В работу включены индивидуальные задания следующих типов:

- 1) Решить систему методом Гаусса (система совместна, приводится к треугольному виду и имеет единственное решение);
- 2) Решить систему методом Гаусса (система несовместна);
- 3) Решить систему методом Гаусса (система совместна, приводится к виду трапеции и имеет общее решение).

Тест "Комплексные числа. Определители. Матрицы. Системы линейных уравнений"

В тест включены следующие темы:

- 1) Комплексные числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме.
- 2) Операции над матрицами. Решение матричных уравнений.
- 3) Системы линейных уравнений: приведение матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду или виду трапеции; условия разрешимости системы линейных уравнений; запись системы уравнений по преобразованной матрице; нахождение общего решения системы уравнений.
- 4) Определители: перестановки и подстановки, определение свойства определителя; методы вычисления определителей любого порядка с использованием их свойств; решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса и матричным методом.

КТ-2 "Комплексные числа. Метод Гаусса. Операции над матрицами. Определители"

Контрольная точка (КТ-2) включает в себя баллы четырёх практических работ:

- 1) Практическая работа №1 "Комплексные числа";
 - 2) Практическая работа №2 "Вычисление определителей";
 - 3) Практическая работа №3 "Операции над матрицами";
 - 4) Практическая работа №4 "Решение систем уравнений методом Гаусса";
- и Теста "Комплексные числа. Определители. Матрицы. Системы линейных уравнений".

Раздел 3. Линейные пространства

В этом разделе изучаются линейные пространства, их подпространства и базисы. Вводятся координаты вектора. Рассматривается связь координат вектора в разных базисах и действия с векторами в координатах.

Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов

Дается определение линейного пространства, рассматриваются его простейшие свойства. В качестве примеров линейных пространств рассматриваются множества всех матриц одной размерности, арифметическое линейное пространство и множество многочленов степени не выше n . Дается определение линейно зависимых и независимых систем векторов. Рассматриваются основная теорема о линейной зависимости и ее следствия. Вводится понятие базиса линейного пространства и размерности линейного пространства.

Базис векторного пространства. Координаты вектора. Матрицы перехода. Связь координат вектора в разных базисах.

Дается определение базиса линейного пространства. Рассматриваются его основные свойства. Вводятся координаты вектора в данном базисе и представление вектора через базис в виде линейной комбинации

базисных векторов. Рассматриваются действия с векторами в координатах. Вводится понятие матрицы перехода и определяется связь координат вектора в разных базисах.

Изоморфизм линейных пространств

Дается определение изоморфизма линейных пространств, приводятся примеры, рассматриваются инварианты изоморфизма, доказывается критерий, когда два линейных пространства изоморфны.

Практическая работа № 5.1 "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства"

В работу входят задания следующих типов:

- 1) проверить будет ли данное множество а) линейным пространством, б) линейным подпространством данного пространства;
- 2) найти базис данного пространства или проверить, что данная система векторов является базисом;
- 3) найти базис и размерность данного линейного подпространства (например, линейной оболочки системы данных векторов).

Практическая работа № 5.2 "Матрицы перехода"

В работу входят задания следующих типов:

- 1) найти матрицу перехода и связь координат вектора в разных базисах;
- 2) используя матрицу перехода, найти координаты векторов "старого" базиса в "новом" базисе и наоборот;

Коллоквиум "Линейные пространства. Матрицы перехода"

Проводится в аудитории в письменной форме по вопросам из перечня теоретических вопросов по данной теме

Раздел 4. Элементы векторной алгебры

Дается определение геометрического вектора и его характеристик. Вводятся операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Рассматриваются свойства этих операций, на основе этих свойств делается вывод, что множество геометрических векторов является линейным (векторным) пространством над полем действительных чисел. Вводятся понятия коллинеарных и компланарных векторов, рассматриваются их свойства, необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Доказывается, что эти множества являются линейными подпространствами во множестве всех геометрических векторов. Находятся базисы во всех этих пространствах. Рассматривается понятие проекции вектора, в том числе и ортогональной проекции вектора на ось. Даются определения прямоугольной декартовой (ПДСК) и аффинной систем координат (АСК) на плоскости и в пространстве. Вводятся операции скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. Выводятся формулы нахождения этих произведений в ПДСК и АСК и рассматриваются различные приложения этих произведений к решению метрических задач.

Определение вектора. Сложение, вычитание, умножение вектора на число. Проекция.

Ортогональная проекция. Системы координат: АСК и ПДСК.

Дается определение геометрического вектора и его характеристик. Вводятся операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Рассматриваются свойства этих операций, на основе чего делается вывод, что множество геометрических векторов является линейным (векторным) пространством над полем действительных чисел. Вводятся понятия коллинеарных и компланарных векторов, рассматриваются их свойства, необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Доказывается, что эти множества являются линейными подпространствами во множестве всех геометрических векторов. Находятся базисы во всех этих

пространствах. Рассматривается понятие проекции вектора, в том числе и ортогональной проекции вектора на ось. Даются определения прямоугольной декартовой (ПДСК) и аффинной систем координат (АСК) на плоскости и в пространстве.

Скалярное произведение векторов

Вводится операция скалярного умножения векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства этого произведения. Выводятся формулы нахождения скалярного произведения в ПДСК и АСК и рассматриваются различные типы метрических задач с применением скалярного произведения.

Векторное и смешанное произведения векторов

Вводятся операции векторного и смешанного произведений векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства этих операций. Выводятся формулы для вычисления произведений в произвольном и ортонормированном базисах. Приводятся примеры применения этих произведений при решении геометрических задач.

Практическая работа № 6 "Операции над векторами"

В работу включены индивидуальные задания следующих типов:

- 1) применение скалярного, векторного и смешанного произведений в ортонормированном базисе к нахождению
 - а) длины ребра тетраэдра (призмы, параллелепипеда);
 - б) площади грани (треугольника, параллелограмма);
 - в) угла между рёбрами;
 - г) объёма тетраэдра (призмы, параллелепипеда);
 - д) высоты тетраэдра (призмы, параллелепипеда).
- 2) метрическая задача с применением скалярного, векторного и смешанного произведений в АСК.

Тест "Векторная алгебра"

В тест включены задания с выбором одного правильного ответа на определение, свойства и применение скалярного, векторного и смешанного произведения к решению различных метрических задач в ортонормированном и аффинном базисах.

КТ-3 "Линейные пространства. Элементы векторной алгебры"

Контрольная точка (КТ-3) включает в себя баллы следующих работ:

- 1) Практическая работа № 5 "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрицы перехода";
- 2) Коллоквиум "Линейные пространства. Матрицы перехода";
- 3) Практическая работа № 6 "Операции над векторами";
- 4) Тест "Векторная алгебра"

Раздел 5. Линейные образы. Прямая на плоскости

В данном разделе рассматриваются:

- 1) различные способы задания прямой на плоскости в ПДСК и АСК;
- 2) взаимное расположение прямых на плоскости: условия параллельности, перпендикулярности, совпадения прямых;
- 3) расстояние между параллельными прямыми, от точки до прямой;
- 4) нахождение точки пересечения прямых.

Прямая на плоскости в аффинной системе координат

Выводятся уравнений прямой в аффинной системе координат на плоскости, если прямая задана

- а) точкой и направляющим вектором,
- б) двумя точками.

Рассматривается общее уравнение прямой. Исследуется взаимное расположение двух прямых, если

- а) обе прямые заданы общими уравнениями,
- б) одна прямая задана общим уравнением, а вторая - параметрическими (или каноническими),
- в) обе прямые заданы параметрическими (каноническими) уравнениями на плоскости

Прямая на плоскости в прямоугольной системе координат

Выводятся уравнения прямых в прямоугольной системе координат на плоскости, если

- а) прямая задана точкой и перпендикулярным вектором,
- б) точкой и углом с осью (Ox).

Рассматривается нормальное уравнение прямой. Выводятся формулы угла между прямыми и расстояния от точки до прямой. Рассматриваются уравнение пучка прямых и геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$.

Тест "Прямая на плоскости"

Тестовые задания с выбором одного правильного ответа. Задания проверяют знания различных способов задания прямой на плоскости, взаимного расположения прямых на плоскости, угла между прямыми, нахождения расстояния между параллельными прямыми, определение расстояния от точки до прямой и координат точки пересечения прямых.

Коллоквиум по теме "Элементы векторной алгебры"

Проводится в аудитории в письменной форме по вопросам из перечня теоретических вопросов по данной теме

Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат

Рассматриваются

- 1) полярная система координат на плоскости;
- 2) цилиндрическая система координат в пространстве;
- 3) сферическая система координат в пространстве.

Выводится связь этих систем координат с прямоугольными координатами.

Раздел 6. Плоскость и прямая в пространстве

В данном разделе рассматриваются следующие вопросы:

- 1) различные способы задания плоскости;
- 2) различные способы задания прямой в пространстве;
- 3) взаимное расположение плоскостей;
- 4) взаимное расположение прямых в пространстве;
- 5) взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- 6) расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой; между прямыми, между плоскостями;
- 7) угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью в пространстве.

Плоскость в аффинной и прямоугольной системе координат

Выводятся в аффинной системе координат уравнения плоскости, если плоскость задана

- а) точкой и двумя неколлинеарными векторами, параллельными плоскости;
- б) тремя точками, не лежащими на одной прямой.

Рассматривается общее уравнение плоскости. Исследуется взаимное расположение двух плоскостей,

если

- а) обе плоскости заданы общими уравнениями,
- б) одна плоскость задана общим уравнением, вторая - параметрическими,
- в) обе плоскости заданы параметрическими уравнениями.

В обзорном порядке рассматривается пучок плоскостей и геометрический смысл знака четырехчлена $Ax + By + Cz + D$.

Тест "Плоскость"

Тестовые задания с выбором одного правильного ответа. Задания проверяют умения:

- 1) составлять уравнения плоскости по различным условиям;
- 2) исследовать взаимное расположение плоскостей;
- 3) находить угол между плоскостями;
- 4) определять расстояние от точки до плоскости;
- 5) находить расстояние между параллельными плоскостями.

Прямая линия в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

Выводятся уравнения прямой:

- 1) проходящей через данную точку параллельно данному вектору (канонические и параметрические);
- 2) проходящей через две данные точки;
- 3) заданной пересечением двух плоскостей.

Исследуется взаимное расположение двух прямых:

- 1) прямые совпадают;
- 2) прямые параллельны;
- 3) прямые пересекаются;
- 4) прямые скрещиваются.

Определяется угол между прямыми в пространстве, расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.

Исследуется взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Определяется угол между прямой и плоскостью в пространстве и нахождение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

Практическая работа № 7 "Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве"

В работу включены задания, проверяющие умение студента

- 1) составлять уравнения прямой в пространстве по различным условиям;
- 2) составлять уравнения плоскости в пространстве по различным условиям;
- 3) исследовать взаимное расположение двух прямых в пространстве;
- 4) исследовать взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- 5) определять:
 - а) угол между прямыми в пространстве;
 - б) расстояние от точки до прямой в пространстве;
 - в) расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.
 - г) угол между прямой и плоскостью в пространстве;
 - д) координаты точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

КТ-4 "Прямая на плоскости. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве".

Контрольная точка (КТ-4) включает в себя баллы следующих работ:

- 1) Тест "Прямая на плоскости";
- 2) Тест "Плоскость";

3) Практическая работа № 7 "Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве"

Раздел 7. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола.

Даётся определение линий второго порядка. Выводятся канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной и полярной системах координат. Рассматриваются основные свойства этих линий.

Линии второго порядка: вывод канонических уравнений

Даётся определение линий второго порядка. Выводятся канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Даётся определение эксцентриситета, фокусов, директрис, фокальных радиусов, асимптот гиперболы. Рассматриваются основные свойства линий второго порядка.

Окружность, эллипс: определение, вывод канонических уравнений, исследование формы, свойства, уравнение касательных

Выводятся канонические уравнения окружности и эллипса в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма этих линий. Для эллипса вводятся эксцентриситет и директрисы, рассматриваются их свойства. Обсуждается вопрос об изменении уравнений эллипса а) при перемещении осей координат, б) при параллельном переносе центра эллипса. Выводятся уравнения касательных к эллипсу и окружности.

Гипербола, парабола: определение, вывод канонических уравнений, исследование формы, свойства, уравнение касательной

Выводятся канонические уравнения гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма этих линий. Для гиперболы и параболы вводятся эксцентриситет и директрисы, рассматриваются их свойства. Рассматривается особая роль асимптот гиперболы. Обсуждается вопрос об изменении уравнений гиперболы а) при перемещении осей координат, б) при параллельном переносе центра гиперболы. Обсуждается вопрос об изменении уравнения параболы а) в зависимости от оси симметрии, б) при параллельном переносе вершины параболы. Выводятся уравнения касательных к гиперболе и параболе.

Линии второго порядка: задание кривых в полярных координатах

Выводятся уравнения эллипса, гиперболы и параболы и окружности в полярной системе координат. Рассматривается связь коэффициентов полученных уравнений с полуосями и фокусным расстоянием эллипса и гиперболы и с параметром параболы.

Окружность, эллипс: уравнения в полярных координатах

Выводятся уравнения эллипса и окружности в полярной системе координат. Рассматривается связь коэффициентов полученных уравнений с полуосями и фокусным расстоянием эллипса.

Гипербола, парабола: уравнения в полярных координатах

Выводятся уравнения гиперболы и параболы в полярной системе координат. Рассматривается связь коэффициентов полученных уравнений с полуосями и фокусным расстоянием гиперболы и с параметром параболы.

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы, включающей в себя задания на темы:

1) комплексные числа;

- 2) матрицы;
- 3) определители;
- 4) линейные пространства;
- 5) линейные образы.

Алгебра и аналитическая геометрия. Второй триместр

В данном разделе рассматриваются следующие основные разделы курса "Аналитическая геометрия":

- 1) Кривые второго порядка;
- 2) Поверхности второго порядка.

и курса "Алгебра":

- 1) Ранг матрицы и системы линейных уравнений;
- 2) Линейные преобразования линейных пространств;
- 3) Евклидовы и унитарные пространства. Некоторые виды линейных преобразований евклидовых пространств;
- 4) Билинейные и квадратичные формы.

Раздел 1. Линии и поверхности второго порядка (продолжение)

Рассматривается вопрос о преобразовании аффинных и прямоугольных координат на плоскости.

Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат.

Классификация линий второго порядка.

Даются определения цилиндрических, конических поверхностей и поверхностей вращения.

Исследуются методом сечений поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями.

Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Классификация линий второго порядка.

Рассматривается вопрос о преобразовании аффинных и прямоугольных координат на плоскости.

Формулируется алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Дается классификация линий второго порядка.

Элементарная теория поверхностей второго порядка: цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения

Даются определения цилиндрических, конических поверхностей и поверхностей вращения.

Поверхности второго порядка исследуются сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными.

Практическая работа "Линии и поверхности второго порядка"

Работа включает в себя задания следующих типов:

1) По теории кривых второго порядка:

а) по каноническому уравнению кривой второго порядка определить: длины полуосей, уравнения асимптот (для гиперболы), координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис; найти уравнение касательной к кривой и построить чертёж;

б) упрощение уравнения линии второго порядка при помощи поворота системы прямоугольных координат и переноса начала координат и построить чертёж.

2) По теории поверхностей второго порядка:

а) привести уравнение поверхности к каноническому виду путём выделения полных квадратов;

- б) определить название поверхности;
- в) исследовать методом сечений поверхности второго порядка, заданной каноническим уравнением;
- г) выписать формулы преобразования координат и определить координаты нового начала;
- д) сделать чертёж.

Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг системы векторов.

Дается определение строчного и столбцового рангов матрицы. Рассматриваются свойства рангов матриц и различные примеры. Приводятся способы вычисления ранга матрицы с помощью 1) приведения матрицы к виду трапеции путём элементарных преобразований над матрицами; 2) окаймления минорами. Дается понятие ранга системы векторов. Рассматриваются свойства ранга системы векторов и их использование для нахождения базиса и размерности линейных пространств и подпространств.

Следствия из теоремы о базисном миноре

Формулируется и доказывается теорема о ранге матрицы. Из доказанной теоремы выводится

- а) совпадение строчного и столбцового рангов матрицы,
- б) практическое правило вычисления ранга матрицы с помощью окаймляющих миноров.

КТ-1 "Линии и поверхности 2-го порядка"

Проверяется знание определений эллипса, гиперболы и параболы, их канонических уравнений в прямоугольной системе координат и в полярной системе координат, основных свойств эллипса, гиперболы и параболы, алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат путём переноса и поворота системы координат, знание канонических уравнений поверхностей второго порядка.

Раздел 2. Системы линейных уравнений

В этом разделе рассматривается один из фундаментальных способов исследования и решения неоднородных и однородных систем линейных уравнений (СЛНУ и СЛОУ) с любым конечным числом неизвестных с помощью ранга матрицы. Для этого доказывается теорема Кронекера - Капелли, из нее выводятся правила решения указанных систем. Рассматриваются свойства решений системы линейных однородных уравнений и связь решений соответствующих СЛНУ и СЛОУ.

Системы линейных уравнений: определение частного и общего решения. Теорема Кронекера - Капелли

Вводится определение общего и частного решений системы уравнений. Дается классификация систем линейных уравнений: однородная и неоднородная, совместная и несовместная, определённая и неопределённая. Рассматриваются основные свойства систем линейных уравнений и их преобразования, приводящие к системам, эквивалентным данной. Формулируется и доказывается теорема Кронекера-Капелли.

Обоснование практического способа решения СЛУ с помощью ранга матрицы. Общее решение СЛУ

Из теорема Кронекера-Капелли выводится практический способ исследования системы линейных уравнений (СЛУ) на совместность и нахождение решения СЛУ с помощью ранга матрицы. Формулируется алгоритм нахождения общего решения СЛУ.

КОЛЛОКВИУМ по теме "Линии и поверхности второго порядка"

Коллоквиум проводится в форме письменного мероприятия.

В работу включены теоретические вопросы по теории "Линии второго порядка":

- 1) Вывод канонического уравнения кривой второго порядка: эллипс, гипербола или парабола.
- 2) Определение кривой второго порядка: эллипс (полуоси, фокусы, директрисы, эксцентриситет), гипербола (полуоси, фокусы, директрисы, эксцентриситет, асимптоты), парабола (фокус, директриса, эксцентриситет, параметр параболы).
- 3) Вывод уравнения касательной к кривой второго порядка.
- 4) Полярное уравнение кривой второго порядка.
- 5) Построение чертежа кривой второго порядка.

В работу включены теоретические вопросы по теории "Поверхности второго порядка":

- 1) Полное исследование поверхности второго порядка методом сечений.
- 2) Построение чертежа поверхности второго порядка
- 3) Классификация поверхностей второго порядка.
- 4) Цилиндрические, конические поверхности. Поверхности вращения.

Системы линейных однородных уравнений и пространства их решений

Рассматриваются свойства решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Доказывается, что множество всех решений СЛОУ является линейным подпространством арифметического n -мерного пространства. Находится базис и размерность этого подпространства.

Связь решений однородной и неоднородной СЛУ

Рассматривается связь общего решения системы линейных неоднородных уравнений (СЛНУ) и общего решения соответствующей СЛОУ. Показывается, что

- 1) разность двух решений неоднородной системы - это решение приведённой однородной системы;
- 2) сумма решения однородной системы и решения приведённой однородной системы - это решение неоднородной системы;
- 3) общее решение неоднородной системы представляется в виде суммы частного решения неоднородной системы и линейной комбинации фундаментальных решений её приведённой однородной системы.

Практическая работа "Решение систем линейных однородных и неоднородных уравнений с использованием ранга матрицы"

Практическая работа состоит из трёх заданий:

- 1) Найти фундаментальную систему решений (ФСР) однородной системы и выразить через неё общее решение этой системы;
- 2) Исследовать неоднородную систему на совместность, найти общее решение системы, выразив его через ФСР приведённой однородной системы и частное решение неоднородной системы;
- 3) Найти общее решение неоднородной системы, выразив основные неизвестные через свободные.

КТ-2 "Ранг матрицы и системы линейных уравнений"

Проверяется знание понятий ранга матрицы, однородных (СЛОУ) и неоднородных (СЛНУ) систем линейных уравнений, общего и частного решений СЛУ, ранга матрицы, базисного минора, фундаментальной системы решений (ФСР) однородной системы уравнений; применение теоремы Кронекера - Капелли для исследования вопроса о совместности СЛУ; нахождение общего и частного решений СЛУ; знание связи решений СЛНУ и соответствующей СЛОУ.

Раздел 3. Линейные преобразования линейных пространств

Дается определение линейного оператора, действующего из одного линейного пространства в другое. Выводятся его свойства и приводятся примеры. Дается матричная запись линейного оператора в данной паре базисов и устанавливается взаимное соответствие между матрицами и операторами. Определяются собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, рассматриваются их свойства и способы нахождения. Рассматриваются свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Вводится понятие спектра и простого спектра. Доказывается теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

Определение линейного отображения и линейного преобразования линейных пространств. Координаты образа вектора при линейном преобразовании

Дается определение линейного отображения, действующего из одного линейного пространства в другое и линейного преобразования, действующего в линейном пространстве. Выводятся свойства линейного преобразования и приводятся примеры. Рассматривается матрица линейного преобразования в данном базисе и устанавливается взаимное соответствие между матрицами и линейными преобразованиями. Дается матричная запись линейного преобразования.

Связь матриц линейного преобразования в разных базисах конечномерного линейного пространства. Операции над линейными преобразованиями

Выводится связь между матрицами данного линейного преобразования в двух парах базисов. Вводятся действия с линейными преобразованиями: сложение, умножение на элемент основного поля, умножение линейных преобразований. Доказываются их свойства.

Ядро и область значений линейного преобразования. Невырожденные линейного преобразования.

Дается определение области значений линейного преобразования. Показывается, что область значений линейного преобразования является линейным подпространством линейного пространства. Определяется размерность области значений линейного преобразования. Дается определение ядра линейного преобразования. Показывается, что ядро линейного преобразования является линейным подпространством линейного пространства. Определяется размерность ядра линейного преобразования. Дается определение невырожденного линейного преобразования и формулируются условия невырожденности линейного преобразования.

Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Линейные преобразования с простым спектром

Определяются собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, рассматриваются их свойства и способы нахождения. Рассматриваются свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Вводится понятие спектра и простого спектра. Доказывается теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

Практическая работа "Матрица линейного преобразования. Связь координат вектора и его образа"

В работу включены задания следующих трёх типов:

- 1) В линейном пространстве определено отображение. Необходимо доказать, что отображение является линейным и найти матрицу этого отображения в некотором базисе;
- 2) по данной матрице линейного преобразования в одном базисе линейного пространства определить матрицу этого преобразования в другом базисе этого пространства, если известна связь между этими базисами.
- 3) по данной матрице линейного преобразования в базисе определить образы базисных векторов и

векторов, являющихся линейными комбинациями базисных векторов линейного пространства.

Практическая работа "Ядро, область значений линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования"

В данную работу включены задания следующих типов:

- 1) Дано линейное преобразование линейного пространства. Описать ядро и область значений этого линейного преобразования. Определить базис и размерность ядра и области значений этого линейного преобразования.
- 2) Дана матрица линейного преобразования линейного пространства. Определить собственные значения и собственные векторы этого линейного преобразования.

КТ-3 "Линейные преобразования линейных пространств".

В работу включены задания следующих типов:

- 1) Проверить, что данное отображение является линейным оператором.
- 2) Найти матрицу линейного оператора, если даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор.
- 3) Оператор задан матрицей в одной паре базисов, найти его матрицу в другой паре базисов.
- 4) Найти координаты образа вектора, если даны координаты самого вектора или наоборот.
- 5) Найти ядро и область значений линейного оператора, заданного либо матрицей, либо правилом.
- 6) Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.

Раздел 4. Евклидовы и унитарные пространства

В этом разделе определяется скалярное произведение векторов в линейных пространствах над полями действительных и комплексных чисел. В первом случае линейное пространство называется евклидовым, во втором - унитарным. Изучаются евклидовы векторные пространства. Рассматриваются примеры, свойства и способы задания скалярного произведения, вводятся понятия длины вектора, угла между векторами, ортогональности векторов, ортогонального дополнения вектора. Рассматривается ортонормированный базис и его свойства. Изучаются частные виды линейных преобразований евклидова пространства: преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию, самосопряженные линейные преобразования, ортогональные преобразования. Рассматривается построение ортонормированного базиса, ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство.

Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Определение евклидовых и унитарных пространств. Матрица Грама. Введение метрики

Дается определение скалярного произведения в линейном пространстве над полем действительных (комплексных) чисел, выводятся его свойства, приводятся примеры. Дается определение евклидова (унитарного) пространства. Приводятся способы задания скалярного произведения. Вводится матрица Грама, рассматриваются ее свойства.

Ортогональность векторов в евклидовом пространстве. Длина и угол между векторами. Ортонормированные базисы

Дается определение длины вектора, угла между векторами и ортогональных векторов. Выводятся свойства ортогональных векторов. Рассматривается понятие ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство. Вводится понятие ортонормированных базисов. Доказывается теорема: любой базис может быть ортонормирован. Выводится формула скалярного произведения в ортонормированном базисе.

Ортогональные линейные преобразования евклидовых пространств

Вводится определение ортогонального преобразования евклидова пространства, доказываются их свойства и способы задания. Определяется матрица ортогонального преобразования. Устанавливается связь между ортогональными преобразованиями и ортогональными матрицами, если зафиксирован ортонормированный базис.

Сопряжённые и самосопряженные линейные преобразования евклидовых пространств

Вводится определение преобразования сопряженного данному линейному преобразованию, рассматриваются свойства такого преобразования и его матрица. Как частный случай рассматриваются самосопряженные преобразования и их матрицы.

Практическая работа "Процесс ортогонализации. Ортогональный и ортонормированный базис подпространства".

В работу включены задания следующих типов:

- 1) Определить будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве.
- 2) Найти матрицу Грама данного скалярного произведения для данного базиса.
- 3) Найти скалярное произведения данных векторов, если оно задано
 - а) матрицей Грама,
 - б) формулой.
- 4) найти длину вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение.
- 5) На основе данной линейно независимой системы векторов получить ортогональный (ортонормированный) базис.

Практическая работа "Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора"

В работу входят задания следующих типов:

- 1) Найти ортогональную проекцию данного вектору на подпространство.
- 2) Найти ортогональную составляющую данного вектору на подпространство.

КТ-4 "Преобразования евклидовых пространств"

В работу включены задания типа:

- 1) Найти преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию евклидова пространства, если данное преобразование задано матрицей или правилом. Составить его матрицу.
- 2) Проверить, будет ли данное преобразование евклидова пространства самосопряженным. Если будет, то найти его матрицу.
- 3) Будет ли данное преобразование евклидова пространства ортогональным. Если будет, то найти его матрицу.
- 4) Проверить, будет ли данная матрица ортогональной.

Раздел 5. Билинейные и квадратичные формы

В этом разделе дается определение билинейной формы. Квадратичная форма определяется как частный случай симметрической билинейной формы. Рассматриваются свойства и способы задания квадратичной формы. Доказывается теорема о приведении любой квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Для квадратичных форм над полем действительных чисел рассматривается закон инерции.

1. Билинейные формы

Дается определение билинейной формы. Вводится матрица билинейной формы и приводится матричная

запись формы. Рассматриваются симметрические билинейные формы и их канонический и нормальный виды.

2. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Закон инерции действительных квадратичных форм

Дается определение квадратичной формы и ее матрицы. Приводится матричная запись квадратичной формы. Выводится формула, связывающая матрицы квадратичной формы в разных базисах (преобразование матрицы квадратичной формы при не вырожденном преобразовании переменных). Доказываются теоремы 1) о приведении квадратичной формы к каноническому и нормальному видам, 2) закон инерции действительных квадратичных форм.

3. Положительно определённые и распадающиеся квадратичные формы

Дается определение положительно определенной квадратичной формы. Доказываются два необходимых и достаточных условия положительной определенности квадратичной формы. Дается определение распадающейся квадратичной формы. Доказывается необходимое и достаточное условия существования действительной и комплексной квадратичных форм.

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Итоговое контрольное мероприятие проводится в письменной форме и включает вопросы следующих тем:

- 1) Ранг матрицы и системы линейных уравнений.
- 2) Линейные преобразования линейных пространств.
- 3) Евклидовы и унитарные пространства и их преобразования.
- 4) Билинейные и квадратичные формы.

Каждый билет содержит три теоретических вопроса и два практических:

- 1) Теоретический вопрос из темы "Ранг матрицы и системы линейных уравнений" - 10 баллов;
- 2) Теоретический вопрос из темы "Линейные преобразования линейных пространств"- 10 баллов;
- 3) Теоретический вопрос из темы "Евклидовы и унитарные пространства и их преобразования"- 10 баллов;
- 4) Практическое задание по теме "Билинейные и квадратичные формы" - 5 баллов;
- 5) Практическое задание по одной из тем 1-3 - 5 баллов.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по математическим специальностям / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. - Санкт Петербург: Лань, 2007, ISBN 978-5-8114-0427-8. - 288.
2. Половицкий Я. Д. Алгебра. учебное пособие для студентов механико-математического и физического факультетов : в 3 ч. Ч. 1, 2 / Я. Д. Половицкий ; Федеральное агентство по образованию, Пермский государственный университет. - 2-е изд., стер. - Пермь, 2010, ISBN 978-5-7944-1455-4. - 2062. - Библиогр.: с. 202
3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / И. В. Проскуряков. - Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 1999, ISBN 5-93208-009-4. - 384.
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч. 2. Линейная алгебра — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 368 с. — ISBN 978-5-94057-454-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://psu.bibliotech.ru/Reader/Book/8336>
5. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов / О. Н. Цубербиллер. - Санкт-Петербург: Лань, 2005, ISBN 5-8114-0475-1. - 336.
6. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч. 1.: Основы алгебры — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 272 с. — ISBN 978-5-94057-453-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://psu.bibliotech.ru/Reader/Book/8335>
7. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие / под ред. Ю. М. Смирнова. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: Логос, 2005, ISBN 5-94010-375-8. - 376. - Библиогр.: с. 371-372
8. Аналитическая геометрия : практикум. Учебное пособие / Е. Б. Малышева, А. Ю. Лемин, Л. Ю. Фриштер, Р. З. Хайруллин. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 99 с. — ISBN 978-5-7264-0826-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/26850>

Дополнительная:

1. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи : учебное пособие / А. А. Гусак. — Минск : ТетраСистемс, 2011. — 265 с. — ISBN 978-985-536-229-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/28035>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/v-n-pavelkin-t-m-konevskikh-analiticheskaya-geometriya-sbornik-zadach> Аналитическая геометрия. Сборник задач

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/t-m-konevskikh-a-n-oglezneva-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-algebra> Алгебра и аналитическая геометрия. Алгебра

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/v-n-pavelkin-t-m-konevskikh-analiticheskaya-geometriya-sbornik-zadach> Аналитическая геометрия. Сборник задач.

<http://www.psu.ru/nauka/elektronnye-publikatsii/uchebnye-posobiya-i-metodicheskie-materialy/t-m-konevskikh-a-n-oglezneva-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-algebra> Алгебра и аналитическая геометрия. Алгебра

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Алгебра и аналитическая геометрия** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Алгебра и аналитическая геометрия**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения алгебры и аналитической геометрии</p> <p>УМЕТЬ: решать различные задачи методами алгебры и аналитической геометрии; контролировать правильность вычислений; приобретать новые знания.</p> <p>ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом алгебры и аналитической геометрии, навыками теоретического анализа полученных результатов.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории алгебры и аналитической геометрии. Не знает основные формулы алгебры и аналитической геометрии и не умеет применять их при решении задач. Не контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Имеет общие знания основных понятий и утверждений алгебры и аналитической геометрии. Умеет решать ограниченный набор задач, используя основные формулы.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий и утверждений теории алгебры и аналитической геометрии. Умеет решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center">Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий и утверждений теории алгебры и аналитической геометрии. Умеет решать задачи в усложнённых постановках. Контролирует правильность вычислений. Самостоятельно приобретает новые знания</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 48 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 48 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ Входное тестирование	Сложение векторов. Умножение вектора на действительное число. Скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КТ-2 "Комплексные числа. Метод Гаусса. Операции над матрицами. Определители" Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Действия с комплексными числами. Операции над матрицами. Элементарные преобразования матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Приведение матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду или виду трапеции. Условия разрешимости системы линейных уравнений. Запись системы уравнений по преобразованной матрице. Нахождение общего решения системы уравнений. Определение и свойства определителя. Вычисление определителей любого порядка с использованием их свойств. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса и матричным методом.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КТ-3 "Линейные пространства. Элементы векторной алгебры" Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Матрица перехода. Координаты вектора. Связь координат вектора в разных базисах. Действия с векторами в координатах. Линейные подпространства. Линейное пространство геометрических векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Базисы во множестве всех геометрических векторов, во множествах коллинеарных и компланарных векторов. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение геометрических векторов. Применение скалярного произведения к решению задач. Векторное произведение векторов, его свойства, способы вычисления и применение к решению задач. Смешанное произведение векторов, его свойства, способы вычисления, применение к решению задач.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КТ-4 "Прямая на плоскости. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве". Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Аффинные и ортонормированные реперы на плоскости и в пространстве. Координаты точек. Аффинные и метрические задачи на плоскости и в пространстве. Условия, определяющие фигуру в системе координат. Различные виды уравнений прямой в аффинной и прямоугольной системах координат на плоскости. Угол между прямыми, расстояние от точки до прямой, перпендикулярность прямых на плоскости. Различные виды уравнений плоскости в аффинной и прямоугольной системах координат. Различные виды уравнений прямой в аффинной системе координат в пространстве. Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. Исследование взаимного расположения прямых и плоскостей. Метрические задачи для плоскости и прямой в пространстве.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Комплексные числа. Определители. Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Линейные пространства: определение и свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис линейного пространства, координаты вектора. Матрица перехода, связь координат вектора в разных базисах. Действия с геометрическими векторами. Скалярное произведение геометрических векторов. Аффинные и прямоугольные координаты точек. Аффинные и метрические задачи. Различные уравнения прямой на плоскости. Аффинные и метрические задачи на прямые на плоскости. Различные уравнения прямой и плоскости в пространстве. Аффинные и метрические задачи на прямую и плоскость в пространстве. Эллипс, гипербола и парабола. Упрощение уравнений линий второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
знает основные утверждения и теоремы планиметрии и стереометрии школьного курса геометрии.	40
знает основные утверждения и теоремы школьного курса алгебры. Умеет производить алгебраические преобразования и решать уравнения	30
знает основные геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Умеет построить чертёж и определить необходимые параметры фигуры: площади, высоты, радиусы вписанной и описанной окружности, свойства средней линии.	30

КТ-2 "Комплексные числа. Метод Гаусса. Операции над матрицами. Определители"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Решение всех задач раздела правильное, полное, обоснован каждый шаг решения.	20
Умеет представлять комплексное число в тригонометрической форме и выполнять любые операции над комплексными числами в тригонометрической и алгебраической формах, умеет производить операции над матрицами любой размерности, умеет решать системы линейных уравнений любого числа уравнений и любого числа неизвестных. При решении задач допускаются арифметические ошибки, решение недостаточно обосновано и является неполным.	15
Умеет представлять комплексное число в тригонометрической форме и выполнять операции умножения, деления и возведения в целую степень над комплексными числами в тригонометрической форме, применяет различные методы вычисления определителей до 3-го порядка, умеет производить операции над квадратными и прямоугольными матрицами, умеет решать системы линейных уравнений любого числа уравнений и любого числа неизвестных и записывать общее решение.	10
Умеет выполнять операции над комплексными числами только в алгебраической форме, может вычислить определитель только 2-го и 3-го порядков, умеет производить операции над квадратными матрицами, может решить систему двух (трёх) уравнений с двумя (тремя) неизвестными, имеющую только единственное решение одним из трёх способов: матричным методом, методом Гаусса или методом Крамера.	5
Решение полностью неверно	0

КТ-3 "Линейные пространства. Элементы векторной алгебры"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **25**

Проходной балл: **12.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знает все определения, теоремы, примеры линейных пространств. Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством и какова его размерность, умеет находить базис этого пространства. Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их алгебраические и геометрические свойства и умеет применять эти произведения к решению различных метрических задач. Дается полное обоснование решения, получен правильный ответ.	25
Знает все определения, теоремы, примеры линейных пространств. Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством и какова его размерность, умеет находить базис этого пространства. Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их алгебраические и геометрические свойства и умеет	20

применять эти произведения к решению различных метрических задач. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, некоторые шаги решения задач недостаточно обоснованы.	
Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством, но размерность и базис пространства определить не может. Знает определения скалярного, векторного и произведений векторов, умеет применять эти произведения к решению задач только в прямоугольно декартовой системе координат. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, при решении задач нет полного обоснования действий.	12.5
Решение абсолютно неверно	0

КТ-4 "Прямая на плоскости. Уравнение плоскости. Прямая и плоскость в пространстве".

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **25**

Проходной балл: **12.5**

Показатели оценивания	Баллы
Может найти уравнение прямой на плоскости, уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости по различным условиям задания; видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей. Обосновывает каждый шаг решения задачи и получает абсолютно правильный ответ.	25
Может найти уравнение прямой на плоскости, уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости по различным условиям задания; не всегда видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и не может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых (двух плоскостей) в случае, когда они задаются одинаковыми условиями. Обосновывает не каждый шаг решения задачи, ход решения верный, могут быть допущены арифметические ошибки.	12.5
Решение абсолютно неверно	0

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Дан верный с подробным доказательством и примерами ответ на первый теоретический вопрос.	13
Дан верный с подробным доказательством и примерами ответ на второй теоретический вопрос.	13

Приведено верное с подробными объяснениями решение первого практического задания.	7
Приведено верное с подробными объяснениями решение первого практического задания.	7

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками	КТ-1 "Линии и поверхности 2-го порядка" Письменное контрольное мероприятие	Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной канонической системе координат и в полярной системе координат. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КОЛЛОКВИУМ по теме "Линии и поверхности второго порядка" Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в специальной системе полярных координат. Преобразование уравнения линии второго порядка, заданной в прямоугольной системе координат путём поворота и переноса системы координат. Классификация линий второго порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Поверхности второго порядка. Исследование формы поверхности методом сечений. Прямолинейные образующие поверхности.</p>
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КТ-2 "Ранг матрицы и системы линейных уравнений" Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Основная и расширенная матрицы системы линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли. Схема решения СЛУ на основе теоремы Кронекера - Капелли. Основные и свободные неизвестные. Общее и частное решения СЛУ. Свойства решений СЛОУ. Фундаментальная система решений. Связь решений данной СЛНУ и соответствующей СЛОУ.</p>
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КТ-3 "Линейные преобразования линейных пространств". Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Определение и свойства линейного оператора (преобразования). Способы задания линейного оператора (преобразования). Матрица линейного оператора (преобразования). Связь матриц линейного оператора (преобразования) в двух парах базисов (в двух базисах). Связь координат вектора и его образа. Алгебраические действия с линейными операторами (преобразованиями). Ядро и область значений линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>КТ-4 "Преобразования евклидовых пространств" Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Матрица Грама и ее свойства. Способы задания скалярного произведения. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Ортогональное дополнение вектора и евклидова подпространства. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора. Линейное преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию., его свойства. Самосопряженные линейные преобразования и их свойства. Ортогональные преобразования и их свойства.</p>
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Линейные операторы. Евклидовы пространства и их преобразования. Квадратичные формы.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

КТ-1 "Линии и поверхности 2-го порядка"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
<p>Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат и умеет его применять. Умеет находить уравнение касательной к кривой. Знает классификацию поверхностей и может по уравнению определить тип этой поверхности. Может исследовать поверхность сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Построить чертёж поверхности и кривой второго порядка.</p>	10
<p>Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго</p>	5

<p>порядка при преобразовании прямоугольных координат, но не умеет его применять. Знает классификацию поверхностей, но не может по уравнению определить тип этой поверхности. Не может исследовать поверхность сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Может построить чертёж поверхности и кривой второго порядка в случае отсутствия поворотов и сдвигов.</p>	
<p>Не знает определений эллипса, гиперболы, параболы и окружности, не знает канонических уравнений этих кривых. Не знает классификацию поверхностей и не может по уравнению определить тип этой поверхности. Не может построить чертёж поверхности и кривой второго порядка.</p>	0

КОЛЛОКВИУМ по теме "Линии и поверхности второго порядка"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7.5**

Показатели оценивания	Баллы
Проведено полное исследование поверхности второго порядка методом сечений.	4
Теоретический вопрос на тему "Линии второго порядка". Приведен вывод канонического уравнения кривой второго порядка: эллипс, гипербола или парабола.	4
Верно построен чертеж кривой второго порядка	2
Верно построен чертеж поверхности второго порядка	2
Теоретический вопрос на тему "Линии второго порядка". Дано определение кривой второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.	2
Определен тип поверхности по её каноническому виду.	1

КТ-2 "Ранг матрицы и системы линейных уравнений"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **5**

Проходной балл: **2.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знает классификацию СЛУ: однородные и неоднородные, совместные и несовместные, определение ФСР. Умеет применять критерий Кронекера-Капелли для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Может находить ФСР однородной СЛУ и записывать общее решение этой системы. Знает связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Умеет находить общее решение неоднородной СЛУ через общее решение соответствующей однородной системы и частное решение неоднородной системы.	5
Знает классификацию СЛУ: однородные и неоднородные, совместные и несовместные. Умеет применять критерий Кронекера-Капелли для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Допускает ошибки при нахождении ранга системы (рассматривает не все окаймляющие миноры матриц), построении ФСР однородной СЛУ и	2.5

записи общего решения этой системы. Знает связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Умеет находить общее решение неоднородной СЛУ, выражая основные неизвестные через свободные.	
Не знает определение ФСР, критерий Кронекера-Капелли и не умеет его применять для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Не может находить ФСР однородной СЛУ и записывать общее решение этой системы. Не умеет находить общее решение неоднородной СЛУ через общее решение соответствующей однородной системы и частное решение неоднородной системы.	0

КТ-3 "Линейные преобразования линейных пространств".

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7.5**

Показатели оценивания	Баллы
Правильно определены собственные векторы линейного преобразования.	3
Правильно определены ядро и область значений линейного оператора (преобразования).	3
Правильно доказано, что данный оператор (преобразование) является линейным.	2
Правильно найдена матрица линейного оператора (преобразования).	2
Правильно определены собственные значения линейного преобразования.	2
Правильно определяется связь матриц линейного преобразования в двух базисах.	1.5
Правильно определена связь координат вектора и его образа.	1
Правильно определены размерности ядра и области значений линейного преобразования	.5

КТ-4 "Преобразования евклидовых пространств"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Правильно построен ортогональный базис для системы векторов в евклидовом пространстве.	3
Правильно определена длина вектора.	2
Правильно проведена проверка того, что данное отображение будет скалярным произведением векторов в линейном пространстве.	2
Правильно построен ортонормированный базис в евклидовом пространстве.	2
Правильно применяются определение и свойства матрицы Грама, определяется связь матриц Грама в разных базисах.	2
Правильно найдены ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на данное линейное подпространство (на данный вектор).	2

Правильно определён угол между векторами.	2
---	---

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Дан верный с полным обоснованием ответ на первый теоретический вопрос.	10
Дан верный с полным обоснованием ответ на третий теоретический вопрос.	10
Дан верный с полным обоснованием ответ на второй теоретический вопрос.	10
Верно с полным обоснованием выполнено второе практическое задание.	5
Верно с полным обоснованием выполнено первое практическое задание.	5