

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

**Авторы-составители: Гусаренко Сергей Алексеевич
Скачкова Елена Александровна**

Рабочая программа дисциплины

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Код УМК 92162

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Дополнительные главы дифференциальных уравнений

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « С.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Специальность: **01.05.01** Фундаментальные математика и механика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Дополнительные главы дифференциальных уравнений** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.05.01 Фундаментальные математика и механика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач

ПК.1 Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Индикаторы

ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований

ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.05.01 Фундаментальные математика и механика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	13
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	36
Проведение лекционных занятий	12
Проведение практических занятий, семинаров	24
Самостоятельная работа (ак.час.)	72
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (13 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Входной контроль

Входным контролем предусмотрена проверка знаний основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а также методов решения

Основные свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений

Абсолютно непрерывные решения уравнений. Условие Каратеодори. Общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Поле направлений и интегральные кривые. Разрешимость задачи Коши: локальное решение, продолжаемость, глобальное решение (теорема Пеано). Единственность решения задачи Коши (теорема Огсуда). Структура множества решений задачи Коши (теорема Кнезера).

Дифференциальные и интегральные неравенства

Верхнее и нижнее решение. Дифференциальные неравенства. Условие Важевского. Интегральные неравенства. Неравенства Бихари и Гронуолла-Беллмана.

Системы линейных дифференциальных уравнений

Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля. Матрица-функция Коши. Краевые задачи и матрица-функция Грина. Системы с постоянными коэффициентами и клетки Жордана. Матричная экспонента.

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.

Фундаментальная система решений. Определитель Вронского и формула Лиувилля. Функция Коши. Краевые задачи и функция Грина. Осцилляция решений уравнений второго порядка. Теорема Штурма.

Операционный метод решения дифференциальных уравнений

Преобразование Лапласа. Формула обращения. Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом.

Контрольная точка 1

Письменное контрольное мероприятие. Проверяются знания, умения и навыки, полученные при изучении тем

Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение функций Коши и Грина.

Автономные уравнения.

Структура решений в окрестности особой точки. Предельное поведение траекторий. Классификация особых точек.

Устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений.

Устойчивость линейных уравнений. Критерий Рауса-Гурвица. Устойчивость по линейному приближению. Функция Ляпунова и теорема об устойчивости Ляпунова.

Специальные функции

Цилиндрические, сферические и гипергеометрические функции. Ортогональные полиномы.

Контрольная точка 2

Письменное контрольное мероприятие. Проверяются знания, умения и навыки, полученные при изучении темы Устойчивость решений уравнений

Итоговое контрольное мероприятие

Проверяются знания, умения и навыки, приобретенные в ходе изучения дисциплины

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : справочник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 196 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02690-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/453009>
2. Дифференциальные уравнения. Устойчивость и оптимальная стабилизация : учебное пособие для вузов / А. Н. Сесекин [и др.] ; ответственный редактор А. Н. Сесекин ; под научной редакцией А. Ф. Шорикова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 ; Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та. — 119 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-08215-9 (Издательство Юрайт). — ISBN 978-5-7996-1791-2 (Изд-во Урал. ун-та). — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/441636>
3. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : справочник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02685-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/452277>

Дополнительная:

1. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения Т. 2/Дж. Сансоне ; пер. с итальянского Н. Я. Виленкин.-Москва:Издательство иностранной литературы,1954.-416.-Библиогр.: с. 390-405
2. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений:учеб. пособие для ун-тов по спец. "Математика"/Ю. Н. Бибииков.-М.:Высш. школа,1991, ISBN 5-06-001006-6.-302.
3. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения Т. 1/Дж. Сансоне ; пер. с итальянского Н. Я. Виленкин ; авт. предисл. В. В. Немыцкий.-Москва:Издательство иностранной литературы,1953.-347.-Библиогр.: с. 326-335
4. Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений/Э. А. Коддингтон, Н. Левинсон ; пер. с англ. Б. М. Левитана.-Москва:Иностранная литература,1958.-474.-Библиогр.: с. 457-462
5. Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений:учебное пособие для физико-математических специальностей вузов/В. И. Арнольд.-Москва:Наука,1978.-304.

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Дополнительные главы дифференциальных уравнений** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Дополнительные главы дифференциальных уравнений**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>ЗНАТЬ: основные типы дифференциальных уравнений, их свойства и методы их исследований, основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений в применении к задачам профессиональной деятельности; УМЕТЬ: применять методы теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах, уметь строить и содержательно интерпретировать математические модели с помощью дифференциальных уравнений контролировать правильность вычислений; ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории дифференциальных уравнений; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации;</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные типы дифференциальных уравнений, их свойства и методы их исследований, основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений в применении к задачам профессиональной деятельности; Не применять методы теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах, не умеет строить и содержательно интерпретировать математические модели с помощью дифференциальных уравнений контролировать правильность вычислений Не владеет основным понятийным аппаратом теории дифференциальных уравнений; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации;</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Демонстрирует частично сформированные знания основных типов дифференциальных уравнений, их свойств и методов их исследований, основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений в применении к задачам профессиональной деятельности; Частично сформированы умения применять методы теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах, строить и содержательно интерпретировать математические модели с помощью дифференциальных уравнений контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания Слабо владеет основным понятийным аппаратом теории дифференциальных</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>уравнений; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации;</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Демонстрирует сформированные, но содержащую отдельные пробелы знания основных типов дифференциальных уравнений, их свойств и методов их исследований, основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений в применении к задачам профессиональной деятельности; Умеет применять методы теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах, умеет строить и содержательно интерпретировать математические модели с помощью дифференциальных уравнений контролировать правильность вычислений, но ответ содержит неточности. Владеет основным понятийным аппаратом теории дифференциальных уравнений; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации, делает ошибки</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Демонстрирует сформированные знания основных типов дифференциальных уравнений, их свойств и методов их исследований, основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений в применении к задачам профессиональной деятельности; Демонстрирует сформированные умения применять методы теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах, умения строить и содержательно интерпретировать математические модели с помощью дифференциальных уравнений контролировать правильность вычислений Уверенно владеет основным понятийным аппаратом теории дифференциальных уравнений; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации;</p>

ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Уметь формулировать объект и предмет исследования, научную проблему в области дифференциальных уравнений	Неудовлетворител Не умеет формулировать объект и предмет исследования, научную проблему в области дифференциальных уравнений Удовлетворительн Демонстрирует частично сформированное умение формулировать объект и предмет исследования, научную проблему в области дифференциальных уравнений Хорошо Демонстрирует сформированное, но содержащее пробелы умение формулировать объект и предмет исследования, научную проблему в области дифференциальных уравнений Отлично Демонстрирует сформированное умение формулировать объект и предмет исследования, научную проблему в области дифференциальных уравнений
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований	Знает постановки классических задач теории дифференциальных уравнений. Умеет решать профессиональные задачи, касающиеся теории дифференциальных уравнений.	Неудовлетворител Не знает постановки классических задач теории дифференциальных уравнений. Не умеет решать профессиональные задачи, касающиеся теории дифференциальных уравнений. Удовлетворительн Демонстрирует частично сформированные знания постановок классических задач теории дифференциальных уравнений, частично сформированные умения и навыки решения профессиональных задач, касающихся теории дифференциальных уравнений. Хорошо Демонстрирует сформированные, но содержащие пробелы знания постановок классических задач теории

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>дифференциальных уравнений, сформированные умения и навыки решения профессиональных задач, касающихся теории дифференциальных уравнений, содержат пробелы</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Демонстрирует сформированные знания постановок классических задач теории дифференциальных уравнений, сформированные умения и навыки решения профессиональных задач, касающихся теории дифференциальных уравнений.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	Входным контролем предусмотрена проверка знаний основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а также методов решения
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Контрольная точка 1 Письменное контрольное мероприятие	Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение функций Коши и Грина.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p> <p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p> <p>ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Контрольная точка 2</p> <p>Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Структура решений в окрестности особой точки Устойчивость решений уравнений</p>
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p> <p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p> <p>ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие</p> <p>Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Основные свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные и интегральные неравенства. Линейные дифференциальные уравнения. Автономные уравнения и устойчивость решений.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами	25
Решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами	25
Доказательство существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка	25
Решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	25

Контрольная точка 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами. Построение функции Коши.	10
Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение матрицы-функции Коши.	10
Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение функции Грина.	5
Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение функции Коши.	5

Контрольная точка 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **10 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Описание структуры решений автономного уравнения в окрестности особой точки	10
Нахождение условий устойчивости решений уравнений нелинейного уравнения.	10
Нахождение условий устойчивости решений уравнений линейного уравнения с постоянными коэффициентами.	10

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений.	8
Знает основные элементы теории линейных дифференциальных уравнений.	8
Знает теоремы об дифференциальных и интегральных неравенствах	8
Знает основные элементы теории устойчивости решений уравнений.	8
Знает основные свойства решений автономных уравнений.	8