

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

Авторы-составители: **Скачкова Елена Александровна  
Левко Светлана Владимировна  
Шилова Елена Алексеевна**

**Кафедра математических и естественнонаучных дисциплин**

Авторы-составители: **Зенцова Инна Михайловна**

Рабочая программа дисциплины

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Код УМК 68627

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Математический анализ

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика  
направленность Математическое моделирование и информационные технологии

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математический анализ** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.02** Прикладная математика и информатика (направленность : Математическое моделирование и информационные технологии)

**ОПК.1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

**ОПК.1.2** Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты

**ОПК.1.3** Использует практический опыт решения стандартных математических задач

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Математическое моделирование и информационные технологии)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	2,3,4,5
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	15
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	540
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	210
<b>Проведение лекционных занятий</b>	112
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	98
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	330
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (4) Письменное контрольное мероприятие (8)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (2 триместр) Зачет (3 триместр) Экзамен (4 триместр) Экзамен (5 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Второй триместр

#### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверка знаний теории пределов и дифференцирования ФОП.

#### Тема 1. Интегрирование ФОП

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинома (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений.

Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла.

Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем.

Свойства определенного интеграла с верхним переменным пределом, связь определенного интеграла с неопределенным. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

#### КТ 1

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинома (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений.

Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения.

#### Тема 2. Дифференцирование ФНП

Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости функции в точке, их эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции.

Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы.

Производная по направлению. Градиент

Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

Дифференциалы высших порядков, не инвариантность их формы. Формула Тейлора.

#### КТ 2

Нахождение производной сложной функции нескольких переменных, дифференциала. Вычисление градиента и производной по направлению. Исследование функции на экстремум.

#### ИКМ 1

Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их

формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.

### **Третий триместр**

#### **Тема 3. Числовые ряды**

Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерий сходимости знакоположительного ряда. Признаки сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак.

Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле.

#### **КТ 3**

Исследовать числовой ряд на сходимость. Проверить необходимое условие сходимости. Использование признаков сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак.

Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Признак Абеля- Дирихле.

#### **Тема 4. Функциональные ряды**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование.

Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Оценка погрешностей.

Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.

Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.

#### **КТ 4**

Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Приближённые вычисления. Разложение функций в ряд Фурье. Построение графика суммы ряда Фурье.

#### **ИКМ 2**

Знание основных понятий математического анализа, используемых во 3 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых во 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 3 триместре.

## **Четвертый триместр**

### **Тема 5. Кратные интегралы**

Задача об объеме криволинейного цилиндра. Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу, их свойства. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области.

Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.

Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади квадратуемой фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки).

Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле.

### **КТ 5**

Поменять порядок интегрирования, найти объем тела, расставить пределы интегрирования в декартовой и другой системах координат, уметь изобразить тело, объем которого надо посчитать.

### **Тема 6. Интегралы, зависящие от параметра**

Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.

Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости.

Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра: непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость; изменение порядка двух несобственных интегрирований.

Эйлеровы интегралы  $\Gamma(a)$  и  $B(a,b)$  и их свойства. Применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов.

### **КТ 6**

Исследование собственного интеграла, зависящего от параметра на непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.

Исследование на сходимость и равномерную сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Применение Эйлеровых интегралов к вычислению определенных и кратных интегралов.

### **ИКМ 3**

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.

## **Пятый триместр**

### **Тема 7. Криволинейные интегралы**

Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, способ

вычисления, механическая интерпретация.

Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, способ вычисления. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Механическая интерпретация.

Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.

#### **КТ 7**

Вычисление криволинейных интегралов первого рода.

Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.

#### **Тема 8. Поверхностные интегралы**

Поверхностный интеграл первого рода. Определение, способ вычисления. Механические приложения.

Двусторонние поверхности, ориентация поверхности. Поверхностный интеграл второго рода.

Определение, сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода.

Формула Остроградского. Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов.

Понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям: абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Остроградского-Гаусса.

#### **КТ 8**

Вычисления поверхностных интегралов первого рода. Механические приложения.

Двусторонние поверхности, ориентация поверхности. Вычисление поверхностных интегралов второго рода, сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов.

#### **ИКМ 4**

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 5 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых в 5 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 5 триместре.



## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Быкова, О. Н. Практикум по математическому анализу : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. — Москва : Прометей, 2014. — 277 с. — ISBN 978-5-9905-8861-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/30409>
2. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/454528>
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 315 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437204>
4. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 1 / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001. — 432 с. — ISBN 5-211-04483-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13140>

### Дополнительная:

1. Андреева, И. Ю. Основы математического анализа. Функция нескольких переменных, дифференциальные уравнения, кратные интегралы : учебное пособие / И. Ю. Андреева, О. И. Вдовина, Н. В. Гредасов ; под редакцией А. Н. Сесекин. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 99 с. — ISBN 978-5-7996-0999-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/69869.html>
2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437203>
3. Рогова, Н. В. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление : учебное пособие / Н. В. Рогова, Л. А. Соловьева, О. В. Старожилова. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 225 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/75384.html>
4. Сборник задач по математическому анализу. 2 семестр : учебное пособие / О. Е. Дмитриева, Т. С. Мурзина, Л. А. Подмогаева, В. К. Трофимов. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2011. — 91 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/54799.html>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математический анализ** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение: ОС Microsoft Windows (предустановленная версия - OEM или версия согласно лицензионным соглашениям); пакет офисных приложений Microsoft Office (версия согласно лицензионным соглашениям); Kaspersky Endpoint Security for Business; Справочно-правовая система «Консультант Плюс».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа.

Основное оборудование: специализированная мебель, меловая доска, переносной проектор, переносной экран, ноутбук.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского (практического) типа, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основное оборудование: специализированная мебель, ноутбук, переносной проектор, экран, меловая доска.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещение библиотеки СГПИ филиал ПГНИУ.

Помещение библиотеки СГПИ филиал ПГНИУ, оснащенное компьютерной техникой, с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ПГНИУ; ауд. 317 (корп.2).

Основное оборудование: специализированная мебель, меловая доска, проектор, экран, ноутбуки, телевизор.

ПО в библиотеке СГПИ филиал ПГНИУ: ОС Microsoft Windows (предустановленная версия - OEM или версия согласно лицензионным соглашениям); пакет офисных приложений Microsoft Office (версия согласно лицензионным соглашениям); Kaspersky Endpoint Security for Business; Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»; Яндекс.Браузер (свободно распространяемое ПО) и/или Google Chrome (свободно распространяемое ПО); ОС «Альт Образование».

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математический анализ**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения математического анализа; <b>УМЕТЬ:</b> применять методы математического анализа в стандартных задачах, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания; <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным аппаратом понятий теории математического анализа, навыками теоретического анализа полученных результатов.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать ограниченный набор задач. Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные проблемы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Отлично</b></p> <p>Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b></p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности; УМЕТЬ: осуществлять первичный сбор и анализ материала по математическому анализу, интерпретировать различные математические объекты ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории математического анализа; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации;</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать ограниченный набор задач. Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные проблемы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Отлично</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности; УМЕТЬ: применять знания основных положений и концепций в области математического анализа; ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Имеет общие знания основных понятий и утверждений математического анализа.</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>математического анализа; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Умеет решать ограниченный набор задач, используя основные формулы.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные проблемы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать задачи в усложненных постановках. Контролирует правильность вычислений. Самостоятельно приобретает новые знания.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : набор 2020

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Знать основы теории множеств, теорию пределов последовательности и функции, понятия непрерывности функции, производной функции. Уметь проводить доказательство предела последовательности, исследовать на непрерывность функцию, находить дифференциал. Владеть навыками вычисления предела функции, производной указанного порядка, заданной разными способами.
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук <b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач <b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты	КТ 1 <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Знание методов интегрирования, применение их при вычислении неопределенного интеграла. Умение построить кривую, заданную в декартовых и полярных координатах. Знание формулы вычисления площади области, ограниченной такой кривой. Владение навыком вычисления длины дуги, объема тела вращения.



Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 2</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание приближённого вычисления значения функции двух переменных с помощью дифференциала. Знание методов вычисления частных производных функции, заданной неявно, в некоторой точке. Умение находить и изображать на чертеже области определения функции двух переменных. Умение проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных. Умение находить уравнения касательной плоскости к заданной поверхности, градиент и производную функции в заданном направлении. Владение навыком исследования функции двух переменных на экстремум.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>ИКМ 1</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет вычислять предел функции	3

Владеет навыком доказательства предела последовательности	2
Умеет исследовать на непрерывность функцию	2
Знает понятие дифференциала и его нахождение	1.5
Умеет вычислять производную указанного порядка	1.5

### КТ 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Владение навыком вычисления неопределенного интеграла.	13
Знание формулы вычисления площади плоской области.	7
Умение вычисления длины дуги.	5
Умение вычислять объем тела вращения.	5

### КТ 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Владение навыком исследования функции двух переменных на экстремум.	10
Умение находить и изображать на чертеже области определения функции двух переменных.	5
Знание методов вычисления частных производных функции, заданной неявно, в некоторой точке.	4
Умение находить уравнение касательной плоскости к заданной поверхности.	4
Умение определять градиент и производную функции в заданном направлении	4
Умение проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных	3

### ИКМ 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.	16

Умение применять теоремы для установления свойств функций одной переменной.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.	7
Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.	7

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 3</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание признаков сходимости числовых рядов, основных свойств сходящихся рядов, необходимого условия сходимости, критерия сходимости знакоположительного ряда. Умение применять достаточные признаки для исследования сходимости числовых рядов. Владение методами исследования абсолютной и условной сходимости знакопеременных рядов.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 4</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание понятия функциональной последовательности и функционального ряда, критерия Коши, признака Вейерштрасса, свойств равномерно сходящихся последовательностей и рядов, ортогональных систем функций, разложение функций в ряд Фурье. Умение разложить функцию ряд Тейлора, находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда, применять разложения к вычислению определённого интеграла. Владение методами оценки погрешности вычисления.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>ИКМ 2</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### КТ 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Умение применять достаточные признаки для исследования сходимости числовых рядов.	17
Знание признаков сходимости числовых рядов, основных свойств сходящихся рядов, необходимого условия сходимости, критерия сходимости знакоположительного ряда.	8

Владение методами исследования абсолютной и условной сходимости знакопеременных рядов.	5
--	---

#### **КТ 4**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умение разложить функцию ряд Тейлора. Умение находить область сходимости получившегося ряда.	9
Умение находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда	8
Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена.	5
Владение методами оценки погрешности вычисления.	4
Умение применить разложения к вычислению определённого интеграла.	4

#### **ИКМ 2**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.	16
Умение применять теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать.	7
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать.	7

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

#### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 5</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формулы вычисления площади плоской области и формулы вычисления объёма пространственного тела. Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (внешнее интегрирование по <math>x</math>, внешнее интегрирование по <math>y</math>, в полярных координатах). Умение изобразить пространственное тело, ограниченное некоторыми поверхностями. Владение навыком применения формулы вычисления площади плоской области и формулы вычисления объёма пространственного тела.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 6</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание определения несобственных интегралов, зависящих от параметра. Умение определять область сходимости интегралов. Знание достаточных признаков равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра, умение применять их на практике. Знание интегралов Эйлера, умение вычислять интегралы с помощью интегралов Эйлера. Владение навыком нахождения интегралов, зависящих от параметра.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук <b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач <b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты	ИКМ 3 <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### КТ 5

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Владение навыком применения формулы вычисления площади плоской области и формулы вычисления объема пространственного тела.	8
Умение изобразить пространственное тело, ограниченное некоторыми поверхностями.	5
Умение сводить тройной интеграл по пространственной области к повторному интегралу различными способами	5
Знание формулы вычисления площади плоской области и формулы вычисления объема пространственного тела.	4
Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (в полярных координатах).	4
Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (внешнее интегрирование по $x$ , внешнее интегрирование по $y$ ).	4

#### КТ 6

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы

Владение навыком нахождения интегралов, зависящих от параметра.	10
Умение вычислять интегралы с помощью интегралов Эйлера.	7
Знание определения и достаточных признаков равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра, умение применять их на практике.	5
Знание определения несобственных интегралов, зависящих от параметра. Умение определять область сходимости интегралов.	5
Знание интегралов Эйлера.	3

### ИКМ 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.	16
Умение применять теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.	7
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.	7

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
----------------------------	----------------------------------	---



Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 7</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формул для вычисления массы кривой. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления работы векторного поля по перемещению материальной точки вдоль кривой. Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Грина, умение применять ее в практических задачах. Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления потока векторного поля . Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Остроградского, умение применять ее в практических задачах. Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля . Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Стокса, умение применять ее в практических задачах. Владение навыком нахождения криволинейных и поверхностных интегралов.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты</p>	<p>КТ 8</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления потока векторного поля . Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Остроградского, умение применять ее в практических задачах. Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля . Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Стокса, умение применять ее в практических задачах. Владение навыком нахождения поверхностных интегралов.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук <b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных математических задач <b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты	ИКМ 4 <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание основных понятий математического анализа, используемых в 5 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в 5 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных в 5 триместре.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### КТ 7

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знание методов вычисления массы кривой и поверхности	8
Знание методов вычисления поверхностных интегралов	6
Умение применять формулу Стокса	6
Владение навыком нахождения криволинейных и поверхностных интегралов.	5
Умение применять формулу Остроградского	5

#### КТ 8

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Владение навыком вычисления поверхностных интегралов 1 и 2 рода	13
Умение применять формулу Остроградского	6
Умение применять формулу Стокса	6
Знание формулы для вычисления массы поверхности	5

## ИКМ 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Владение навыком решения практических заданий на основании понятий, методов и теорем, изученных в 5 триместре.	16
Умение применять теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых в 5 триместре, и умение их формулировать	7
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 5 триместре, и умение их формулировать.	7