

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования "Пермский**  
**государственный национальный исследовательский**  
**университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

Авторы-составители: **Скачкова Елена Александровна**  
**Шерemet Галина Геннадьевна**

Рабочая программа дисциплины

**ТЕОРИЯ ГРАФОВ**

Код УМК 92259

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Теория графов

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в базовую часть Блока « М.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **02.04.01** Математика и компьютерные науки  
направленность Математическое моделирование

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Теория графов** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**02.04.01** Математика и компьютерные науки (направленность : Математическое моделирование)

**ОПК.1** Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.2** Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость

**ОПК.1.3** Разрабатывает план и программу решения проблемы

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	02.04.01 Математика и компьютерные науки (направленность: Математическое моделирование)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	4
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	4
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	144
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	48
<b>Проведение лекционных занятий</b>	24
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	24
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	96
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (4 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Теория графов

В результате изучения курса студенты должны получить базовые знания по теории графов, а также овладеть основными методами и приемами работы с дискретными структурами данных.

Эти навыки должны быть достаточными для самостоятельного применения известных алгоритмов и разработки новых алгоритмов при решении прикладных задач методами теории графов.

В результате изучения дисциплины специалист должен:

иметь представление:

- о месте теории графов в системе математического образования;
- о значении и областях применения теории графов;
- о роли знаний по дисциплине при освоении смежных дисциплин по выбранной специальности и в сфере профессиональной деятельности;

знать:

- основные понятия и методы теории графов;
- основные теоретико-графовые алгоритмы, а также способы их эффективной реализации;

уметь:

- исследовать графы, находить их основные характеристики и структурные особенности;
- применять основные алгоритмы на графах, в том числе при решении реальных производственных задач;

приобрести навыки:

- применения аппарата теории графов для решения прикладных задач.

### Входной контроль

Изучение курса опирается на знания, полученные при изучении курса "Дискретная математика".

Входной контроль проводится на первом практическом занятии, баллами не оценивается и состоит из 5 элементарных заданий.

### Тема 1

Первая тема - "Графы. Способы задания. Основные элементы графа".

При изучении данной темы рассматриваются вопросы:

Графы. Определение. Способы задания. Матричное представление графов. Виды графов. Связность. Подграфы. Остовные деревья.

А также изучаются способы задания графов в пакете Maxima.

### Контрольное мероприятие 1

Индивидуальная работа "Виды и способы задания графов. Основные элементы графов".

Включает в себя три задания:

1. Работа с матрицами смежности и инцидентий ориентированных и неориентированных графов.

Реализация графов в пакете Maxima.

2. Практическая задача, при решении которой необходимо построить графовую модель, провести ее анализ с применением пакета Maxima, интерпретировать полученное решение.

3. Определить компоненты связности данного ориентированного графа. Построить компьютерную модель.

### Тема 2

Тема 2 - "Циклы и разрезающие множества".

В теме рассматриваются следующие вопросы:

Фундаментальные циклы и разрезающие множества. Эйлеровы и Гамильтоновы графы. Реализация алгоритмов в пакете Maxima.

## **Контрольное мероприятие 2**

Индивидуальное задание по теме "Циклы, разрезы, обходы графа" содержит три задания:

1. Для данной текстовой задачи построить графовую модель, определить, является ли построенный граф Гамильтоновым, найти в нем гамильтонов цикл. При исследовании задачи использовать компьютерный пакет Maxima.
2. Для данной текстовой задачи построить графовую модель, определить, является ли построенный граф эйлеровым, найти в нем эйлеров цикл. При исследовании задачи использовать компьютерный пакет Maxima.
3. Для данного графа найти число всех остовных деревьев, для одного из возможных остовных деревьев построить системы фундаментальных циклов и разрезов, определить, является ли граф эйлеровым, гамильтоновым.

## **Тема 3**

Третья тема - "Задачи, связанные с ориентированными графами"

При изучении данной темы рассматриваются следующие вопросы: топологическая сортировка, задача о назначениях, потоки в сети.

## **Итоговое контрольное мероприятие**

1. Определение и способы задания графов: перечислением множеств вершин и ребер, графический, матричный.
2. Матрицы смежности и инцидентий. Лемма о рукопожатиях.
3. Виды графов. Операции над графами.
4. Связность неориентируемых и ориентируемых графов, компоненты связности.
5. Центр, радиус, диаметр графа. Способы их нахождения.
6. Деревья, их свойства.
7. Остовное дерево графа. Теорема о числе остовных деревьев графа.
8. Минимальное остовное дерево графа.
9. Цикломатическое число графа.
10. Фундаментальные циклы. Линейное пространство циклов.
11. Разрезы и разрезающие множества графа. Матрицы циклов и разрезов.
12. Эйлеровы и Гамильтоновы циклы.
13. Задача коммивояжера.
14. Задача китайского почтальона.
15. Плоские и планарные графы.
16. Критерии планарности графов.
17. Свойства планарных графов. Формула Эйлера.
18. Потоки в сетях. Основная задача о максимальном потоке.
19. Паросочетания.
20. Транспортная задача.
21. Задача о назначениях.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Специальные разделы теории графов : учебное пособие / Л. А. Гладков, Н. В. Гладкова, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. — Ростов-на-Дону, Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. — 111 с. — ISBN 978-5-9275-2779-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/87761.html>

2. Кудрявцев, В. Б. Дискретная математика. Теория однородных структур : учебник для бакалавриата и магистратуры / В. Б. Кудрявцев, А. С. Подколзин, А. А. Болотов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 295 с. — (Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-02901-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437027>

### Дополнительная:

1. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов : учебное пособие / Р. Хаггарти. — Москва : Техносфера, 2012. — 400 с. — ISBN 978-5-94836-303-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/12723>

2. Новиков, Ю. В. Основы локальных сетей : учебное пособие / Ю. В. Новиков, С. В. Кондратенко. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 405 с. — ISBN 978-5-4497-0676-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/97563>

3. Дискретная математика. Часть 1 : учебное пособие / И. П. Болодурина, Т. М. Отрыванкина, О. С. Арапова, Т. А. Огурцова. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 108 с. — ISBN 978-5-7410-1579-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/69898.html>



## 9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<https://intuit.ru/studies/courses/58/58/info> Теория графов

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<https://intuit.ru/studies/courses/58/58/info> Теория графов

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Теория графов** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);

- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- офисный пакет (LibreOffice или Microsoft Office), пакет программы "Maxima".

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - компьютерный класс. Состав оборудования определен в Паспорте компьютерного класса.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Теория графов**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики**

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.2</b> Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость</p>	<p>иметь представление: - о месте теории графов в системе математического образования; - о значении и областях применения теории графов; знать: - основные понятия и методы теории графов; - основные теоретико-графовые алгоритмы, а также способы их эффективной реализации; уметь: - исследовать графы, находить их основные характеристики и структурные особенности.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Не знает основные понятия теории графов. Не умеет формулировать и доказывать основные теоремы теории графов.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Общие, но не структурированные знания основных понятий теории графов. Знает формулировки основных теорем теории графов.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий теории графов. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить доказательства теорем теории графов.</p> <p align="center"><b>Отлично</b> Сформированные систематические знания основных понятий теории графов. Демонстрирует знание формулировок основных теорем теории графов и полностью сформированное умение их доказательства.</p>
<p><b>ОПК.1.3</b> Разрабатывает план и программу решения проблемы</p>	<p>знать: основные теоретико-графовые алгоритмы, а также способы их эффективной реализации; уметь: исследовать графы, находить их основные характеристики и структурные особенности; применять основные алгоритмы на графах, в том числе при решении реальных производственных задач; владеть: навыками применения аппарата теории графов для</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Не владеет навыками построения и анализа моделей типичных прикладных задач с помощью графов.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Демонстрирует частично сформированное умение построения графовых моделей типичных прикладных задач.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> Демонстрирует умение строить графовые модели типичных прикладных задач.</p> <p align="center"><b>Отлично</b> В совершенстве владеет навыками построения и анализа графовых моделей</p>

<b>Индикатор</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
	решения прикладных задач.	

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Знание основных понятий теории множеств
<b>ОПК.1.2</b> Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость	Контрольное мероприятие 1 <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	ЗНАТЬ: Определение и способы задания графов: перечислением множеств вершин и ребер, графический, матричный: матрицы смежности и инцидентий. УМЕТЬ: составлять математическую модель решаемой проблемы на основе теории графов. ВЛАДЕТЬ: методами компьютерного моделирования при решении задач по теории графов.
<b>ОПК.1.3</b> Разрабатывает план и программу решения проблемы	Контрольное мероприятие 2 <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	ЗНАТЬ: Определение и свойства деревьев, полных графов; виды подграфов. УМЕТЬ: составлять математическую модель решаемой проблемы на основе теории графов; определять связность графа, находить остовные деревья. ВЛАДЕТЬ: методами компьютерного моделирования при решении задач по теории графов.

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>ОПК.1.3</b> Разрабатывает план и программу решения проблемы <b>ОПК.1.2</b> Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость	Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	<b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения теории графов. <b>УМЕТЬ:</b> составлять математическую модель решаемой проблемы на основе теории графов. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> методами компьютерного моделирования при решении задач по теории графов.

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Входной контроль**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Знает основные операции над множествами.	20
Знает способы задания конечных множеств.	10
Умеет сравнивать два данных множества.	10

#### **Контрольное мероприятие 1**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Для каждого задания построена компьютерная модель в пакете Mathematica	15
Построена соответствующая тексту второй задачи модель на языке теории графов.	10
Выполнено аналитическое решение третьей задачи.	5
Построен граф по данной матрице и матрицы по данному графу в первом задании.	5

#### **Контрольное мероприятие 2**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Решена задача на построение гамильтонова цикла	10

Найдено число остовных деревьев, приведен пример фундаментальных циклов и разрезов.	10
Решена задача на построение эйлера цикла	10

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Тест содержит 40 вопросов. Каждый из них оценивается в 1 балл	40