

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: **Еленский Юрий Наполеонович**

Рабочая программа дисциплины

**ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО
АНАЛИЗА**

Код УМК 80936

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Топологические методы нелинейного функционального анализа

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « М.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **02.04.01** Математика и компьютерные науки
направленность Математическое моделирование

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Топологические методы нелинейного функционального анализа** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

02.04.01 Математика и компьютерные науки (направленность : Математическое моделирование)

ОПК.1 Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики

Индикаторы

ОПК.1.2 Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	02.04.01 Математика и компьютерные науки (направленность: Математическое моделирование)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	1
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	36
Проведение лекционных занятий	12
Проведение практических занятий, семинаров	24
Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку	0
Самостоятельная работа (ак.час.)	72
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (1 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Топологические методы нелинейного функционального анализа. Первый семестр

Входной контроль

Непрерывные функции и их свойства. Метод последовательных приближений. Линейные преобразования. Образы кривых. Порядки нулей и полюсов голоморфных функций. Производная Фреше.

Системы нелинейных уравнений

Индексы особых точек векторного поля в заданной области. Количество особых точек векторного поля в заданной области. Связи между ними. Нахождение количества особых точек. Оценка количества особых точек.

Контрольное мероприятие №1 «Оценки количества решений систем нелинейных уравнений».

Знать связи между индексами особых точек и количеством особых точек векторного поля в заданной области. Уметь находить количество особых точек или оценивать их количество.

Нелинейные операторные уравнения

Основные принципы неподвижных точек, в частности, принципы Брауэра и Шаудера. Применение принципов неподвижных точек для доказательства существования решений нелинейных операторных уравнений.

Контрольное мероприятие №2 Существование решений нелинейных операторных уравнений

Знать основные принципы неподвижных точек. В частности принципы Брауэра и Шаудера. Уметь применять принципы неподвижных точек для доказательства существования решений нелинейных операторных уравнений.

Итоговое контрольное мероприятие

Знать понятия топологических методов нелинейного функционального анализа, формулировки и доказательства теорем, утверждений.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Хархардин, А. Н. Дискретная топология : учебник / А. Н. Хархардин. — Белгород : Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2016. — 620 с. — ISBN 5-93093-421-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/66650.html>
2. Богачев, В. И. Топологические векторные пространства и их приложения / В. И. Богачев, О. Г. Смолянов, В. И. Соболев. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 584 с. — ISBN 978-5-4344-0796-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/28917>

Дополнительная:

1. Нелинейный анализ и нелинейные дифференциальные уравнения/Под ред. В. А. Треногина, А. Ф. Филиппова.-М.:Физматлит,2003, ISBN 5-9221-0301-6.-464.
2. Красносельский М. А.,Забрейко П. П. Геометрические методы нелинейного анализа/М. А. Красносельский, П. П. Забрейко.-Москва:Наука,1975.-511.
3. Тихонов А.Н.Собрание научных трудов.в 10 т. Т. 1.Математика,Ч. 1:Топология, функциональный анализ. 1925-1966. Уравнения с малым параметром и асимптотические методы. 1948-1985. Математическая физика. 1946-1975/А. Н. Тихонов ; редкол.: В. А. Ильин (отв. ред.) [и др.]; [Рос. акад. наук].-Москва:Наука,2012, ISBN 978-5-02-036160-7.-6361.-Библиогр. в конце ст.
4. Топологические и геометрические методы анализа:сборник научных трудов/Воронежский государственный университет.-Воронеж:Издательство Воронежского университета,1989, ISBN 5-7455-0125-1.-173.-Библиогр. в конце ст.
5. Топологические, метрические и нормированные пространства:метод. указания для студентов заоч. отд-ния/Перм. гос. ун-т.-Пермь,1980.-30.

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Топологические методы нелинейного функционального анализа** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Топологические методы нелинейного функционального анализа**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.1.2 Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения топологических методов нелинейного функционального анализа, связи между основными понятиями, методы решения задач.</p> <p>УМЕТЬ: находить связи между основными понятиями, доказывать утверждения, решать задачи топологических методов нелинейного функционального анализа.</p> <p>ВЛАДЕТЬ: навыками нахождения связей между основными понятиями, доказательства утверждений, решения задач топологических методов нелинейного функционального анализа.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не знает большинства определений основных понятий и утверждений топологических методов нелинейного функционального анализа, не имеет представления о многих связях между основными понятиями, не способен самостоятельно определить эти связи.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Есть неточности и пробелы в определении основных понятий и доказательстве утверждений топологических методов нелинейного функционального анализа. Есть ошибки в знании связей между некоторыми понятиями. Способен определить некоторые связи самостоятельно. Решает простейшие задачи, не может самостоятельно поставить проблему и выявить ее теоретическую и практическую значимость.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Знает определения основных понятий и доказательства основных утверждений топологических методов нелинейного функционального анализа и связи между понятиями. Испытывает трудности при самостоятельном доказательстве утверждений. Решает прикладные задачи, затрудняется в обосновании их теоретической и практической значимости.</p> <p align="center">Отлично</p> <p>Знает определения понятий и доказательства утверждений топологических методов нелинейного анализа, знает связи между понятиями. Способен доказывать утверждения самостоятельно. Решает задачи, способен самостоятельно выявить и</p>

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		Отлично поставить проблему, обосновать ее теоретическую и практическую значимость.

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	Основные понятия, теоремы и задачи нелинейного функционального анализа
ОПК.1.2 Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость	Контрольное мероприятие №1 «Оценки количества решений систем нелинейных уравнений». Письменное контрольное мероприятие	Знать связи между индексами особых точек и количеством особых точек векторного поля в заданной области. Уметь находить количество особых точек или оценивать их количество.
ОПК.1.2 Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость	Контрольное мероприятие №2 Существование решений нелинейных операторных уравнений Письменное контрольное мероприятие	Знать основные принципы неподвижных точек. В частности принципы Брауэра и Шаудера. Уметь применять принципы неподвижных точек для доказательства существования решений нелинейных операторных уравнений.
ОПК.1.2 Выявляет и формулирует актуальные проблемы; обосновывает актуальность, теоретическую и практическую значимость	Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие	Знать понятия топологических методов нелинейного функционального анализа, формулировки и доказательства теорем, утверждений.

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Доказать утверждение, используя свойства непрерывных функций.	3
Решить уравнение методом последовательных приближений.	2
Найти образ кривой при заданном линейном преобразовании.	2
Найти порядки нулей и полюсов голоморфной функции.	2
Найти производную Фреше и ее значение в заданной точке.	1

Контрольное мероприятие №1 «Оценки количества решений систем нелинейных уравнений».

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **10 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет находить количество особых точек векторного поля.	17
Умеет оценивать количество особых точек векторного поля.	7
Знает связь между индексами особых точек и количеством особых точек в заданной области.	6

Контрольное мероприятие №2 Существование решений нелинейных операторных уравнений

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **10 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет применять принцип Шаудера для доказательства существования решений нелинейных операторных уравнений	9
Умеет применять принцип Брауэра для доказательства существования решений нелинейных операторных уравнений.	8
Знает принципы неподвижных точек - принцип Брауэра.	7
Знает принципы неподвижных точек - принцип Шаудера.	6

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет решать задачи курса.	12
Умеет доказывать утверждения и теоремы.	11

Знает формулировки утверждений и теорем.	9
Знает определения понятий курса	8