ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Фонды оценочных средств по дисциплине «Методы теории возмущений»

Направление подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

1. **Формируемые дисциплиной компетенции**

ОПК.3.1 Находит готовую модель и обосновывает её применимость для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности
ОПК.3.3 Проводит анализ ограничений применимости математической модели для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности
ПК.5.2 Осуществляет теоретическое обобщение научных данных, результатов экспериментов и наблюдений по тематике исследования

2. Планируемые результаты обучения

Коды компетенций	Планируемый результат
ОПК. 3.1	умение использовать готовые модели, обосновывать их применимость для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности, использовать для решения этих задач
ОПК. 3.2	навыки проведения анализа ограничений применимости математической модели для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности
ПК. 5.2	навыки обобщения теоретических научных данных, результатов экспериментов и наблюдений по тематике исследования

3. Спецификация теста

Тест по дисциплине «Методы теории возмущений» состоит из 15 заданий. Рекомендованное время решения теста испытуемым – 45 минут. Верно решенное задание оценивается в 1 балл, максимальный балл за верное выполнение всех заданий теста – 15 баллов. Минимальный проходной балл – 6, что соответствует минимальному порогу для выставления отметки «удовлетворительно».

Схема конвертации баллов в отметки:

0-5 баллов – «неудовлетворительно»

6-9 баллов – «удовлетворительно»

10-12 баллов – «хорошо»

13-15 баллов – «отлично»

Структура теста:

Наименование раздела/темы	Планируемый результат	Количество заданий в тесте
Введение. Теория размерностей	умение использовать готовые модели, обосновывать их	**3**

	применимость для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности, использовать для решения этих задач	
Разложение по малому параметру (регулярный случай)	умение использовать готовые модели, обосновывать их применимость для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности, использовать для решения этих задач	**5**
Разложение по малому параметру (сингулярный случай)	навыки проведения анализа ограничений применимости математической модели для решения конкретной задачи в области профессиональной деятельности	**5**
Методы теории возмущений в гидродинамике	навыки обобщения теоретических научных данных, результатов экспериментов и наблюдений по тематике исследования	**2**

Тест по дисциплине «Методы теории возмущений», вариант 1

1	Пусть некоторая физическая величина выражается через четыре других: $a=\varphi(a_1,a_2,a_3,a_4)$. Если провести обезразмеривание, то сколько останется безразмерных параметров в том случае, когда в соотношении задействовано 2 базовых размерности? A. 4 B. 3 C. 2 D. 1 E. 0
2	Движение тела массой m в поле силы тяжести в соответствии с законом Ньютона описывается задачей Коши: $\boldsymbol{mx''(t)=mg, \quad x(0)=x_0, \quad x'(0)=V_0.}$ (1) Сколько безразмерных параметров останется в этой задаче после обезразмеривания? A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. Ни одного
3	При обезразмеривании задачи (1) характерное время $\Delta \boldsymbol{t}$ можно определить как A. $\Delta \boldsymbol{t=x_0/V_0}$ B. $\Delta \boldsymbol{t=V_0/g}$ C. $\Delta \boldsymbol{t=g/V_0}$ D. $\Delta \boldsymbol{t=mV_0/g}$ E. $\Delta \boldsymbol{t=V_0 \cdot g}$
4	Корни квадратного уравнения $\boldsymbol{x^2+x+2\varepsilon=0}$, ищутся разложением по малому параметру ε в виде $\boldsymbol{x_1 \approx x_{1,0}+\varepsilon x_{1,1}}$ и $\boldsymbol{x_2 \approx x_{2,0}+\varepsilon x_{2,1}}$. В этом случае решение выглядит следующим образом: A. $\boldsymbol{x_1 \approx -2\varepsilon,\ x_2 \approx -1+2\varepsilon}$ B. $\boldsymbol{x_1 \approx 2\varepsilon,\ x_2 \approx 1-2\varepsilon}$ C. $\boldsymbol{x_1 \approx -1-2\varepsilon,\ x_2 \approx -1+2\varepsilon}$ D. $\boldsymbol{x_1 \approx 2\varepsilon,\ x_2 \approx -1+2\varepsilon}$ E. $\boldsymbol{x_1 \approx -2\varepsilon,\ x_2 \approx 1-2\varepsilon}$
5	Система линейных алгебраических уравнений $\begin{pmatrix} 1 & 2\varepsilon \\ 3\varepsilon & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ решается разложением по малому параметру ε. В первом приближении решение имеет вид A. $\vec{x} \approx \begin{pmatrix} 1+2\varepsilon \\ 1-3\varepsilon \end{pmatrix}$ B. $\vec{x} \approx \begin{pmatrix} 1-2\varepsilon \\ 1-3\varepsilon \end{pmatrix}$ C. $\vec{x} \approx \begin{pmatrix} 1-2\varepsilon \\ 1+3\varepsilon \end{pmatrix}$ D. $\vec{x} \approx \begin{pmatrix} 1+2\varepsilon \\ 1+3\varepsilon \end{pmatrix}$ E. $\vec{x} \approx \begin{pmatrix} -1+2\varepsilon \\ -1+3\varepsilon \end{pmatrix}$
6	Задача Коши для ОДУ $\boldsymbol{y'(x)=2x+3\varepsilon y(x), \quad y(0)=1}$ ищется разложением по малому параметру $\boldsymbol{\varepsilon}$ в виде $\boldsymbol{y(x) \approx y_0(x)+\varepsilon y_1(x)}$, при этом получаем A. $\boldsymbol{y_0(x)=-1+x^2,\ y_1(x)=3x+x^3}$ B. $\boldsymbol{y_0(x)=1+x^2,\ y_1(x)=x+x^3}$ C. $\boldsymbol{y_0(x)=1-x^2,\ y_1(x)=3x+x^3}$ D. $\boldsymbol{y_0(x)=1+x^2,\ y_1(x)=3x+x^3}$ E. $\boldsymbol{y_0(x)=1+x^2,\ y_1(x)=3x-x^3}$
7	Задача Коши для систему ОДУ $\boldsymbol{y'(x)=x+8\varepsilon y(x)z(x), \quad y(0)=0, \quad z'(x)=1+16\varepsilon y(x)z(x),\ z(0)=0,}$ (2)

	решается разложением по малому параметру ε при этом первое приближение для функции ***z(x)*** имеет вид: A. $z(x)\approx x+2\varepsilon x^4$ B. $z(x)\approx x+\varepsilon x^4$ C. $z(x)\approx x-2\varepsilon x^4$ D. $z(x)\approx -x+2\varepsilon x^4$ E. $z(x)\approx x+2\varepsilon x^4$
8	Задача коши для системы ОДУ (2) решается разложением по малому параметру ε при этом первое приближение для функции ***y(x)*** имеет вид: A. $y(x)\approx x^2+2\varepsilon x^4$ B. $y(x)\approx x^2/2+\varepsilon x^4$ C. $y(x)\approx x^2/2+2\varepsilon x^4$ D. $y(x)\approx -x^2+2\varepsilon x^4$ E. $z(x)\approx x^2/2+\varepsilon x^4$
9	Решение задачи Коши для ОДУ $\varepsilon y'(x)+2y(x)=\sin(x),\ y(0)=1$ ищется разложением по малому параметру ε. В этом случае нулевое приближение имеет вид: A. $y(x)\approx\sin(x)/2-e^{-2x/\varepsilon}$ B. $y(x)\approx\sin(x)/2+e^{-x/\varepsilon}$ C. $y(x)\approx\sin(x)/2+e^{-2x}$ D. $y(x)\approx\sin(x)+e^{-2x/\varepsilon}$ E. $y(x)\approx\sin(x)/2+e^{-2x/\varepsilon}$
10	Решение задачи Коши для системы ОДУ $$\begin{aligned} &\varepsilon z'(x)=y(x)-z^2(x), \quad z(0)=1, \\ &y'(x)=x, \quad y(0)=1, \end{aligned} \qquad (3)$$ ищется разложением по малому параметру. Устойчивым корнем вырожденной системы $F(z,y,x)= y(x)-z^2(x)=0$ и областью его влияния являются A. $z(x)=-\sqrt{y(x)},\ (-\infty,1)$ B. $z(x)=-\sqrt{y(x)},\ (-1,\infty)$ C. $z(x)=\sqrt{y(x)},\ (-\infty,\infty)$ D. $z(x)=\sqrt{y(x)},\ (-1,\infty)$ E. $z(x)=\sqrt{y(x)},\ (-\infty,1)$
11	Решение задачи Коши для системы ОДУ (3) ищется разложением по малому параметру. В этом случае нулевое приближение равно A. $y(x)\approx 1+x^2/2,\ z(x)\approx\sqrt{(1+x^2/2)}$ B. $y(x)\approx 1-x^2/2,\ z(x)\approx\sqrt{(1-x^2/2)}$ C. $y(x)\approx 1+x^2/2,\ z(x)\approx -\sqrt{(1+x^2/2)}$ D. $y(x)\approx -1+x^2/2,\ z(x)\approx\sqrt{(1+x^2/2)}$ E. $y(x)\approx 1-x^2/2,\ z(x)\approx\sqrt{(1+x^2/2)}$
12	Решение краевой задачи для ОДУ $\varepsilon y''(x)+2y'(x)=x,\ y(0)=0,\ y(1)=0$ ищется разложением по малому параметру ε. В этом случае нулевое приближение имеет вид: A. $y(x)\approx(x^2-1+e^{-2x/\varepsilon})/4$ B. $y(x)\approx(x^2-1+e^{-2x/\varepsilon})/2$ C. $y(x)\approx(x^2-1+e^{-2x/\varepsilon})$ D. $y(x)\approx(x^2+1+e^{-2x/\varepsilon})/4$ E. $y(x)\approx(x^2-1+e^{2x/\varepsilon})/4$
13	Решение краевой задачи для ОДУ $\varepsilon y''(x)-4y(x)=\sin(\pi x),\ y(0)=1,\ y(1)=1$ ищется разложением по малому параметру ε. В этом случае нулевое приближение имеет вид A. $y(x)\approx\sin(\pi x)/4+e^{-2x/\varepsilon}+e^{-2(1-x)/\varepsilon}$ B. $y(x)\approx -\sin(\pi x)4+e^{-2x/\varepsilon}+e^{-2(1-x)/\varepsilon}$ C. $y(x)\approx -\sin(\pi x)/4+e^{-2x/\varepsilon}+e^{-2(1-x)/\varepsilon}$ D. $y(x)\approx -\sin(\pi x)/4-e^{-2x/\varepsilon}+e^{-2(1-x)/\varepsilon}$ E. $y(x)\approx -\sin(\pi x)/4+e^{-2x/\varepsilon}-e^{-2(1-x)/\varepsilon}$

14	В горизонтальном слое несжимаемой жидкости единичной толщины движение обеспечивается за счет подвижности верхней границы (задача Куэтта). При моделировании с помощью уравнений Навье-Стокса используются граничные ***u(0)=0, u(1)=2***, в этом случае зависимость скорости от вертикальной координаты имеет вид A. $\boldsymbol{u(y)=y}$ B. $\boldsymbol{u(y)=2y^2}$ C. $\boldsymbol{u(y)=2+y}$ D. $\boldsymbol{u(y)=2y}$ E. $\boldsymbol{u(y)=y/2}$
15	Безразмерное число Рейнольдса *Re* зависит от трех параметров: характерной скорости ***U***, характерного линейного размера обтекаемого тела ***L***, и кинематической вязкости жидкости $\boldsymbol{\nu}$ $\boldsymbol{([\nu]=м^2/с)}$. Выражение числа Рейнольдса через эти параметры записывается в виде: A. $\boldsymbol{Re=UL\nu}$ B. $\boldsymbol{Re=UL/\nu}$ C. $\boldsymbol{Re=U\,\nu/L}$ D. $\boldsymbol{Re=U^2/(\nu L)}$ E. $\boldsymbol{Re=L^2/(\nu U)}$

Тест по дисциплине «Методы теории возмущений», вариант 2

1	Пусть некоторая физическая величина выражается через четыре других: $a=\varphi(a_1,a_2,a_3,a_4)$. Если провести обезразмеривание, то сколько останется безразмерных параметров в том случае, когда в соотношении задействовано 3 базовых размерности? B. 4 B. 3 C. 2 D. 1 E. 0
2	Движение тела массой m в поле силы тяжести в среде с постоянным сопротивление ***F=const*** в соответствии с законом Ньютона описывается задачей Коши: $$mx''(t)=mg+F, \quad x(0)=x_0, \quad x'(0)=V_0. \quad (1)$$ Сколько безразмерных параметров останется в этой задаче после обезразмеривания? A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. Ни одного
3	При обезразмеривании задачи (1) характерное расстояние Δx можно определить как A. $\Delta x=x_0/V_0$ B. $\Delta x=gV_0$ C. $\Delta x=g/V_0$ D. $\Delta x=mV_0/g$ E. $\Delta x=V_0^2/g$
4	Корни квадратного уравнения $x^2+x+3\varepsilon=0$, ищутся разложением по малому параметру ε в виде $x_1\approx x_{1,0}+\varepsilon x_{1,1}$ и $x_2\approx x_{2,0}+\varepsilon x_{2,1}$. В этом случае решение выглядит следующим образом: A. $x_1\approx-2\varepsilon,\ x_2\approx-1+2\varepsilon$ B. $x_1\approx3\varepsilon,\ x_2\approx1-3\varepsilon$ C. $x_1\approx-1-3\varepsilon,\ x_2\approx-1+3\varepsilon$ D. $x_1\approx-3\varepsilon,\ x_2\approx-1+3\varepsilon$ E. $x_1\approx-2\varepsilon,\ x_2\approx1-2\varepsilon$
5	Система линейных алгебраических уравнений $\begin{pmatrix}1 & 3\varepsilon\\ 2\varepsilon & 1\end{pmatrix}\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ решается разложением по малому параметру ε. В первом приближении решение имеет вид A. $\vec{x}\approx\begin{pmatrix}1+2\varepsilon\\1-3\varepsilon\end{pmatrix}$ B. $\vec{x}\approx\begin{pmatrix}1-2\varepsilon\\1-3\varepsilon\end{pmatrix}$ C. $\vec{x}\approx\begin{pmatrix}1-2\varepsilon\\1+3\varepsilon\end{pmatrix}$ D. $\vec{x}\approx\begin{pmatrix}1-3\varepsilon\\1-2\varepsilon\end{pmatrix}$ E. $\vec{x}\approx\begin{pmatrix}-1+2\varepsilon\\-1+3\varepsilon\end{pmatrix}$
6	Задача Коши для ОДУ $y'(x)=4x+3\varepsilon y(x),\quad y(0)=1$ ищется разложением по малому параметру ε в виде $y(x)\approx y_0(x)+\varepsilon y_1(x)$, при этом получаем A. $y_0(x)=-1+x^2,\ y_1(x)=3x+2x^3$ B. $y_0(x)=1+x^2,\ y_1(x)=3x+2x^3$ C. $y_0(x)=1-x^2,\ y_1(x)=3x+x^3$ D. $y_0(x)=1+x^2,\ y_1(x)=3x+x^3$ E. $y_0(x)=1+x^2,\ y_1(x)=3x-x^3$
7	Задача Коши для систему ОДУ $$y'(x)=x+16\varepsilon y(x)z(x),\quad y(0)=0,\quad z'(x)=1+8\varepsilon y(x)z(x),\ z(0)=0, \quad (2)$$

	решается разложением по малому параметру ε при этом первое приближение для функции $z(x)$ имеет вид: A. $z(x)\approx x+2\varepsilon x^4$ B. $z(x)\approx x+\varepsilon x^4$ C. $z(x)\approx x-2\varepsilon x^4$ D. $z(x)\approx -x+2\varepsilon x^4$ E. $z(x)\approx x+2\varepsilon x^4$
8	Задача коши для системы ОДУ (2) решается разложением по малому параметру ε при этом первое приближение для функции $y(x)$ имеет вид: A. $y(x)\approx x^2+2\varepsilon x^4$ B. $y(x)\approx x^2/2+\varepsilon x^4$ C. $y(x)\approx x^2/2+2\varepsilon x^4$ D. $y(x)\approx -x^2+2\varepsilon x^4$ E. $z(x)\approx x^2/2+\varepsilon x^4$
9	Решение задачи Коши для ОДУ $\varepsilon y'(x)+y(x)=sin(x)$, $y(0)=1$ ищется разложением по малому параметру ε. В этом случае нулевое приближение имеет вид: A. $y(x)\approx \sin(x)/2+e^{-x/\varepsilon}$ B. $y(x)\approx \sin(x)+e^{-x/\varepsilon}$ C. $y(x)\approx \sin(x)+e^{-2x/\varepsilon}$ D. $y(x)\approx \sin(x)-e^{-x/\varepsilon}$ E. $y(x)\approx \sin(x)/2+e^{-2x/\varepsilon}$
10	Решение задачи Коши для системы ОДУ $$\begin{array}{ll} \varepsilon z'(x)=y(x)-z^2(x), & z(0)=1, \\ y'(x)=x, & y(0)=1, \end{array} \quad (3)$$ ищется разложением по малому параметру. Устойчивым корнем вырожденной системы $F(z,y,x)= y(x)-z^2(x)=0$ и областью его влияния являются A. $z(x)=-\sqrt{y(x)}$, $(-\infty,1)$ B. $z(x)=-\sqrt{y(x)}$, $(-1,\infty)$ C. $z(x)=\sqrt{y(x)}$, $(-\infty,\infty)$ D. $z(x)=\sqrt{y(x)}$, $(-1,\infty)$ E. $z(x)=\sqrt{y(x)}$, $(-\infty,1)$
11	Решение задачи Коши для системы ОДУ (3) ищется разложением по малому параметру. В этом случае нулевое приближение равно A. $y(x)\approx 1+x^2/2$, $z(x)\approx\sqrt{(1+x^2/2)}$ B. $y(x)\approx 1-x^2/2$, $z(x)\approx\sqrt{(1-x^2/2)}$ C. $y(x)\approx 1+x^2/2$, $z(x)\approx-\sqrt{(1+x^2/2)}$ D. $y(x)\approx -1+x^2/2$, $z(x)\approx\sqrt{(1+x^2/2)}$ E. $y(x)\approx 1-x^2/2$, $z(x)\approx\sqrt{(1+x^2/2)}$
12	Решение краевой задачи для ОДУ $\varepsilon y''(x)+y'(x)=x$, $y(0)=0$, $y(1)=0$ ищется разложением по малому параметру ε. В этом случае нулевое приближение имеет вид: A. $y(x)\approx(x^2-1+e^{-x/\varepsilon})/4$ B. $y(x)\approx(x^2-1+e^{-x/\varepsilon})/2$ C. $y(x)\approx(x^2-1+e^{-x/\varepsilon})$ D. $y(x)\approx(x^2+1+e^{-x/\varepsilon})/4$ E. $y(x)\approx(x^2-1+e^{x/\varepsilon})/4$
13	Решение краевой задачи для ОДУ $\varepsilon y''(x)-9y(x)=sin(\pi x)$, $y(0)=1$, $y(1)=1$ ищется разложением по малому параметру ε. В этом случае нулевое приближение имеет вид A. $y(x)\approx \sin(\pi x)/9+e^{-3x/\varepsilon}+e^{-3(1-x)/\varepsilon}$ B. $y(x)\approx -\sin(\pi x)4+e^{3x/\varepsilon}+e^{-3(1-x)/\varepsilon}$

	C. $y(x)\approx -\sin(\pi x)/4+e^{-3x/\varepsilon}+e^{-3(1-x)/\varepsilon}$ D. $y(x)\approx -\sin(\pi x)/4-e^{-3x/\varepsilon}+e^{-3(1-x)/\varepsilon}$ E. $y(x)\approx -\sin(\pi x)/9+e^{-3x/\varepsilon}+e^{32(1-x)/\varepsilon}$
14	В горизонтальном слое несжимаемой жидкости единичной толщины движение обеспечивается за счет подвижности верхней границы (задача Куэтта). При моделировании с помощью уравнений Навье-Стокса используются граничные ***u(0)=0, u(1)=3***, в этом случае зависимость скорости от вертикальной координаты имеет вид A. $u(y)=3y$ B. $u(y)=2y^2$ C. $u(y)=2+y$ D. $u(y)=2y$ E. $u(y)=y/2$
15	Безразмерное число Рейнольдса *Re* зависит от трех параметров: характерной скорости ***U***, характерного линейного размера обтекаемого тела ***L***, и кинематической вязкости жидкости ν ($[\nu]=м^2/с$). Выражение числа Рейнольдса через эти параметры записывается в виде: A. $Re=UL\nu$ B. $Re=L^2/(\nu U)$ C. $Re=U\nu/L$ D. $Re=U^2/(\nu L)$ E. $Re=UL/\nu$

Ключ к тесту

Вариант 1	Вариант 2
1 B 2 E 3 B 4 A 5 B 6 D 7 A 8 B 9 E 10 D 11 A 12 A 13 C 14 D 15 B	1 C 2 A 3 E 4 D 5 D 6 B 7 B 8 C 9 B 10 D 11 A 12 B 13 C 14 A 15 B