

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«Пермский государственный национальный  
исследовательский университет»**

*Колледж профессионального образования*

**МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
АНАЛИЗА; ГЕОМЕТРИЯ**

Методические рекомендации

для самостоятельной работы по изучению дисциплины

для студентов Колледжа профессионального образования

специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям)

Утверждено на заседании ПЦК  
общеобразовательных и гуманитарных  
дисциплин

Протокол № 9 от «10» мая 2017 г.

председатель  И.В. Власова

Пермь 2017

Составитель:

Ежова М.А., преподаватель Колледжа профессионального образования

Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия: методические рекомендации для самостоятельной работы по изучению дисциплины для студентов Колледжа профессионального образования специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) / сост. М.А. Ежова; Колледж проф. образ. ПГНИУ. – Пермь, 2017. – 39 с.

Методические рекомендации для самостоятельной работы по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» разработаны на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) для оказания помощи студентам специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия». Содержат перечень самостоятельных работ по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия», методические рекомендации по их выполнению.

Предназначено для студентов колледжа профессионального образования ПГНИУ специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям).

## ПЕРЕЧЕНЬ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ СТУДЕНТА

Наименование разделов и тем		Часы	Вид работы
<b>1 триместр</b>			
Раздел 1. Действительные числа			
Биография ученых	Самостоятельная работа №1	4	Доклад
Раздел 3. Показательная, логарифмическая и степенная функции			
Тема 3.5. Логарифмические уравнения и неравенства	Самостоятельная работа № 2	4	Решение задач
Раздел 4. Тригонометрические функции			
Тема 4.1. Тождественные преобразования	Самостоятельная работа № 3	3	Решение задач
Тема 4.4. Решение простейших тригонометрических уравнений	Самостоятельная работа № 4	3	Решение задач
<b>Всего</b>		14	
<b>2 триместр</b>			
Раздел 5. Дифференциальное исчисление			
Тема 5.1. Понятие о производной. Правила вычисления производной	Самостоятельная работа № 5	4	Выполнение расчетно-графических

функции			работ
Тема 5.6. Исследование функции с помощью производной	Самостоятельная работа № 6	4	Выполнение расчетно-графических работ
Раздел 6. Интегральное исчисление			
Тема 6.3. Площадь криволинейной трапеции определённого интеграла	Самостоятельная работа № 7	4	Выполнение расчетно-графических работ
Раздел 7. Прямые и плоскости в пространстве			
Ученые, которые внесли особый вклад в развитие геометрии.	Самостоятельная работа № 8	2	Доклад
<b>Всего</b>		14	
<b>3 триместр</b>			
Раздел 8. Геометрические тела и поверхности			
Тема 8.4. Объемы и площади геометрических тел	Самостоятельная работа № 9	4	Выполнение расчетно-графических работ
Всего		4	
<b>Всего</b>		<b>32</b>	

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению самостоятельных работ учебной дисциплины ОДПД.01 Математика: алгебра и начал математического анализа; геометрии предназначены для реализации ОПОП по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) и разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования.

Задания на самостоятельные работы разработаны и составлены на основе рабочей программы учебной дисциплины ОДПД.01 Математика: алгебра и начал математического анализа; геометрии. Указанная дисциплина относится к общеобразовательному циклу в структуре основной профессиональной образовательной программы

Самостоятельная работа студента – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская, проектная работа, выполняемая за рамками расписания учебных занятий по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия и является обязательной для каждого студента.

Целью самостоятельной работы является:

- обеспечение профессиональной подготовки выпускника в соответствии с ФГОС СПО;
- формирование и развитие общих компетенций, определённых в ФГОС СПО;
- формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности.

Задачами, реализуемые в ходе проведения самостоятельной работы студента, в образовательной среде колледжа являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;
- развитие исследовательских умений.

Контроль результатов самостоятельной работы студента может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине математика и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

Критериями оценки результатов самостоятельной работы учащегося являются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания и умения при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общих компетенций

СРС, как один из видов промежуточного контроля за качеством усвоения изучаемого материала, служит одновременно формой отчетности по следующим *разделам* данной учебной дисциплины:

- Биография ученых
- Тема 3.5. Логарифмические уравнения и неравенства
- Тема 4.1. Тождественные преобразования
- Тема 4.4. Решение простейших тригонометрических уравнений
- Тема 5.1. Понятие о производной. Правила вычисления

производной функции

- Тема 5.6. Исследование функции с помощью производной
- Тема 6.3. Площадь криволинейной трапеции определённого интеграла
- Ученые, которые внесли особый вклад в развитие геометрии.
- Тема 8.1. Многогранники

#### Указания к выполнению СР

1. СР нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения СР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
81 ÷ 100	5	отлично
61 ÷ 80	4	хорошо

40 ÷ 60	3	удовлетворительно
менее 40	2	неудовлетворительно

## **Перечень учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы**

### **Основные источники:**

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего образования.- М:Академия 2017 г.-256 с.
2. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений среднего образования.- М:Академия 2016 г.- 416 с.

### **Дополнительные источники:**

1. Атанасян Л.С. и др. Геометрия 10-11.Учебник для 10-11 классов средней школы. –М.: Мнемозина, 2015. - 207 с.
2. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. / Под ред. Колмогорова А.Н.- 11 изд. - М.: Просвещение, 2015. - 384 с.
3. Математика для техникумов. Алгебра и начала анализа./ Под ред. Яковлева Г.Н. – М.: Наука, 2017. - 294 с.
4. Математика для техникумов. Геометрия. / Под ред. Яковлева Г.Н. – М.: Наука, 2016.
5. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник. – М.: Академия, 2015. - 344 с.



## **Самостоятельная работа №1 на тему: Жизнь и деятельность математиков-ученых.**

Цель: расширить кругозор учащихся, познакомить с жизнью и деятельностью математиков – ученых.

**Задание для учащихся. Написать сообщение на заданную тему.**

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

**Выполнить самостоятельно:**

**Написать сообщение на тему: «Математики - известные ученые» (на выбор).**

- |                         |                               |
|-------------------------|-------------------------------|
| 1. Николай Лобачевский; | 11.Рене Декарт;               |
| 2. Софья Ковалевская;   | 12.Эварист Галуа;             |
| 3. Николай Боголюбов;   | 13.Карл Вейерштрасс;          |
| 4. Григорий Перельман;  | 14.Пьер Ферма;                |
| 5. Пафнутий Чебышев;    | 15.Джон Нейман;               |
| 6. Виктор Садовничий;   | 16.Жан Даламбер;              |
| 7. Леонтий Магницкий;   | 17.Клаус Мёбиус;              |
| 8. Владимир Бродис;     | 18.Евклид;                    |
| 9. Константин Поссе;    | 19.Пифагор;                   |
| 10.Андрей Колмогоров;   | 20.Готфрид Вильгельм Лейбниц. |

**Самостоятельная работа №2 на тему: Логарифмические уравнения и неравенства**

Цель: Знать методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, применять их при решении упражнений.

**Теоретический материал**

**Степени чисел от 0 до 10**

<b>n</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>2<sup>n</sup></b>	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
<b>3<sup>n</sup></b>	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	5904

$4^n$	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144
										4
$5^n$	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	
										5
$6^n$	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936		
										6
$7^n$	1	7	49	343	2401	16807	117649			
						7	9			
$8^n$	1	8	64	512	4096	32768				
										8
$9^n$	1	9	81	729	6561	59049				
										9
$10^n$	1	10	100	1000	10000					
		0	0	0	0					

**Решение квадратных уравнений:**

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$\text{Если } D > 0, \text{ то } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{Если } D = 0, \text{ то } x = \frac{-b}{2a}$$

**Если  $D < 0$ , то корней нет**

**Формулы сокращенного умножения:**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

### Свойства степеней

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

4.  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

6.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

7.  $a^0 = 1$

8.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

9.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

### Свойства корней n-ой степени

1.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3.  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

4.  $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

5.  $\sqrt[n \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[n]{a^k}$

6.  $\sqrt[n]{a^n} = a$

7.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

**Показательное уравнение** – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени

## Решение показательных уравнений. Метод выноса за скобки

### Образцы решения

1. Решить уравнение:  $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

В левой части выносим за скобки степень с наименьшим показателем, то есть  $3^{x-2}$ . В результате получим:

$$3^{x-2} \left( \frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}} \right) = 25$$

$$3^{x-2} (3^{x+1-(x-2)} - 2) = 25$$

$$3^{x-2} (3^{x+1-x+2} - 2) = 25$$

$$3^{x-2} (3^3 - 2) = 25$$

$$3^{x-2} \cdot 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1, \quad 3^{x-2} = 3^0, \quad \text{отсюда следует, что } x = 2.$$

Ответ:  $x = 2$ .

### Уравнения, сводящиеся к квадратным (метод замены)

#### Образцы решения

2. Решить уравнение:  $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$ .

Решение: Заметив, что  $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$ , а  $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$

Перепишем заданное уравнение в виде:

$$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 24 = 0$$

Вводим новую переменную:  $t = 2^x$ , тогда уравнение примет вид:

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

Решив квадратное уравнение, получим:  $t_1 = 4$ ,  $t_2 = -6$ . Но так как

$t = 2^x$ , то надо решить два уравнения:

$$2^x = 4 \quad \text{и} \quad 2^x \neq -6$$

Решим первое уравнение:

$$2^x = 2^2 \quad \text{отсюда следует, что } x = 2.$$

Рассмотрим второе уравнение.

Второе уравнение не имеет решения, так как  $2^x > 0$  для любых значений  $x$ .

Ответ: 2.

### Образцы решения логарифмических уравнений

#### 1. Решить уравнение:

$$\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$$

Решение: Используя формулу:  $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$ , заменим сумму логарифмов произведением:

$$\log_3((x-2) \cdot (x+2)) = \log_3(2x-1)$$

$$x^2 - 4 = 2x - 1$$

$$x^2 - 4 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = 3; \quad x_2 = -1.$$

Проверка:

$$x_1 = 3$$

$$\log_3(3-2) + \log_3(3+2) = \log_3(2 \cdot 3 - 1)$$

$$\log_3 5 = \log_3 5$$

$$x_2 = -1$$

$$\log_3(-1-2) + \log_3(-1+2) = \log_3(2 \cdot (-1) - 1) \text{ - не существует.}$$

Ответ:  $x = 3$

#### 2. Решить уравнение:

$$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 = 0. \quad \text{Используем метод замены.}$$

$$\log_4 x = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = 1, \quad t_2 = -2. \quad \text{Подставим в замену.}$$

$$\log_4 x = 1 \Rightarrow x = 4^1 = 4, \quad \log_4 x = -2 \Rightarrow x = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}.$$

Ответ:  $x = 4$ ;  $x = \frac{1}{16}$ .

### Образцы решения показательных неравенств

1. Решить неравенство  $2^x - 2^{x-2} \leq 3$ .

Решение:

Выносим за скобки степень с наименьшим показателем, т.е.  $2^{x-2}$ .

Получим:  $2^{x-2}(2^2 - 1) \leq 3$ ,

$$2^x \cdot 3 \leq 3,$$

$2^x \leq 1$ , так как  $2^0 = 1$  то

$$2^x \leq 2^0$$

Так как основание  $2 > 1$ , то неравенство равносильно неравенству того же смысла  $x \leq 0$ .

Ответ:  $x \in (-\infty; 0)$ .

2. Решить неравенство  $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$

Решение.

Заменим :  $7^x = t, t > 0$ ;

Получим неравенство:  $t^2 - 8t + 7 > 0$ . Трехчлен  $t^2 - 8t + 7$  разложим на множители:  $(t - 7)(t - 1) > 0$ .

$$t < 7; t > 1.$$

$$7^x < 7, \quad a = 7 > 1, \quad \text{то } x < 1$$

$$7^x > 1, \quad 7^x > 7^0, \quad a = 7 > 1, \quad \text{то } x > 0.$$

Ответ:  $x \in (-\infty; 1) \cup (0; \infty)$ .

### Образцы решения логарифмических неравенств.

1. Решить неравенство:

№п/ Вариант 1

Вариант 2

п

1  $3^{x+2} - 3^x = 72$

$2^x - 2^{x-4} = 15$

2	$2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$	$3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$
3	$2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$	$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$	$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$
5	$\log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3 = 0$	$\log_4^2 x - 4 \log_4 x + 3 = 0$
6	$\log_7 2 = \log_7 x^2 - \log_7 8$	$\log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 18$
7	$\log_{0.7}(x+3) + \log_{0.7}(x-3) = \log_{0.7} \log_{11}(x+2) + \log_{11}(x-2) = \log_{11} \dots$	

Показательные и логарифмические неравенства

1	$2^x + 2^{x+2} \leq 20$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$
2	$7^x \geq 7^{x-1} + 6$	$2^{x+2} - 2^x > 96$
3	$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$	$9^x - 6 \cdot 3^x < 27$
4	$0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$	$\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 7 < 0$
5	$\log_7(2-x) \leq \log_7(3x+6)$	$\log_{2,5}(4x-5) \geq \log_{2,5}(3x-6)$
6	$\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) > \log_{\frac{1}{3}}(5x+25)$	$\log_{0,8}(2x-3) < \log_{0,8}(3x-5)$

### Самостоятельная работа №3 на тему: Тожественные преобразования

Цель: Закрепить навыки преобразования тригонометрических выражений.

#### Основные формулы тригонометрии

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1;$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x;$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1; \quad \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x};$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}.$$

**Синус и косинус суммы и разности аргументов:**

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$



$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

**Формулы двойного аргумента:**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = (\cos \alpha)^2 - (\sin \alpha)^2$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

**Формулы понижения степени:**

$$(\sin \alpha)^2 = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$(\cos \alpha)^2 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

**Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение:**

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
1. Вычислить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: $\sin 105^\circ$	1. Вычислить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: $\cos 15^\circ$

<p>2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>2.1. <math>\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2} \sin \alpha</math></p> <p>2.2. <math>\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)</math></p> <p>2.3. <math>\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta</math></p> <p>2.4. <math>\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)</math></p>	<p>2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>2.1. <math>\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha</math></p> <p>2.2. <math>\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \sin \beta</math></p> <p>2.3. <math>\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)</math></p> <p>2.4. <math>\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)</math></p>
<p>3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>3.1. <math>\cos 107^\circ \cos 107^\circ + \sin 107^\circ \sin 107^\circ</math></p> <p>3.2. <math>\sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ</math></p> <p>3.3. <math>\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}</math></p> <p>3.4. <math>\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}</math></p> <p>3.5. <math>\frac{\cos 105^\circ \cos 5^\circ + \sin 105^\circ \cos 85^\circ}{\sin 95^\circ \cos 5^\circ - \cos 95^\circ \sin 185^\circ}</math></p>	<p>3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>3.1. <math>\cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ</math></p> <p>3.2. <math>\sin 51^\circ \cos 21^\circ - \cos 51^\circ \sin 21^\circ</math></p> <p>3.3. <math>\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8}</math></p> <p>3.4. <math>\sin \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{15} \sin \frac{\pi}{5}</math></p> <p>3.5. <math>\frac{\sin 75^\circ \cos 5^\circ - \cos 75^\circ \cos 85^\circ}{\cos 375^\circ \cos 5^\circ - \sin 15^\circ \sin 165^\circ}</math></p>
<p>4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>4.1. <math>\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta</math></p> <p>4.2. <math>\sin(30^\circ - \alpha) - \cos(60^\circ - \alpha) = -\sin \alpha</math></p>	<p>4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>4.1. <math>\cos(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta</math></p> <p>4.2. <math>\sin(30^\circ - \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha) = 2 \sin 30^\circ \cos \alpha</math></p>

<p>1. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента:</p> <p>5.1. <math>\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha</math></p> <p>5.2. <math>\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = -\sin \alpha</math></p> <p>5.3. <math>2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ</math></p> <p>5.4. <math>(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)^2</math></p>	<p>5. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента:</p> <p>5.1. <math>(\cos \alpha)^2 - \cos 2\alpha</math></p> <p>5.2. <math>\frac{\sin 6\alpha}{(\cos 3\alpha)^2}</math></p> <p>5.3. <math>(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2</math></p> <p>5.4. <math>(\cos 15^\circ)^2 - (\sin 15^\circ)^2</math></p>
<p>6. Известно, что <math>\sin \alpha = \frac{5}{13}</math>, <math>\frac{\pi}{2} &lt; \alpha &lt; \pi</math> Найдите: <math>\sin 2\alpha</math>, <math>\cos 2\alpha</math></p>	<p>6. Известно, что <math>\cos \alpha = 0,8</math>, <math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math> Найдите: <math>\sin 2\alpha</math>, <math>\cos 2\alpha</math></p>
<p>7. Известно, что <math>\cos \alpha = \frac{2}{3}</math>. <math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math> Найдите: <math>\sin \frac{\alpha}{2}</math>, <math>\cos \frac{\alpha}{2}</math></p>	<p>7. Известно, что <math>\cos \alpha = \frac{3}{4}</math>. <math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math> Найдите: <math>\sin \frac{\alpha}{2}</math>, <math>\cos \frac{\alpha}{2}</math></p>
<p>1. Представить в виде произведения:</p> <p>8.1. <math>\sin 40^\circ + \sin 16^\circ</math></p> <p>8.2. <math>\sin 20^\circ - \sin 40^\circ</math></p> <p>8.3. <math>\cos 15^\circ + \cos 45^\circ</math></p> <p>8.4. <math>\cos 46^\circ - \cos 74^\circ</math></p>	<p>8. Представить в виде произведения:</p> <p>8.1. <math>\sin 10^\circ + \sin 50^\circ</math></p> <p>8.2. <math>\sin 52^\circ - \sin 36^\circ</math></p> <p>8.3. <math>\cos 20^\circ + \cos 40^\circ</math></p> <p>8.4. <math>\cos 75^\circ - \cos 15^\circ</math></p>
<p>2. Представить в виде произведения:</p>	<p>9. Представить в виде произведения:</p>

9.1. $\frac{1}{2} - \cos \alpha$ 2.2. $\cos \alpha + \sin \alpha$ 9.3. $\frac{\cos 68^\circ - \cos 22^\circ}{\sin 68^\circ - \sin 22^\circ}$	9.1. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \alpha$ 9.2. $\sin \alpha - \cos \alpha$ 9.3. $\frac{\sin 130^\circ + \sin 110^\circ}{\cos 130^\circ + \cos 110^\circ}$
10. Докажите, что верно равенство используя формулы преобразования сумм тригонометрических функций в произведение: $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \cos 10^\circ = 0$	10. Докажите, что верно равенство используя формулы преобразования сумм тригонометрических функций в произведение: $\cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ = 0$

### Самостоятельная работа №4 на тему: Решение тригонометрических уравнений

Цель: Знать методы решения тригонометрических уравнений и применять их при решении упражнений.

#### Теоретический материал

Формулы для повторения

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

#### Общие формулы решения тригонометрических уравнений

I. $\sin x = a,  a  \leq 1;$	II. $\cos x = a,  a  \leq 1$
------------------------------	------------------------------

$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
II $\operatorname{tg} x = a, a - \text{любое число}$ T $x = \operatorname{arctg} x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	I $\operatorname{ctg} x = a, a - \text{любое число}$ $x = \operatorname{arccotg} x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

### Частные решения тригонометрических уравнений

$\sin x = 0$ $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

### Значение тригонометрических функций

<b>град</b>	<b>0°</b>	<b>30°</b>	<b>45°</b>	<b>60°</b>	<b>90°</b>
<b>радиан</b>	<b>0</b>	<b><math>\frac{\pi}{6}</math></b>	<b><math>\frac{\pi}{4}</math></b>	<b><math>\frac{\pi}{3}</math></b>	<b><math>\frac{\pi}{2}</math></b>
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не сущест в
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не существ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Формулы для повторения:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c.$$

Если  $D > 0$ , то корни квадратного уравнения находим по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**Образцы решения тригонометрических уравнений второго порядка:**

**Образец №1**

Решить уравнение:

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

Решение. Введем новую переменную:  $z = \sin x$ . Тогда уравнение примет вид:

$$2z^2 - 5z + 2 = 0. \text{ Решая квадратное уравнение находим } z_1 = 2 \text{ и } z_2 = \frac{1}{2}.$$

Значит, либо  $\sin x = 2$ , либо  $\sin x = \frac{1}{2}$ . Первое уравнение не имеет корней, а

из второго находим

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

**Образец №2**

Решить уравнение:

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$$

Решение:

Воспользуемся тем, что  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$$

После преобразования получим:

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Введем новую переменную  $z = \cos x$ . Тогда данное уравнение примет вид:

$$2z^2 - z - 1 = 0. \text{ Решая его, находим } z_1 = 1, \quad z_2 = -\frac{1}{2}$$

Значит, либо  $\cos x = 1$ , либо  $\cos x = -\frac{1}{2}$

Решая первое уравнение  $\cos x = 1$ , как частное, находим его решение

$$x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Решая второе уравнение, находим решение:

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

### Образец №3

Решить уравнение:

$$3\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5\cos x = 2$$

Решение:

С числом 2, содержащимся во правой части, поступим следующим образом.

Известно, что  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  - это тождество верно для любого значения  $x$ .

$$\text{Тогда } 2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x = 2.$$

Заменив в первом уравнении 2 на  $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$ , получим:

$$3\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$3\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5\cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$$

Обе части уравнения разделим на  $\cos^2 x$  почленно

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sqrt{3} \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{3 \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

Так как  $\frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x$ , то полученное уравнение запишем в виде:

$$\operatorname{tg}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 3 = 0$$

Введя новую переменную  $t = \operatorname{tg} x$ , получим квадратное уравнение:

$$t^2 - 2\sqrt{3} t + 3 = 0, \text{ решая уравнение, получим: } t = \sqrt{3}$$

$$\text{Итак, } \operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n,$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

**Решить самостоятельно**

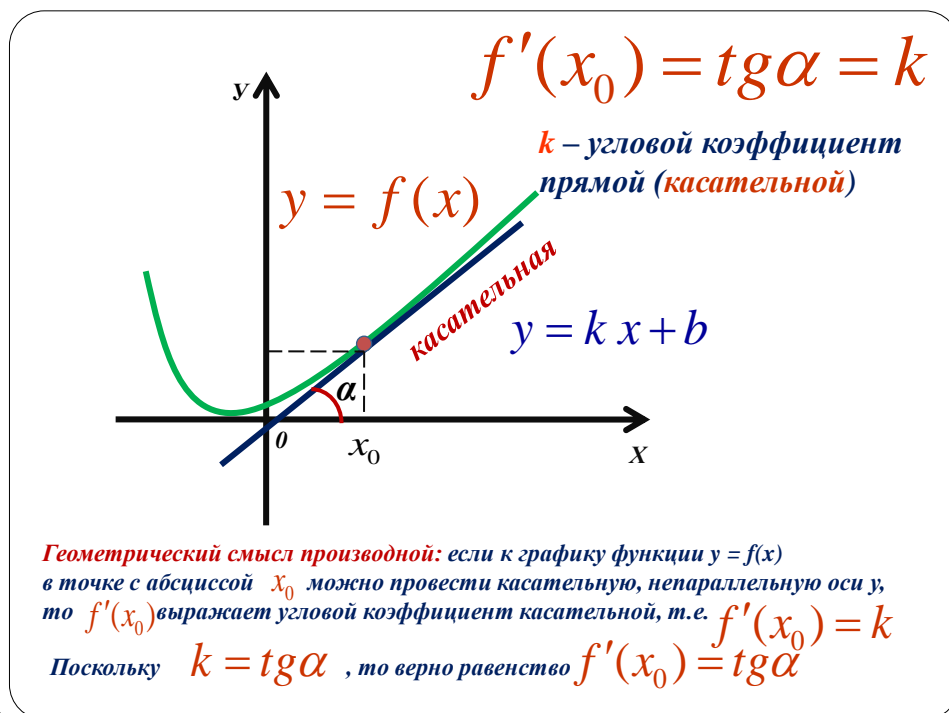
<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
<p>1. Решить уравнения:</p> <p>1.1. <math>2\cos x - \sqrt{2} = 0</math></p> <p>1.2. <math>\operatorname{tg} 2x + 1 = 0</math></p> <p>1.3. <math>\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = 1</math></p> <p>2. Определить число корней уравнения <math>3\operatorname{ctg} 2x - \sqrt{3} = 0</math> принадлежащих отрезку <math>\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]</math>.</p>	<p>1. Решить уравнения:</p> <p>1.1. <math>\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0</math></p> <p>1.2. <math>2\sin\left(-\frac{x}{2}\right) = 1</math></p> <p>1.3. <math>2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}</math></p> <p>2. Найдите наименьший положительный корень уравнения <math>\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>.</p>
<p>Решить уравнения:</p> <p>1. <math>3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0</math></p> <p>2. <math>3\cos^2 2x + 10\cos 2x + 3 = 0</math></p> <p>3. <math>3\cos^2 x + 10\cos x + 3 = 0</math></p> <p>4. <math>2\sin^2 x + 3\cos x = 0</math></p> <p>5. <math>3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 1 = 0</math></p> <p>6. <math>2\sin^2 x - 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0</math></p> <p>7. <math>2\cos^2 x - \sin x \cos x + 5\sin^2 x = 3</math></p>	<p>Решить уравнения:</p> <p>1. <math>6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0</math></p> <p>2. <math>2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 1 = 0</math></p> <p>3. <math>2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0</math></p> <p>3. <math>5\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0</math></p> <p>4. <math>2\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 2 = 0</math></p> <p>5. <math>3\cos^2 x + 10\sin x \cos x + 3\sin^2 x = 0</math></p> <p>6. <math>2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 4</math></p>

**Самостоятельная работа №5 на тему: Понятие о производной. Правила вычисления производной функции**

Цель: Иметь понятие о геометрическом смысле производной. Уметь находить тангенс угла наклона касательной к оси  $ox$ .



## Теоретический



материал

Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Найти угол между касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ .

- 1.1.  $f(x) = 3x^2, \quad x_0 = 1.$
- 1.2.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad x_0 = 2.$
- 1.3.  $f(x) = 4\sqrt{x}, \quad x_0 = 4.$
- 1.4.  $f(x) = 5\cos x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}.$
- 1.5.  $f(x) = \sin 3x, \quad x_0 = \frac{\pi}{12}.$

2. Записать уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ .

- 2.1.  $f(x) = x^5 - x^3 + 3x - 1, \quad x_0 = 0.$
- 2.2.  $f(x) = x^3 - 2x, \quad x_0 = 2.$

Вариант 2

1. Найти угол между касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ .

1.1.  $f(x) = 2x^3, \quad x_0 = 1.$

1.2.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4, \quad x_0 = 2.$

1.3.  $f(x) = 3\sqrt{x}, \quad x_0 = 9.$

1.4.  $f(x) = 4\sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}.$

1.5.  $f(x) = \cos 5x, \quad x_0 = \frac{\pi}{20}.$

2. Записать уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$

2.1.  $f(x) = x^4 - x^3 + 5x - 2, \quad x_0 = 0.$

2.2.  $f(x) = x^3 + 3x, \quad x_0 = 2.$

### **Самостоятельная работа №6 на тему: Исследование функции с помощью производной**

Цель: Знать условия возрастания, убывания функции, точек максимума и минимума функции. Знать схему исследования функции и применять её при построении графика.

Признак возрастания функции: Если  $f'(x) > 0$  в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция  $f(x)$  возрастает.

Признак убывания функции: Если  $f'(x) < 0$  в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция  $f(x)$  убывает.

Признак максимума функции: Если функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) > 0$  на интервале  $(a; x_0)$  и  $f'(x) < 0$  на интервале  $(x_0; a)$ , то  $x_0$  является точкой максимума.

Упрощённая формулировка: Если в точке  $x_0$  производная меняет знак с плюса на минус, то  $x_0$  есть точка максимума.

Признак минимума функции: Если функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) < 0$  на интервале  $(a; x_0)$  и  $f'(x) > 0$  на интервале  $(x_0; a)$ , то  $x_0$  является точкой минимума

Упрощённая формулировка: Если в точке  $x_0$  производная меняет знак с минуса на плюс, то  $x_0$  есть точка максимума.

### Схема исследования функции.

- Находим область определения;
- Вычисляем производную;
- Находим стационарные точки
- Определяем промежутки возрастания и убывания;
- Находим точки максимума и минимума;
- Вычисляем экстремум функции;
- Данные заносят в таблицу.
- На основании такого исследования строится график функции.

### Решить самостоятельно:

#### Вариант 1

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1.  $f(x) = 2x^2 - 1$

2.  $f(x) = -x^2 + 2x$

3.  $f(x) = x^3 + 2x^2$

4.  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

II. Найти экстремум функции

1.  $f(x) = 3x^2 - 2x$

2.  $f(x) = \cos 2x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

#### Вариант 2

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1.  $f(x) = -x^2 + 1$

2.  $f(x) = x^2 - 4x$

3.  $f(x) = x^3 + 3x^2$

4.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

II. Найти экстремум функции

1.  $f(x) = 3x - 5x^2$

2.  $f(x) = \sin 3x$

III. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$$

### Вариант 3

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1.  $f(x) = -2x^2 + 32$

2.  $f(x) = x^2 - 4x$

3.  $f(x) = -x^3 + 6x^2$

4.  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 4$

II. Найти экстремум функции

1.  $f(x) = 6x - x^3$

2.  $f(x) = x^2 \cdot e^x$

III. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$$

### Самостоятельная работа №7 на тему: Площадь криволинейной трапеции определённого интеграла

Цель: закрепить знания, умения и навыки нахождения площади криволинейной трапеции с помощью интеграла;

## Теоретический материал

Определение: **Неопределенным интегралом** функции  $f(x)$  называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

$F(x) + C$ . Записывают:  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , где  $F(x)$ - есть некоторая первообразная функции  $f(x)$  на этом промежутке,  $C - \text{const}$ . При этом знак  $\int$  называется знаком интеграла,  $f(x)$  - подынтегральной функцией,  $f(x)dx$  - подынтегральным выражением,  $x$  - переменная интегрирования,  $C$  - постоянная интегрирования.

Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

### Таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \tg x dx = -\ln \cos x  + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\text{ctg} x + C$	$\int \text{ctg} x dx = \ln x  + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tg x + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \ell^x dx = \frac{\ell^x}{\ln \ell} + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctg x + C$	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$

### Свойства неопределенного интеграла:

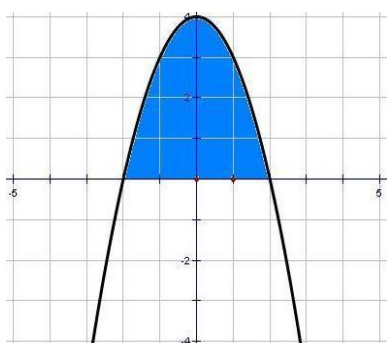
$$\int dF(x) = F(x) + C;$$

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx;$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx;$$

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C;$$

**Определение:** Фигура, ограниченная снизу отрезком  $[a, b]$  оси  $Ox$ , сверху графиком непрерывной функции  $y = f(x)$ , принимающей положительные значения, а с боков отрезками прямых  $x = a$ ,  $x = b$  называется криволинейной трапецией.



$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

**Образец решения:**

*Вычислить площадь криволинейной трапеции,*

*ограниченной линиями*

$$y = 4 - x^2 \text{ и } y = 0$$

Решение:

1.  $y = 4 - x^2$  - квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз, вершина  $(0;4)$

$y = 0$  - ось абсцисс.

2. Найдём точки пересечения параболы с осью  $X$ :  $x^2 - 4 = 0$ ;

$$x^2 = 4, \quad x = 2, \quad x = -2.$$

3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \left( 4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right) - \left( 4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3} \right) = \\ &= 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = 16 - 5\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3} \text{ (ед.}^2\text{)} \end{aligned}$$

**Решить самостоятельно:**

**Вариант 1**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1  $f(x) = 16 - x^2$ ,  $f(x) = 0$ .

1.2.  $f(x) = 1 + x^2$ ,  $y = 2$ .

1.3.  $f(x) = (x - 1)^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ .

1.4.  $f(x) = 5\cos x$ ,  $f(x) = 3\cos x$ .

1.5.  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $f(x) = 3x + 2$ .

**Вариант 2**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1.  $f(x) = 9 - x^2$ ,  $f(x) = 0$ .

1.2.  $f(x) = 3 + x^2$ ,  $y = 4$

1.3.  $f(x) = (x - 2)^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ .

1.4.  $f(x) = 5\sin x$ ,  $f(x) = 3\sin x$ .

1.5.  $f(x) = x^2 + 3$ ,  $f(x) = 2x + 3$ .

**Самостоятельная работа №8 на тему: Ученые, которые внесли особый вклад в развитие геометрии.**

Цель: расширить кругозор и познакомить с историей развития геометрии через биографию ученых, которые внесли вклад в развитие данной науки.

**Задание для учащихся. Написать сообщение на заданную тему.**

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема

изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

**Выполнить самостоятельно:**

**Написать сообщение на тему: «Математики - известные ученые» (на выбор).**

1. Пифагор;
2. Архимед;
3. Фалес Милетский;
4. Платон;
5. Евклид;
6. Эратосфен;
7. Демокрит;
8. Апполоний;
9. Рене Декарт
10. Б. Риман;



11.Д. Гильберд;

12.Паскаль;

13.Дезарк;

14.К. Гаус.

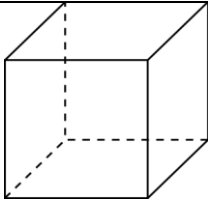
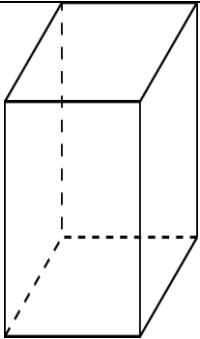
### Самостоятельная работа №9 на тему: Многогранники и их поверхности

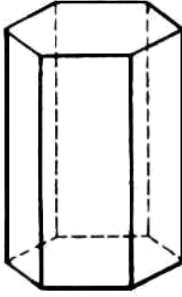
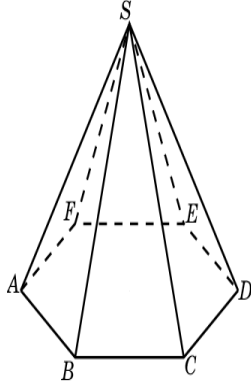
Цель: Знать формулы вычисления площади боковой и полной поверхности призмы, пирамиды, параллелепипеда и уметь применять их к решению задач.

#### Теоретический материал

Площадью поверхности многогранника по определению считается сумма площадей, входящих в эту поверхность многоугольников.

#### Основные формулы

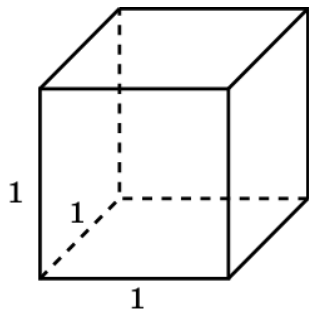
№п/п	Наименование многогранника	Изображение	Площадь боковой и полной поверхности
1	Куб		$S_{\text{п}} = 6a^2$
2	Прямоугольный параллелепипед		$S_{\text{п}} = 2ab + 2ac + 2bc$

3	Призма		$S_{\text{б}} = p \cdot H$ $S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{о}}$
4	Пирамида		$S_{\text{б}} = \frac{1}{2} p \cdot h$ $S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{о}}$

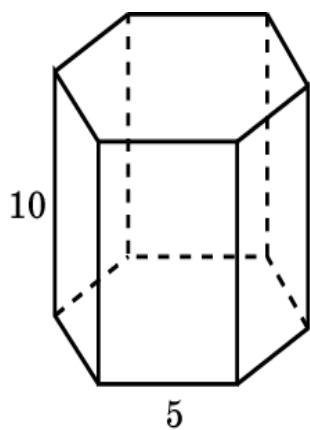
Решить самостоятельно.

### Вариант 1

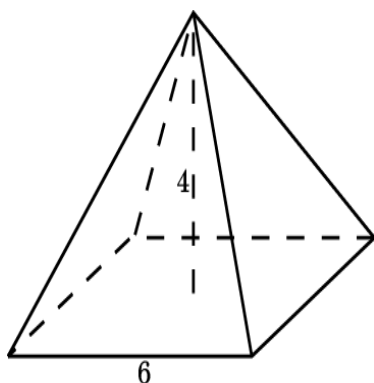
1. Чему равна площадь поверхности куба с ребром 1?



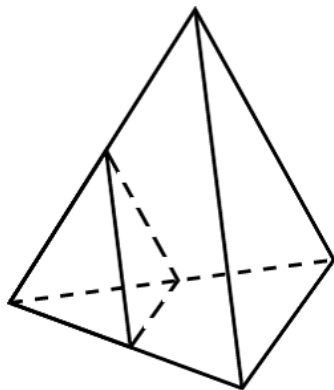
2. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5 см, а высота 10 см.



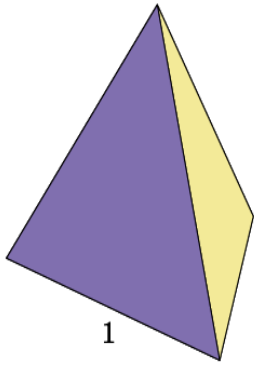
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



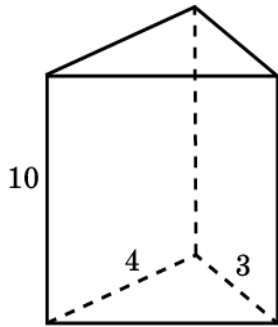
4. Как изменятся площади боковой и полной поверхностей пирамиды, если все её рёбра: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 5 раз?



5. Чему равна площадь поверхности правильного тетраэдра с ребром 1?

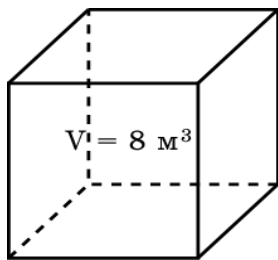


6. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.

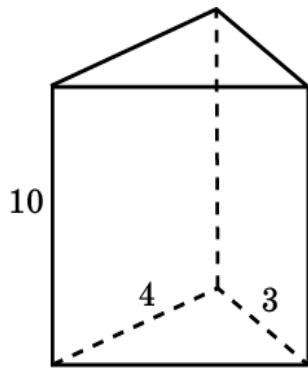


### Вариант 2

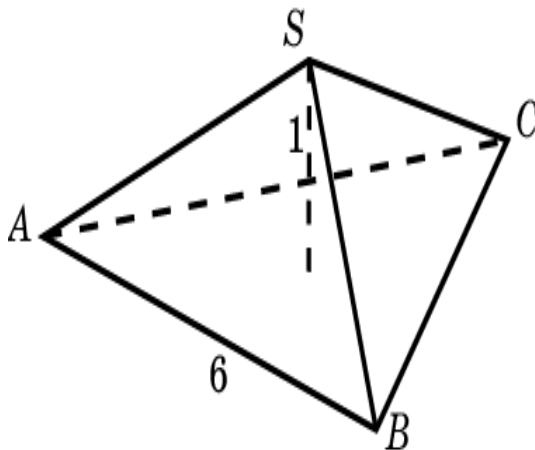
1. Объем куба равен  $8 \text{ м}^3$ . Найдите площадь его поверхности.



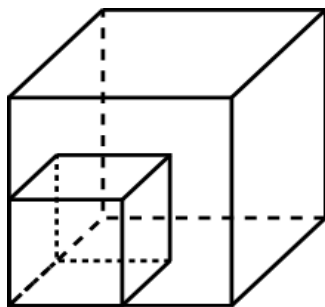
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.



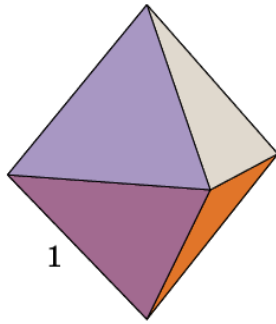
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.



4. Как изменится площадь поверхности куба, если каждое его ребро увеличить в: а) 2 раза; б) 3 раза; в)  $n$  раз?



5. Чему равна площадь поверхности октаэдра с ребром 1?



6. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.

