

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра высшей математики**

**Авторы-составители: Полосков Игорь Егорович  
Бячков Андрей Борисович  
Кусяков Альфред Шамильевич  
Иванов Владимир Николаевич  
Кувшинова Елена Владимировна  
Сандакова Ольга Васильевна  
Дербенева Ольга Валерьевна  
Шимановский Владимир Александрович**

Рабочая программа дисциплины

**МАТЕМАТИКА**

Код УМК 63075

Утверждено  
Протокол №1  
от «23» сентября 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Математика

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **38.03.03** Управление персоналом  
направленность Управление персоналом организации

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математика** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**38.03.03** Управление персоналом (направленность : Управление персоналом организации)

**ОПК.3** владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	38.03.03 Управление персоналом (направленность: Управление персоналом организации)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	1,2
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	7
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	252
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	98
<b>Проведение лекционных занятий</b>	42
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	56
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	154
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (6) Итоговое контрольное мероприятие (2)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Зачет (1 триместр) Экзамен (2 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Математика 1

В разделе представлены следующие темы:

1. Линейная алгебра
2. Аналитическая геометрия.
3. Введение в анализ

#### Входной контроль

Проверка знаний по следующим разделам:

1. Арифметические и алгебраические выражения
2. Тригонометрические выражения
3. Показательные и логарифмические выражения

#### Линейная алгебра

Тема 1. Определение комплексного числа. Мнимая единица, действительная и мнимая часть. Сопряженные комплексные числа. Геометрическое изображение комплексного числа. Модуль, аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел (алгебраическая, тригонометрическая, показательная).

Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме и их свойства. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме записи. Возведение комплексного числа в целую положительную степень (формула Муавра). Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа. Решение алгебраических уравнений с действительными и комплексными коэффициентами.

Тема 2. Матрицы. Определение. Различные типы матриц (квадратная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая, симметричная, кососимметричная, ортогональная). Действия с матрицами (транспонирование матрицы, сумма матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц) и их свойства. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы.

Определитель квадратной матрицы. Понятие определителя  $n$ -го порядка. Формулы вычисления определителей 2-го, 3-го порядков. Свойства определителей. Минор, алгебраическое дополнение элемента определителя. Разложение определителя по строке и столбцу. Способы вычисления определителей (разложением по строке/столбцу, эффективным понижением порядка, приведением к треугольному виду).

Обратная матрица и её свойства. Формула вычисления обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Миноры матрицы. Ранг матрицы и его свойства. Способы вычисления ранга матрицы (метод нулей и единиц, метод окаймляющих миноров).

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Определение. Классификация СЛАУ (однородная, неоднородная, совместная, несовместная, определенная, неопределенная). Эквивалентные СЛАУ, элементарные преобразования. Теорема Кронекера-Капелли. Способы решения невырожденных СЛАУ: матричный способ, по формулам Крамера. Метод Гаусса решения СЛАУ. Системы линейных однородных алгебраических уравнений. Тривиальное решение, общее решение. Необходимое и достаточное условие существования решений, отличных от «тривиального».

Тема 4. Определение линейного пространства, основные примеры. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы векторов, их свойства. Размерность и базис линейного пространства векторов. Координаты вектора в базисе, их единственность. Действия с векторами, заданными координатами. Линейные операторы, их матрицы в фиксированном базисе линейного пространства.

Характеристические корни и собственные значения линейного оператора, связь между ними. Собственные векторы линейного оператора. Правило нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Базис из собственных векторов линейного оператора. Квадратичная форма, ее ранг, матрица, матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Скалярное произведение. Евклидовы пространства (определение, свойства). Длина вектора и угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации. Приведение квадратичных форм к главным осям.

### **Аналитическая геометрия**

Тема 5. Вектор. Определение, геометрический образ. Коллинеарные, компланарные векторы. Линейные операции над векторами (сумма, разность векторов, умножение вектора на число) и их свойства. Условие коллинеарности векторов.

Проекция вектора на ось и её свойства. Ортонормированный базис. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы вектора и их свойства. Линейные операции над векторами в координатной форме. Условие коллинеарности векторов в координатной форме.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения векторов через координаты. Приложения скалярного произведения. Условие ортогональности векторов.

Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты. Приложения векторного произведения.

Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл. Выражение смешанного произведения векторов через координаты. Приложения смешанного произведения. Условие компланарности векторов.

Тема 6. Декартова прямоугольная система координат. Полярные координаты. Связь между декартовыми и полярными координатами. Расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, вычисление площади треугольника. Преобразования прямоугольной системы координат.

Декартова прямоугольная система координат в пространстве. Цилиндрическая и сферическая системы координаты. Связь между цилиндрической, сферической и декартовой системами координат.

Метод координат в геометрии. Уравнения линии и поверхности. Две основные задачи аналитической геометрии. Алгебраические линии и поверхности.

Тема 7. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Полярное уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Нормирующий множитель. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми (заданных общими уравнениями, заданных уравнениями с угловым коэффициентом). Расстояние от точки до прямой.

Тема 8. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Нормальный вектор плоскости. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Прямые в пространстве. Векторное уравнение прямой. Направляющий вектор прямой. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения прямой. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две данные точки. Общее уравнение прямой. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условие принадлежности двух прямых одной плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

Тема 9. Общее уравнение линии второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола (определение, каноническое уравнение, исследование формы линии по её уравнению, фокусы, полуоси, эксцентриситет, формула связи фокусного расстояния с полуосями, асимптоты гиперболы, директрисы). Приведение к каноническому виду общего уравнения линии второго порядка. Центральные и нецентральные линии второго порядка. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения.

### **Математический анализ. Модуль 1**

Тема 10. Числовые множества. Множество действительных чисел и его основные свойства. Абсолютная величина действительного числа и её свойства. Подмножества множества действительных чисел: отрезок, интервал, полуинтервал, бесконечный интервал, окрестность, проколота окрестность. Переменные и постоянные величины. Понятие функции. Область определения и область изменения функции. Способы задания функции. Основные характеристики функций. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Области определения и изменения, свойства основных элементарных функций. График функции. Действия с графиками (сложение, вычитание, умножение графиков). Преобразования графиков (сдвиг, растяжение). Построение графика сложной функции. Построение графика обратной функции по графику прямой функции.

Тема 11. Бесконечная числовая последовательность. Монотонные, ограниченные, неограниченные, бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Сходящиеся последовательности и их основные свойства. Число  $e$ , как предел числовой последовательности.

Предел функции в точке (определения по Гейне и по Коши). Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы и следствия из них. Неопределенности и методы их раскрытия. Сравнение бесконечно малых функций.

Определение непрерывности функции в точке (формальное, по Гейне, по Коши). Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции и их классификация.

Тема 12. Понятие производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Гладкие функции.

Правила и формулы дифференцирования. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функций, заданных параметрически.

Производные высших порядков. Производные высших порядков явно заданной функции и функции,

заданной параметрически.

Понятие дифференциала функции. Основные теоремы о дифференциалах. Инвариантность формы первого дифференциала. Таблица дифференциалов. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков. Дифференциал  $n$ -го порядка от сложной функции.

Тема 13. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши, следствия из них, геометрический смысл. Теорема Лопиталья. Раскрытие различных неопределенностей с помощью правила Лопиталья.

Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Формула Маклорена. Разложение по формуле Маклорена функций  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ . Применение формулы Тейлора к приближенным вычислениям и к вычислению пределов.

Тема 14. Возрастание и убывание функций. Необходимое условие, достаточное условие монотонности функции, их геометрический смысл.

Локальный экстремум функции. Определение максимума (минимума) функции. Необходимое условие существования экстремума, её геометрический смысл. Критические точки. Достаточные условия существования экстремума первого и второго порядков, их геометрический смысл. Схемы исследования функции на максимум и минимум с помощью первой и второй производных. Исследование функции на максимум и минимум с помощью формулы Тейлора.

Направление выпуклости графика функции. Достаточные условия направления выпуклости вверх (вниз) графика функции.

Точки перегиба. Необходимое условие перегиба графика функции. Первое и второе достаточные условия существования точки перегиба.

Асимптоты графика функции. Необходимое и достаточное условие существования наклонной асимптоты.

Общая схема исследования функций и построения их графиков. Глобальные максимум и минимум функции на отрезке. Отыскание наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Цель работы: комплексная проверка знаний и умений, связанных с вычислением определителей, действиями над матрицами, действиями над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах; преобразование кривых второго порядка; векторы; вычисление пределов, вычисление производных. Проверка знаний основных определений и формул по темам 1 триместра.

Тематика практических заданий

1. Определители 2 и 3 порядка.
2. Действия над матрицами: сложение, умножение, нахождение обратной.
3. Системы уравнений: метод Гаусса, Крамера, матричный..
4. Представление комплексного числа в тригонометрической форме.
5. Формулы Муавра.
6. Преобразование кривых 2 порядка.
7. Векторы: скалярное произведение, векторное произведение, смешанное произведение.
8. Функция: графики элементарных функций.
9. Предел функции
10. Геометрический смысл производной
11. Необходимое условие экстремума.
12. Достаточное условие экстремума.
13. Асимптоты



Список теоретических вопросов в 1 триместре:

1. Формула расстояния между двумя точками на плоскости.
2. Формула для координат середины отрезка.
3. Расстояние от точки до прямой.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Уравнение прямой, проходящей через одну точку.
6. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
7. Общее уравнение прямой.
8. Вычисление угла между двумя прямыми на плоскости.
9. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
10. Определение кривой второго порядка.
11. Окружность ( с рисунком).
12. Эллипс ( с рисунком).
13. Гипербола ( с рисунком).
14. Парабола ( с рисунком).
15. Определение вектора.
16. Разложение вектора в координатном базисе, понятие орта.
17. Скалярное произведение (определение).
18. Задача на применение скалярного произведения.
19. Векторное произведение векторов (определение).
20. Векторное произведение в координатной форме.
21. Понятие комплексного числа, алгебраическое представление числа.
22. Понятие комплексного числа, тригонометрическое представление числа.
23. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме
24. Формула возведения в степень комплексного числа.
25. Формула извлечения корня из комплексного числа.
26. Предел функции (определение).
27. Замечания о пределах (правый и левый пределы).
28. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
29. Основные правила вычисления пределов (сумма, произведение, частное).
30. Первый замечательный предел.
31. Второй замечательный предел.
32. Непрерывность функции (определение).
33. Непрерывность функции (виды разрывов функций).
34. Определение производной функции.
35. Таблица производных основных функций (не менее 10).
36. Правила дифференцирования.
37. Физический смысл производной.
38. Геометрический смысл производной.
39. Производная сложной функции.
40. Определение дифференциала функции.
41. Уравнения касательной к кривой (рисунок, вывод).
42. Уравнения нормали к кривой (рисунок, вывод).
43. Раскрытие неопределенностей вида  $0/0$  по правилу Лопиталя.
44. Раскрытие неопределенностей вида  $\infty/\infty$  по правилу Лопиталя.

45. Возрастание функций (определение).
46. Убывание функций (определение).
47. Необходимое условие экстремума.
48. Достаточное условие экстремума.
49. Выпуклость кривой (определение, рисунок).
50. Вогнутость кривой (определение, рисунок).
51. Условие выпуклости графика функции.
52. Условие вогнутости графика функции.
53. Точки перегиба (определение).
54. Необходимое условие существования точки перегиба.
55. Достаточное условие существования точки перегиба.
56. Асимптоты (вертикальные, определение)
57. Асимптоты (горизонтальные и наклонные, определение).

## **Математика 2**

В разделе представлены следующие темы:

1. Дифференциальное исчисление
2. Интегральное исчисление
3. Ряды
4. Дифференциальные уравнения

### **Математический анализ. Модуль 2**

Тема 15. Первообразная. Теорема о разности двух первообразных функции. Неопределённый интеграл и его связь с первообразной. Геометрическая интерпретация неопределённого интеграла. Интегральная кривая. Теорема о существовании неопределённого интеграла. Основные свойства неопределённого интеграла. Инвариантность формулы интегрирования. Таблица основных неопределённых интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования заменой переменной (подстановкой), метод интегрирования по частям. Типы функций, интегрируемых по частям.

Многочлены. Разложение многочлена на множители. Кратные корни многочлена. Теоремы о многочлене тождественно равном нулю, о тождественно равных многочленах. Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на произведение неприводимых вещественных множителей.

Дробно-рациональная функция (рациональная дробь). Правильная и неправильная рациональная дробь, разложение неправильной дроби на сумму многочлена и правильной дроби. Простейшие рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Способы определения коэффициентов разложения (метод сравнения коэффициентов, метод частных значений).

Интегрирование рациональных дробей. Метод рационализации. Интегрирование некоторых трансцендентных, тригонометрических и иррациональных функций. Понятие о функциях, интегралы от которых не выражаются через элементарные функции («неберущиеся» интегралы).

Тема 16. Понятие интегральной суммы и её предела. Верхние и нижние суммы и их свойства.

Интегрируемость непрерывных функций. Основные свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной у любой непрерывной функции. Теорема Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям.

Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от разрывных функций. Сходящиеся, расходящиеся несобственные интегралы. Теоремы сравнения. Абсолютная сходимость

несобственных интегралов.

Геометрические приложения определённого интеграла. Вычисление площади фигуры, длины дуги, объёма тела, площади поверхности тела вращения (с заданием функции в декартовой и полярной системах координат, параметрическими уравнениями).

### **Математический анализ. Модуль 3**

Тема 17. Понятие функции нескольких переменных. Области определения и изменения функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Понятие линий (поверхностей) уровня функций. Примеры функций двух переменных, их графики, области определения и изменения, линии уровня (сфера, эллиптический параболоид, параболический гиперболоид, конус). Предел функции нескольких переменных. Последовательности точек евклидова пространства. Сходящиеся последовательности. Определения предела функции нескольких переменных (по Гейне и по Коши). Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Бесконечно малые функции нескольких переменных.

Непрерывность функции нескольких переменных. Определение непрерывности функции в точке (формальное, по Гейне, по Коши). Точки разрыва функции нескольких переменных. Непрерывность функции на множестве. Частное и полное приращение функции. Разностная форма условия непрерывности функции. Непрерывность функции нескольких переменных по одной переменной. Основные теоремы о непрерывных функциях (об арифметических операциях над непрерывными в данной точке функциями, о непрерывности сложной функции, об устойчивости знака непрерывной в данной точке функции, о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение, об ограниченности непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве, о достижении наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве).

Тема 18. Частные производные функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация частных производных функции двух переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции и следствия из него. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции нескольких переменных. Понятие сложной функции нескольких переменных и её дифференцирование. Полная производная. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие функции, заданной неявно и производная от неё. Производная по направлению. Градиент. Связь градиента с производной по направлению. Свойства градиента. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных производных от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Тема 19. Определение точки строгого локального экстремума (максимума, минимума) функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных. Критические точки. Достаточные условия экстремума функции двух переменных. Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных (больше двух). Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределённых множителей Лагранжа. Экстремум функции в области. Условия Куна-Таккера и их геометрическая интерпретация. Порядок отыскания наименьшего и наибольшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области. Получение функции на основании экспериментальных данных по методу наименьших квадратов.

### **Математический анализ. Модуль 4**

Тема 20. Понятие о дифференциальном уравнении. Задачи, приводящие к дифференциальным

уравнениям (уравнение движения тела при сопротивлении среды, задача о радиоактивном распаде). Определение дифференциального уравнения. Понятия решения, общего решения, частного решения дифференциального уравнения, интегральной кривой. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Качественное исследование дифференциального уравнения первого порядка. Изоклины, поле направлений. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Метод Бернулли, метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной). Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Тема 21. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейный дифференциальный оператор и его основные свойства. Основные теоремы о решениях линейного однородного уравнения. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского и его свойства. Структура общего решения однородного и неоднородного линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Вид частного решения линейного однородного уравнения. Характеристическое уравнение. Вид общего решения линейного однородного уравнения для различных случаев комплексных и действительных корней характеристического уравнения. Вид общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения по виду правой части.

Приближенное решение дифференциальных уравнений (метод последовательного дифференцирования, метод неопределенных коэффициентов).

Тема 22. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Определение. Нормальная система дифференциальных уравнений. Решение системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. Решение системы дифференциальных уравнений в нормальной форме методом исключения (сведения системы к одному дифференциальному уравнению высшего порядка). Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Вид частного решения. Характеристическое уравнение. Метод Эйлера нахождения решения однородной системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Теоретические вопросы

1. Понятие первообразной функции. Теоремы о первообразных.
2. Неопределенный интеграл, его свойства.
3. Таблица неопределенных интегралов.
4. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
5. Разложение дробной рациональной функции на простейшие дроби.
6. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций.
7. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
8. Интегрирование иррациональных выражений.
9. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.
10. Основные свойства определенного интеграла.
11. Теорема о среднем.

12. Производная определенного интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница.
13. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
14. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
15. Вычисление площадей плоских фигур.
16. Определение и вычисление длины кривой, дифференциал длины дуги кривой.

Функции нескольких переменных.

1. Определение функций двух переменных.
  2. Геометрическое изображение функции двух переменных. Частные и полное приращение функции двух переменных.
  3. Непрерывность функции двух переменных.
  4. Частные производные функции двух переменных.
  5. Полный дифференциал функции двух переменных.
  6. Экстремум функции двух переменных (необходимые и достаточные условия экстремума).
- Двойной интеграл.

1. Определение двойного интеграла (теорема о существовании двойного интеграла).
2. Свойства двойного интеграла.
3. Двукратный интеграл.
4. Вычисление двойного интеграла через двукратный интеграл.
5. Изменение порядка интегрирования в двукратном интеграле.
6. Вычисление объемов и площадей с помощью двойных интегралов.

### **Математика 3**

Изучение текущего модуля не предусмотрено учебным планом, но он используется для других специальностей

### **Математический анализ. Модуль 5**

Изучение текущего модуля не предусмотрено учебным планом, но он используется для других специальностей

### **Математический анализ. Модуль 6**

Изучение текущего модуля не предусмотрено учебным планом, но он используется для других специальностей

### **Математический анализ. Модуль 7**

Изучение текущего модуля не предусмотрено учебным планом, но он используется для других специальностей

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Изучение текущего модуля не предусмотрено учебным планом, но он используется для других специальностей

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Тетруашвили Е. В. Математика: Практикум / Тетруашвили Е. В. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018, ISBN 978-5-4486-0220-7. — 159 с. — <http://www.iprbookshop.ru/71567.html>
2. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для академического бакалавриата / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 248 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07889-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/434737>
3. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2 : учебник для академического бакалавриата / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 305 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07891-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/434738>

### Дополнительная:

1. Попов, А. М. Высшая математика для экономистов. В 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 271 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-08550-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/442289>
2. Математика для гуманитариев: учебник / Под общ. ред. д.э.н., проф., К. В. Балдина. — 3-е изд. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2011. — 512 с. — ISBN 978-5-394-01115-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://psu.bibliotech.ru/Reader/Book/8998>
3. Гусак, А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. — Минск : ТетраСистемс, 2009. — 638 с. — ISBN 978-985-470-952-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/28224>
4. Попов, А. М. Высшая математика для экономистов. В 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 295 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-08552-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/442290>
5. Кузнецов, Б. Т. Математика : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Б. Т. Кузнецов. — 2-е изд. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 719 с. — ISBN 5-238-00754-X. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/71018.html>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математика** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- презентационные материалы (слайды по темам лекционных и практических занятий);
- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

1. Приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC».
2. Программа просмотра интернет контента (браузер).
3. Офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Лекционные занятия: аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Занятий семинарского типа: аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Групповые (индивидуальные) консультации: аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Текущий контроль: аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа: аудитория для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Помещения Научной библиотеки ПГНИУ



Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математика**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.3**

**владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять в профессиональной деятельности</p> <p>В результате изучения дисциплины "Математика" обучающийся должен:</p> <p><b>-ЗНАТЬ:</b></p> <p>- основные идеи и методы аналитической геометрии и линейной алгебры (системы линейных уравнений, элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве, определители, системы векторов, ранг матрицы, многомерные линейные пространства, линейные операторы и матрицы, комплексные числа и многочлены, собственные векторы линейных операторов, евклидово пространство, квадратичные формы);</p> <p>- основные понятия математического анализа (понятие множества, операции над множествами, понятие окрестности точки, функциональная зависимость, графики основных элементарных функций, предел числовой последовательности, предел функции,</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает:</p> <p>-основные идеи и методы аналитической геометрии и линейной алгебры (системы линейных уравнений, элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве, определители, системы векторов, ранг матрицы, многомерные линейные пространства, линейные операторы и матрицы, комплексные числа и многочлены, собственные векторы линейных операторов, евклидово пространство, квадратичные формы);</p> <p>- основные понятия математического анализа (понятие множества, операции над множествами, понятие окрестности точки, функциональная зависимость, графики основных элементарных функций, предел числовой последовательности, предел функции, непрерывность функции в точке, свойства числовых множеств и последовательностей, глобальные свойства непрерывных функций, производная и дифференциал, основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения, выпуклость функции, неопределенный, определенный и несобственный интегралы, точечные множества в многомерных пространствах, функции нескольких переменных, классические методы оптимизации, функции спроса и предложения, функции полезности, кривые безразличия).</p> <p>Не умеет применять указанные методы математического анализа и моделирования</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>непрерывность функции в точке, свойства числовых множеств и последовательностей, глобальные свойства непрерывных функций, производная и дифференциал, основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения, выпуклость функции, неопределенный, определенный и несобственный интегралы, точечные множества в многомерных пространствах, функции нескольких переменных, классические методы оптимизации, функции спроса и предложения, функции полезности, кривые безразличия).</p> <p>-УМЕТЬ применять указанные методы математического анализа и моделирования для решения экономических задач;</p> <p>-ВЛАДЕТЬ навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- употребления математической символики для описания количественных и качественных свойств практических объектов;</li> <li>- построения и исследования различных функциональных зависимостей;</li> <li>- применения основных математических понятий (обыкновенных и частных производных, неопределенных, определенных и несобственных интегралов, матриц и определителей, последовательностей и рядов) для решения экономических задач;</li> <li>- аналитического и численного решения алгебраических и</li> </ul>	<p><b>Неудовлетворител</b></p> <p>для решения экономических задач. Не владеет навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- употребления математической символики для описания количественных и качественных свойств практических объектов; построения и исследования различных функциональных зависимостей;</li> <li>- применения основных математических понятий (обыкновенных и частных производных, неопределенных, определенных и несобственных интегралов, матриц и определителей, последовательностей и рядов) для решения экономических задач; аналитического и численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений;</li> <li>- использования числовых последовательностей, числовых, степенных и функциональных рядов;</li> <li>- решения оптимизационных задач с ограничениями и без них.</li> </ul> <p><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания основных идей и методов аналитической геометрии и линейной алгебры (системы линейных уравнений, элементов аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве, определители, системы векторов, ранг матрицы, многомерные линейные пространства, линейные операторы и матрицы, комплексные числа и многочлены, собственные векторы линейных операторов, евклидово пространство, квадратичные формы); основных понятий математического анализа (понятие множества, операции над множествами, понятие окрестности точки, функциональная зависимость, графики основных элементарных функций, предел числовой последовательности, предел функции, непрерывность функции в точке, свойства числовых множеств и последовательностей, глобальные свойства</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>обыкновенных дифференциальных уравнений; - использования числовых последовательностей, числовых, степенных и функциональных рядов; - решения оптимизационных задач с ограничениями и без них. Получить представление о математике как особом способе познания мира, общности ее</p>	<p><b>Удовлетворительн</b> непрерывных функций, производная и дифференциал, основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения, выпуклость функции, неопределенный, определенный и несобственный интегралы, точечные множества в многомерных пространствах, функции нескольких переменных, классические методы оптимизации, функции спроса и предложения, функции полезности, кривые безразличия). Испытывает затруднения в применении указанных методов математического анализа и моделирования при решении экономических задач. Фрагментарное применение навыков употребления математической символики для описания количественных и качественных свойств практических объектов; построения и исследования различных функциональных зависимостей; применения основных математических понятий (обыкновенных и частных производных, неопределенных, определенных и несобственных интегралов, матриц и определителей, последовательностей и рядов) для решения экономических задач; аналитического и численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений; использования числовых последовательностей, числовых, степенных и функциональных рядов; решения оптимизационных задач с ограничениями и без них.</p> <p><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных идей и методов аналитической геометрии и линейной алгебры (системы линейных уравнений, элементов аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве, определители, системы векторов, ранг матрицы, многомерные линейные пространства, линейные</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>операторы и матрицы, комплексные числа и многочлены, собственные векторы линейных операторов, евклидово пространство, квадратичные формы); основных понятий математического анализа (понятие множества, операции над множествами, понятие окрестности точки, функциональная зависимость, графики основных элементарных функций, предел числовой последовательности, предел функции, непрерывность функции в точке, свойства числовых множеств и последовательностей, глобальные свойства непрерывных функций, производная и дифференциал, основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения, выпуклость функции, неопределенный, определенный и несобственный интегралы, точечные множества в многомерных пространствах, функции нескольких переменных, классические методы оптимизации, функции спроса и предложения, функции полезности, кривые безразличия).</p> <p>В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения применения указанных методов математического анализа и моделирования для решения экономических задач. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков употребления математической символики для описания количественных и качественных свойств практических объектов; построения и исследования различных функциональных зависимостей; применения основных математических понятий (обыкновенных и частных производных, неопределенных, определенных и несобственных интегралов, матриц и определителей, последовательностей и рядов) для решения экономических задач; аналитического и численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений; использования числовых</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>последовательностей, числовых, степенных и функциональных рядов; решения оптимизационных задач с ограничениями и без них.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных идей и методов аналитической геометрии и линейной алгебры (системы линейных уравнений, элементов аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве, определители, системы векторов, ранг матрицы, многомерные линейные пространства, линейные операторы и матрицы, комплексные числа и многочлены, собственные векторы линейных операторов, евклидово пространство, квадратичные формы); основных понятий математического анализа (понятие множества, операции над множествами, понятие окрестности точки, функциональная зависимость, графики основных элементарных функций, предел числовой последовательности, предел функции, непрерывность функции в точке, свойства числовых множеств и последовательностей, глобальные свойства непрерывных функций, производная и дифференциал, основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения, выпуклость функции, неопределенный, определенный и несобственный интегралы, точечные множества в многомерных пространствах, функции нескольких переменных, классические методы оптимизации, функции спроса и предложения, функции полезности, кривые безразличия).</p> <p>Сформированное умение применять указанные методы математического анализа и моделирования для решения экономических задач. Успешное и систематическое применение навыков употребления математической символики для описания количественных и</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>качественных свойств практических объектов; построения и исследования различных функциональных зависимостей; применения основных математических понятий (обыкновенных и частных производных, неопределенных, определенных и несобственных интегралов, матриц и определителей, последовательностей и рядов) для решения экономических задач; аналитического и численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений; использования числовых последовательностей, числовых, степенных и функциональных рядов; решения оптимизационных задач с ограничениями и без них.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : СУОС 2019

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Проверка знаний базовых понятий и методов курса математики общего среднего образования: алгебра, тригонометрия, логарифмические функции, геометрия.



Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Линейная алгебра <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Определения и обозначения матрицы, элемента матрицы, транспонированной матрицы, квадратной матрицы, порядка матрицы, единичной матрицы, диагональной матрицы, треугольной матрицы, обратной матрицы. Действия над матрицами (умножение на число, сложение и умножение матриц). Формула вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Определение определителей 2-го и 3-го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Главные миноры матрицы. Определение определителя n-го порядка. Формулы разложения определителя по строке или столбцу. Свойства определителей. Собственные числа и собственные значения матриц. Некоторые свойства симметричных матриц. Ортогональное разложение матриц. Определение, общий вид и различные формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Определение решения системы. Какие системы называются однородными/неоднородными, совместными/несовместными, определенными/неопределенными. Геометрическая интерпретация линейных уравнений и их решений. Необх. и дост. условие существования единственного решения СЛАУ. Условие существования решений, отличных от тривиального однородной СЛАУ. Методы Крамера, обратной матрицы и Гаусса решения систем линейных уравнений. Примеры. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Пример. Модель Леонтьева межотраслевого баланса. Задачи, решаемые с помощью модели Леонтьева. Двойственная задача в модели Леонтьева. Задачи, решаемые с</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
		помощью двойственной модели. Основное тождество модели Леонтьева. Критерии продуктивности матрицы прямых затрат. Приближенное вычисление матрицы полных затрат с помощью ряда.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Аналитическая геометрия <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Прямая (определение, общее уравнение прямой, уравнения прямой с угловым коэффициентом, проходящей через две заданные точки, параллельно заданному вектору, параметрическое уравнение, уравнение в отрезках, нормальное уравнение, условия параллельности и перпендикулярности прямых). Общее уравнение линий второго порядка. Окружность (определение, общее уравнение, условия существования). Эллипс (определение, исследование формы, эксцентриситет, фокусы, полуоси). Гипербола (определение, исследование формы, асимптоты, фокусы, эксцентриситет, полуоси, сопряженные гиперболы). Парабола (определение, директриса, фокус, параметр параболы, вершина, направление ветвей параболы). Исследование общего уравнения линий второго порядка. Примеры линий, уравнения которых являются уравнениями второго порядка. Приведение общего уравнения кривых второго порядка к каноническому виду.</p> <p>Определения свободного геометрического вектора, радиус-вектора, параллельного, противоположного, нулевого вектора. Действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число) Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Длина вектора. Направляющий вектор (вектор направляющих косинусов, орт вектора). Координаты вектора, заданного координатами точек его начала и конца. Скалярное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл. Условия параллельности и ортогональности двух векторов. Векторное произведение</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>векторов и его свойства. Смешанное произведение. Объем параллелепипеда.</p> <p>Линейные пространства. Определения, примеры линейных пространств.</p> <p>Линейная комбинация векторов.</p> <p>Линейная зависимость/независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Условие линейной независимости векторов в координатной форме. Евклидово пространство, скалярное произведение векторов.</p> <p>Нормированное пространство. Норма или длина вектора в евклидовом пространстве. Примеры.</p> <p>Нормированный вектор (орт вектора или вектор направляющих косинусов).</p> <p>Неравенство Коши–Буняковского, угол между векторами. Расстояние между точками в евклидовом пространстве.</p> <p>Ортогональный и ортонормированный базисы. Примеры. Линейные преобразования. П</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Математический анализ. Модуль 1 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Определение функции. Область определения и область изменения функции. Способы задания функции (аналитический, табличный и графический). График функции. Свойства функций (четность, периодичность, ограниченность, ограниченность сверху/снизу). Монотонные и строго монотонные функции (возрастающие, убывающие, неубывающие, невозрастающие функции). Определение обратной функции. Достаточное условие существования обратной функции (строгая монотонность прямой функции на промежутке). Построение графика обратной функции по графику прямой функции. Определение сложной функции (суперпозиции функций). Определение предела функции и его свойства. Односторонние пределы (обозначения и примеры функций, имеющих различные односторонние пределы), бесконечные пределы. Определение бесконечно малой (б.м.) и бесконечно большой функции и связь между ними. Свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых функций (понятия и обозначения: эквивалентности, одного порядка малости и высшего порядка малости двух функций). Порядок малости. Разность двух эквивалентных б.м. функций. Два замечательных предела (с доказательствами) и следствия из них. Применение понятия предела для исследования поведения функций в окрестностях</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>точек разрыва и на бесконечности, неопределенности и методы их раскрытия (на примерах). Определения непрерывной функции в точке (два определения). Определение непрерывности функции на промежутке (интервале, отрезке). Свойства непрерывных функций. Свойства непрерывных на отрезке функций. Классификация точек разрыва. Примеры функций, имеющих точки разрыва 1 и 2 рода. Определение производной. Геометрический смысл производной. Определение функции, дифференцируемой в точке и на промежутке. Примеры вычисления производной по определению (например, для функций <math>y=x^3</math>, <math>y=\sin(x)</math>, <math>y=\ln(x)</math>). Таблица производных. Правила дифференцирования (производная сложной, обратной, неявной и заданной параметрически функций. Производная константы, суммы, произведения, частного). Производная n-го порядка. Теорема Лопиталья и ее использование для раскрытия неопределенностей различных видов. Уравнение касательной и нормали к графику функции в заданной точке</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>1 часть 1. Определение матрицы. Виды матриц. 2. Операции над матрицами. 3. Обратная матрица. 4. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков 5. Теорема Лапласа. 6. Свойства определителей. 7. Системы линейных алгебраических уравнений. 8. Формулы Крамера. 9. Метод обратной матрицы 10. Метод Гаусса. 11. Простейшие задачи аналитической геометрии. 12. Основные уравнения прямой на плоскости. 13. Кривые второго порядка. 14. Аналитическая геометрия в пространстве. 15. Уравнения прямой в пространстве. 16. Уравнение плоскости 17. Поверхности. 18. Определение вектора. 19. Скалярное произведение. 20. Векторное произведение. 21. Смешанное произведение. 22. Функция и ее свойства. 23. Обратная функция. 24. Сложная функция. 25. Предел функции на бесконечности и в точке. 26. Правила вычисления пределов. 27. Замечательные пределы. 28. Непрерывность функций в точке и на промежутке. 29. Типы разрывов. 30. Асимптоты. 2 часть 1. Дифференциал и производная функции. Таблица производных. 2. Правила вычисления производных. 3. Исследование на монотонность. Экстремумы функции. 4. Исследование на выпуклость и</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		вогнутость. Точки перегиба. 5. Общая схема исследования функций. 6. Правило Лопиталя.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

#### Линейная алгебра

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

#### Аналитическая геометрия

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

#### Математический анализ. Модуль 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**



Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
------------------------------------	--	---

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Математический анализ. Модуль 2 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Определение первообразной и неопределенного интеграла. Геометрический смысл. Совместные свойства операций интегрирования и дифференцирования. Таблица интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Замена переменных и подстановка. Примеры. Интегрирование по частям. Типы функций, интегрируемых по частям. Примеры. Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен. Рациональные дроби. Простейшие дроби и их интегрирование. Разложение рациональной дроби на простейшие (определение правильной и неправильной дробно-рациональной функции, приведение произвольной дробно-рациональной функции к сумме многочлена и правильной рациональной дроби, метод неопределенных коэффициентов разложения правильной рациональной функции на сумму элементарных (простейших) дробей). Интегрирование некоторых классов элементарных функций (содержащих иррациональные и тригонометрические функции). Понятие интегральной суммы. Определение определенного интеграла, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных в определенном интеграле. Вычисление определенных интегралов по частям.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>Несобственные интегралы I и II рода. Примеры.</p> <p>Вычисление площадей (в декартовой системе координат). Длина дуги (в декартовой системе координат). Объем тела. Объем эллипсоида. Объем тела вращения. Коэффициент Джини (кривая Лоренца), характеризующий равномерность распределения экономических показателей.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Математический анализ. Модуль 3 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Понятие функции нескольких переменных и ее геометрическая интерпретация, график. Область определения (замкнутые/открытые, ограниченные/неограниченные множества, предельные, граничные, внутренние точки множества, окрестность точки в евклидовом пространстве). Понятие линии (поверхности) уровня функции. Примеры функций двух переменных, их графики, области определения и изменения, линии уровня. Мультипликативные и аддитивные функции в экономике (функции полезности, производственные функции, функции риска) и их линии уровня. Предел, непрерывность функции нескольких переменных. Полное, частное приращения. Понятие частной производной и правило ее вычисления. Геометрический смысл частной производной. Дифференцирование сложных функций. Полный дифференциал. Полная производная. Частные производные высших порядков. Смешанные производные и их свойство. Производная по направлению. Градиент функции, его смысл. Свойства градиента функции и производной по направлению. Вектор-нормаль, нормаль к поверхности. Касательная плоскость. Темп, эластичность функции двух переменных, перекрестная эластичность. Примеры вычисления эластичности для мультипликативных и аддитивных функций. Определение точки строгого локального экстремума функции нескольких переменных (максимума, минимума). Необходимые и достаточные условия существования точки строгого локального экстремума функции нескольких переменных, 2-х</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>переменных. Матрица Гессе и ее применение. Примеры нахождения безусловного экстремума.</p> <p>Формулировка задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа в задаче на условный экстремум. Необходимые условия существования условного экстремума.</p> <p>Примеры. Задача потребительского предпочтения (задача Р.Стоуна), задача инвестирования в три фонда (задача Марковица), задача распределения ресурсов (с использованием производственной функции Кобба-Дугласа). Максимальное и минимальное значение функции в области (Абсолютный экстремум).</p> <p>Условия Куна-Таккера. Порядок решения задачи определения наименьшего и наибольшего значения функции в области. Примеры.</p> <p>Аппроксимация, интерполяция функций. Интерполяционная формула Лагранжа. Метод наименьших квадратов. Восстан</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Математический анализ. Модуль 4 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Определение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) <math>n</math>-го порядка. Задача Коши. Понятия решения, общего решения, частного решения ОДУ, интегральной кривой. ОДУ 1-го порядка. Качественное исследование ДУ 1-го порядка. Изоклины, поле направлений. Уравнения с разделяющимися переменными. Модель естественного роста производства. Линейные ДУ и уравнение Бернулли. Решение методом вариации произвольной постоянной. Рост производства в условиях конкуренции. Однородные ДУ. Модель изменения макроэкономических показателей (типа Солоу). Уравнения, приводящиеся к однородным. ДУ старших порядков, интегрируемые различными методами понижения порядка. ОДУ 2-го и <math>n</math>-го порядка. Однородное линейное ДУ с постоянными коэффициентами. Вид частного решения. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных случаев комплексных и действительных корней характеристического уравнения. Вид общего решения неоднородного линейного ДУ с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения неоднородного линейного ДУ по виду правой части и методом вариаций произвольных постоянных. Динамическая модель рынка с прогнозируемыми ценами. Влияние внешнего периодического возмущения на линейные колебания динамических систем. Амплитудно-частотная характеристика. Резонанс.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.3</b> владеть базовыми знаниями в области математики, способность применять их в профессиональной деятельности</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>1. Дифференциал и производная функции. Таблица производных. 2. Правила вычисления производных. 3. Исследование на монотонность. Экстремумы функции. 4. Исследование на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. 5. Общая схема исследования функций. 6. Правило Лопиталя. 7. Первообразная и неопределенный интеграл. таблица неопределенных интегралов. 8. Правила вычисления неопределенных интегралов. 9. Определенный интеграл и его свойства. формула Ньютона-Лейбница. 10. Геометрические приложения определенного интеграла. 11. Частные производные. 12. Полное приращение и дифференциал функции нескольких переменных. 13. Частные производные второго порядка. 14. Дифференциал второго порядка. 15. Градиент функции. 16. Исследование на экстремум функций нескольких переменных 17. Понятие об условном экстремуме. 18. Дифференциальные уравнения первого порядка. 19. Уравнения с разделяющимися переменными. 20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. 21. Однородные дифференциальные уравнения второго порядка. 22. Неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. 23. Разложение функций в степенные ряды. 24. Приложения степенных рядов к</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		приближенным вычислениям.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Математический анализ. Модуль 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

#### Математический анализ. Модуль 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

#### Математический анализ. Модуль 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1

#### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**



<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов за контрольное мероприятие вычисляется как целая часть от произведения суммы баллов на максимальный рейтинговый балл за контрольное мероприятие и деления на число заданий в контрольном мероприятии.	1