

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра теоретической физики**

Авторы-составители: **Циберкин Кирилл Борисович  
Хеннер Виктор Карлович**

Рабочая программа дисциплины  
**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**  
Код УМК 95710

Утверждено  
Протокол №6  
от «08» июня 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Дифференциальные уравнения

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **16.03.01** Техническая физика  
направленность Физика технологических процессов

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Дифференциальные уравнения** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**16.03.01** Техническая физика (направленность : Физика технологических процессов)

**ОПК.3** Способен применять базовые знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе для проведения научных исследований, анализа объектов, систем, процессов, явлений и методов, их экспериментального и теоретического (включая построение их качественных и количественных моделей) изучения и для использования полученных результатов на практике

#### **Индикаторы**

**ОПК.3.2** Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	16.03.01 Техническая физика (направленность: Физика технологических процессов)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	4,5
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	5
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	180
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	70
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	42
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	110
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (2) Письменное контрольное мероприятие (4)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Зачет (4 триместр) Экзамен (5 триместр)

## **5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины**

### **Дифференциальные уравнения [для физиков] (1 триместр)**

#### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

##### **Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие обыкновенных дифференциальных уравнений. Геометрический смысл ОДУ. Теорема Коши. Метод Эйлера численного решения ОДУ.

##### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

#### **Дифференциальные уравнения второго и высших порядков**

##### **Уравнения высших порядков**

Уравнения высших порядков. Теорема Коши.

##### **Линейные дифференциальные уравнения второго порядка**

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации постоянных для решения неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов, четыре специальных случая правой части. Задача о колебаниях маятника.

##### **Линейные дифференциальные уравнения высших порядков**

Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского.

### **Дифференциальные уравнения [для физиков] (2 триместр)**

#### **Системы дифференциальных уравнений. Краевые задачи**

##### **Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

Системы ОДУ. Системы линейных однородных и неоднородных уравнений. Системы с постоянными коэффициентами. Формулировка начальных условий. Простейшие методы решений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение однородных систем для различных корней характеристического уравнения. Неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных.

##### **Простейшие краевые задачи**

Простейшие краевые задачи. Физические приложения. Задача Штурма-Лиувилля.

#### **Приближенные методы. Преобразование Лапласа.**

##### **Методы приближенного решения дифференциальных уравнений**

Приближенное решение дифференциальных уравнений. Численные методы. Методы степенных рядов, итераций, малого параметра.

##### **Метод преобразования Лапласа**

Интегральное преобразование Лапласа и его свойства. Обратное преобразование Лапласа. Применение к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Хеннер В. К., Белозёрова Т. С. Дифференциальные уравнения: приложения к вариационному исчислению: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров "Физика", "Прикладная математика и физика", "Нанотехнологии и микросистемная техника", "Радиофизика" и по направлению подготовки магистров "Физика"/В. К. Хеннер, Т. С. Белозёрова.- Пермь: ПГНИУ, 2016, ISBN 978-5-7944-2719-6-Библиогр.: с. 90 <https://elis.psu.ru/node/393443>
2. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 т : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 601 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-5873-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/448107>

### Дополнительная:

1. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям/А. Ф. Филиппов.- Москва:Регулярная и хаотическая динамика,2004, ISBN 5-93972-008-0.-176.
2. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление:учебник для физических и физико-математических факультетов университетов/Л. Э. Эльсгольц.-Москва:Эдиториал УРСС,2000, ISBN 5-8360-0098-0.-320.
3. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/96873> (дата обращения: 02.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей. <https://elis.psu.ru/node/620009>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://library.psu.ru/node/738> Электронные ресурсы Научной библиотеки ПГНИУ

<http://elis.psu.ru> Электронная мультимедийная библиотека ELiS

<https://e.lanbook.com/reader/book/96873/> Хеннер В. К., Белозерова Т. С., Хеннер М. В. Учебное пособие

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Дифференциальные уравнения** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС)
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
- Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта и т.д.)

Перечень необходимого лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения:

- приложение, позволяющее просматривать PDF-файлы
- офисный пакет приложений «LibreOffice».
- Хеннер В.К., Белозерова Т.С., Хеннер М.В. Пакет демонстрационных программ по решению обыкновенных дифференциальных уравнений к изданию Henner V., Belozerova T., Khenner M. Ordinary and partial differential equations/Victor Henner, Tatyana Belozerova, Mikhail Khenner.-Boca Raton: CRC Press, 2013, ISBN 9781466515000.-629.-Includes bibliographical references and index. - на электронно-оптическом диске.

Дополнительный перечень используемых информационных технологий определяется преподавателями дисциплины.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.



Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Дифференциальные уравнения**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.3**

**Способен применять базовые знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе для проведения научных исследований, анализа объектов, систем, процессов, явлений и методов, их экспериментального и теоретического (включая построение их качественных и количественных моделей) изучения и для использования полученных результатов на практике**

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике</p>	<p>Знать основные понятия теории и свойства систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Уметь находить решения систем ОДУ и краевых задач, вариационных задач. Владеть методами и навыками исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия теории и свойства систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Не умеет находить решения систем ОДУ и краевых задач, вариационных задач. Не владеет методами и навыками исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания теории и свойств систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Демонстрирует частично сформированное умение производить расчёты, давать интерпретацию результатов. Имеет представление о базовых методах решения систем ОДУ и краевых задач, приемах построения математических моделей физических систем.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания теории и свойств систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить расчёты, давать интерпретацию результатов, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания. В целом успешно, но с отдельными пробелами владеет методами и навыками исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания теории и свойств систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Сформированное умение производить расчёты, находить решения систем ОДУ и краевых задач, вариационных задач. Успешное и систематическое применение методов и навыков исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям <b>Входное тестирование</b>	Владение методами математического анализа
<b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Дифференциальные уравнения первого порядка <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	знание ОДУ первого порядка и методов их исследования и решения
<b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Знание приемов анализа и решения ОДУ второго порядка.
<b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание приемов анализа и решения ОДУ высших порядков.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

**Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **.5 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**  
 Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Вычисление производной сложной функции	5
Вычисление интегралов	5

### Дифференциальные уравнения первого порядка

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**  
 Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Знание и умение анализировать и решать линейные дифференциальные уравнения первого порядка	9
Знание и умение решать уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах	9
Знание и умение анализировать и решать уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения	6
Умение формулировать физические задачи в терминах ОДУ	6

### Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**  
 Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Решение однородных линейных ОДУ второго порядка	8
Решение ОДУ второго порядка методом понижения порядка.	8
Владение методами решения задач на собственные значения	7
Умение решать неоднородные ОДУ второго порядка методом вариации постоянных и методом неопределённых коэффициентов.	7

### Линейные дифференциальные уравнения высших порядков

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**  
 Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Умение находить собственные значения, строить общее решение однородного линейного ОДУ высшего порядка	12
Знание классификации состояний равновесия	

	10
Умение решать неоднородные ОДУ высших порядков методом вариации постоянных и методом неопределённых коэффициентов.	10
Знание приемов понижения порядка уравнения, сведения к системам ОДУ	8

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Анализ и решение систем ОДУ
<b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Простейшие краевые задачи <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Умение решать спектральные краевые задачи
<b>ОПК.3.2</b> Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Метод преобразования Лапласа <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание общих понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений, умение строить и анализировать математические модели физических явлений, владение навыками и методами решения ОДУ.

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Нахождение собственных чисел, построение общего и частного решения однородных систем ОДУ	9
Нахождение собственных чисел, построение общего и частного решения неоднородных систем ОДУ	9
Знание основных принципов анализа и классификации систем ОДУ. Умение приводить систему ОДУ к уравнению более высокого порядка	6
Умение формулировать задачи в терминах систем ОДУ	6

### **Простейшие краевые задачи**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **.5 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Вычисление собственных значений дифференциальных операторов	8
Нахождение собственных функций дифференциальных операторов	8
Применение краевых условий. Построение частного решения краевой задачи.	7
Умение формулировать физические задачи в терминах краевых задач	7

### **Метод преобразования Лапласа**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умение решать ОДУ низших порядков. Владение навыками применения приближённых методов решения	12
Знание основных принципов и владение навыками решения вариационных задач.	10
Умение строить частные решения ОДУ с применением преобразования Лапласа	10
Умение формулировать математические модели физических явлений.	8