

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

**Авторы-составители: Еленский Юрий Наполеонович  
Шилова Елена Алексеевна  
Левко Светлана Владимировна  
Скачкова Елена Александровна  
Зенцова Инна Михайловна**

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ I**  
Код УМК 81134

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Математический анализ I

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в базовую часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **11.03.02** Инфокоммуникационные технологии и системы связи  
направленность Инфокоммуникационные технологии в сервисах и услугах связи

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математический анализ I** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**11.03.02** Инфокоммуникационные технологии и системы связи (направленность :  
Инфокоммуникационные технологии в сервисах и услугах связи)

**ОПК.1** способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи (направленность: Инфокоммуникационные технологии в сервисах и услугах связи)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	1,2,3
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	12
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	432
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	168
<b>Проведение лекционных занятий</b>	70
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	98
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	264
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (3) Письменное контрольное мероприятие (10)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Зачет (1 триместр) Зачет (2 триместр) Экзамен (3 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Математический анализ I. Первый триместр

#### Раздел 1. Введение в анализ

Проверка знаний элементарной математики

##### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверка знаний элементарной математики.

##### Элементы теории множеств

Операции над множествами и их свойства. Понятие рационального числа, свойства рациональных чисел, измерение отрезков на числовой прямой. Множество действительных чисел, приближение действительного числа рациональными. Арифметические операции над действительными числами, свойства действительных чисел. Принцип Архимеда, полнота множества действительных чисел. Ограниченные и неограниченные множества, определение точных граней. Теорема существования точных граней у ограниченного множества. Принцип вложенности отрезков, Дедекиндово сечение. Отображение множеств.

#### Раздел 2. Функции одной переменной

##### Теория пределов функции одной переменной

##### Числовая последовательность и её предел

Понятие последовательности и ее сходимости. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей: арифметические операции; свойства, выраженные неравенствами. Сходимость монотонных последовательностей, число  $e$ . Подпоследовательности, предельные точки последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности, понятие фундаментальности последовательности. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматриваются способы вычисления пределов различных последовательностей.

##### Предел функции одной переменной

Определение функции. Определение предельного значения функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы. Предел функции по базе. Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши существования предела функции. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматриваются способы вычисления пределов различных функций, раскрытие неопределённости.

##### Непрерывность функции одной переменной

Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Эквивалентность различных определений непрерывности. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Предел и непрерывность монотонной функции. Теорема существования обратной функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойство непрерывной функции сохранять знак. Свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Больцано-Коши, теоремы Вейерштрасса: равномерная непрерывность, теорема Кантора. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений производится построение графиков функций и исследование этих функций на непрерывность,

определение характера точек разрыва..

### **Практическая работа №1 "Предел функции одной переменной"**

Нахождение пределов функций, раскрытие неопределённостей. Исследование функций на непрерывность, определение характера точек разрыва. Сравнение бесконечно малых, определение порядка малости

### **Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

#### **Производная и дифференциал**

Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции в точке, связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Основные правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Основные свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений производится вычисление производных и дифференциалов, разложение функций по формуле Тейлора. Рассматривается геометрическая интерпретация основных теорем дифференциального исчисления.

#### **Исследование поведения функций**

Исследование функций с помощью производных. Условия постоянства функций, возрастания и убывания функций. Локальный экстремум функции, необходимые и достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматривается и реализуется алгоритм исследования функции и построения её графика, исследуется положение касательных к графику в различных характерных точках..

### **Практическая работа №2 "Дифференцирование функций одной переменной"**

Нахождение производных первого и высших порядков явной, неявной, параметрически заданной функций. Формула Лейбница. Приложение к физическим задачам. Формула Тейлора. Раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталя - Бернулли. Приближенные вычисления. Исследование функции с помощью производной, построение ее графика.

## **Раздел 3. Функции нескольких переменных**

### **Предел и непрерывность функции нескольких переменных**

Понятие  $n$ -мерного координатного и  $n$ -мерного векторного пространства. Топологические понятия  $n$ -мерного пространства: окрестность точки; открытые и замкнутые множества; предельные, граничные точки множества, точки прикосновения; связные множества, области. Сходимость последовательности точек, критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел функции  $n$  переменных в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы. Непрерывность функции  $n$  переменных. Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах.

### **Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных**

Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости функции в точке, их

эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков, не инвариантность их формы. Формула Тейлора. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений производится вычисление частных производных и дифференциалов функций разного числа переменных..

### **Экстремум функции нескольких переменных**

Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматриваются алгоритмы вычисления условного и безусловного экстремума функций разного числа переменных и производится реализация данных алгоритмов.

### **Практическая работа №3 "Дифференцирование функции нескольких переменных"**

Нахождение частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных. Вычисление градиента и производной по направлению. Исследование функции двух переменных на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значения на множестве.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать.  
Умение сформулировать утверждение на языке окрестностей.  
Знание основных формул и умение их записать.  
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать.  
Умение устанавливать связи между понятиями и обосновывать эти связи.  
Умение определять по графику функции одной переменной её свойства.  
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре.

## **Математический анализ I. Второй триместр**

### **Раздел 4. Интегральное исчисление**

#### **Первообразная и неопределённый интеграл**

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинома (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматриваются способы вычисления интегралов, производятся вспомогательные действия при использовании некоторых методов (разложение на простейшие дроби, решение систем при нахождении

неопределённых коэффициентов).

### **Практическая работа №4 "Первообразная и неопределенный интеграл"**

Вычисление неопределенных интегралов методами: непосредственно, внесение под знак дифференциала, замена переменных, интегрирование по частям, МНК.

### **Определённый интеграл и его приложения**

Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла.

Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем.

Свойства определенного интеграла с верхним переменным пределом, связь определенного интеграла с неопределённым. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения.

Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений изучаются приложения определённого интеграла: построение криволинейных трапеций, кривых, тел вращения.

### **Несобственные интегралы**

Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимость. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Интегралы от знакоположительной функции: критерий сходимости, признаки сравнения в простой и предельной форме. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле.

Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.

Замена переменной и интегрирование по частям в несобственном интеграле. Понятие главного значения интеграла.

### **Кратные интегралы**

Задача об объеме криволинейного цилиндра. Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу, их свойства. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области.

Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.

Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади квадратуемой фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки).

Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле.

Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматривается геометрический смысл вычисления кратных интегралов: построение плоских фигур, пространственных тел, различных сечений, проекций.

### **Криволинейные и поверхностные интегралы**

Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, способ вычисления, механическая интерпретация.

Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, способ вычисления. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Механическая интерпретация.

Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.

Поверхностный интеграл первого рода. Определение, способ вычисления. Механические приложения. Двусторонние поверхности, ориентация поверхности. Поверхностный интеграл второго рода.

Определение, сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов.

Понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям: абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Остроградского-Гаусса.

Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматривается геометрический смысл вычисления криволинейных и поверхностных интегралов: построение плоских и пространственных кривых, поверхностей, проекций.

### **Практическая работа №5 "Приложения криволинейных и поверхностных интегралов"**

Вычисление площадей, длин дуг, объемов тел вращения, координат центра тяжести. Сведение кратных интегралов к повторным. Замена переменных. Приложение к физическим задачам. Сведение криволинейного интеграла к определенному. Сведение поверхностного интеграла к двойному. Приложение к физическим задачам.

### **Интегралы, зависящие от параметра**

Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.

Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра: равномерная сходимост, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости.

Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра: непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость; изменение порядка двух несобственных интегрирований.

Эйлеровы интегралы  $\Gamma(a)$  и  $B(a,b)$  и их свойства. Применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.

## **Математический анализ I. Третий триместр**

### **Раздел 5. Ряды**

#### **Числовые ряды**

Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерий сходимости знакоположительного ряда. Признаки сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак.

Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле.

### **Функциональные ряды**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование.

Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Оценка погрешностей.

### **Ряды Фурье**

Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.

Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.

### **Практическая работа №6 «Числовые ряды, функциональные ряды и ряды Фурье»**

Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Приближённые вычисления. Разложение функций в ряд Фурье. Построение графика суммы ряда Фурье.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать (в том числе на языке « $\epsilon$ - $n$ »).

Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств числовых и функциональных рядов.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Боронина, Е. Б. Математический анализ : учебное пособие / Е. Б. Боронина. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1745-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/81022.html>
2. Веретенников, В. Н. Сборник задач по математике. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / В. Н. Веретенников. — Санкт-Петербург : Российский государственный гидрометеорологический университет, 2011. — 340 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/17964>
3. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 1 / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001. — 432 с. — ISBN 5-211-04483-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13140>
4. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 2 : учебник / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1995. — 625 с. — ISBN 5-211-02065-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13141>

### Дополнительная:

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — Москва: АСТ, 2005, ISBN 5-17-010062-0.-558.
2. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 1 / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001. — 432 с. — ISBN 5-211-04483-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13140>
3. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 2 : учебник / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1995. — 625 с. — ISBN 5-211-02065-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13141>
4. Геворкян, Э. А. Математика. Математический анализ : учебное пособие / Э. А. Геворкян, А. Н. Малахов. — Москва : Евразийский открытый институт, 2010. — 344 с. — ISBN 978-5-374-00369-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/10715>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математический анализ I** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнении заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математический анализ I**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и  
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения математического анализа:</p> <p>Операции над множествами и их свойства. Понятие рационального числа, свойства рациональных чисел. Множество действительных чисел. Арифметические операции над действительными числами, свойства действительных чисел. Ограниченные и неограниченные множества, определение точных граней. Теорема существования точных граней у ограниченного множества. Отображение множеств.</p> <p>Понятие последовательности и ее сходимости. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей: арифметические операции; свойства, выраженные неравенствами. Сходимость монотонных последовательностей, число <math>e</math>. Подпоследовательности, предельные точки</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; но не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p> <p align="center"><b>Отлично</b></p> <p>Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности, понятие фундаментальности последовательности. Определение функции. Определение предельного значения функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши существования предела функции. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Предел и непрерывность монотонной функции. Теорема существования обратной функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойство непрерывной функции сохранять знак. Свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Больцано-Коши, теоремы Вейерштрасса. Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные.</p>	<p><b>Отлично</b> математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>Понятие дифференцируемости функции в точке, связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Основные правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производные и дифференцирование</p>	
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> Исследование функций с помощью производных. Условия постоянства функций, возрастания и убывания функций. Локальный экстремум функций, необходимые и достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Понятие <math>n</math>-мерного координатного и <math>n</math>-мерного векторного пространства. Точка. Сходимость последовательности точек, критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел функции <math>n</math> переменных в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы. Непрерывность функции <math>n</math> переменных. Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах. Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости функции</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p><b>Хорошо</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; но не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p> <p><b>Отлично</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>в точке, их эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум.</p> <p>УМЕТЬ: Исследование функции с помощью производной, построение ее графика. Нахождение частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных. Вычисление градиента и производной по направлению. Исследование функции двух или трёх переменных на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значения на множестве. Нахождение производной сложной функции, дифференциала.</p>	<p><b>Отлично</b></p> <p>утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом математического анализа (понятия из пункта ЗНАТЬ), навыками теоретического анализа полученных результатов; методами решения задач математического анализа (из пункта УМЕТЬ).</p>	
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинома (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений. Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p><b>Хорошо</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; но не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p> <p><b>Отлично</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>и достаточное условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем. Свойства определенного интеграла с верхним переменным пределом, связь определенного интеграла с неопределенным. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения.</p> <p>Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимости. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Интегралы от знакоположительной функции: критерий сходимости, признаки сравнения в простой и предельной форме. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимости.</p> <p>Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.</p>	<p><b>Отлично</b></p> <p>математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>Замена переменной и интегрирование по частям в несобственном интеграле.</p> <p>УМЕТЬ: Вычисление неопределенных интегралов методами: непосредственно, внесение под знак дифференциала, замена переменных, интегрирование по частям, МНК.</p> <p>Вычисление площадей, длин дуг, объемов тел вращения, координат центра тяжести.</p> <p>Сведение</p>	
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> Задача об объеме криволинейного цилиндра. Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу, их свойства. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области. Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.</p> <p>Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади кватрируемой фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки).</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p><b>Хорошо</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; но не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле.</p> <p>Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, способ вычисления, механическая интерпретация.</p> <p>Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, способ вычисления.</p> <p>Криволинейный интеграл по замкнутому контуру.</p> <p>Механическая интерпретация.</p> <p>Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.</p> <p>Поверхностный интеграл первого рода. Определение, способ вычисления.</p> <p>Механические приложения.</p> <p>Двусторонние поверхности, ориентация поверхности.</p> <p>Поверхностный интеграл второго рода. Определение, сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода.</p> <p>Формула Остроградского.</p> <p>Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов.</p> <p>Понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям: абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса</p>	<p><b>Отлично</b></p> <p>Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях.</p> <p>Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>и формулы Остроградского-Гаусса.</p> <p>УМЕТЬ: Сведение кратных интегралов к повторным. Замена переменных. Приложение к физическим задачам. Сведение криволинейного интеграла к определённомu. Сведение поверхностного интеграла к двойному. Приложение к физическим задачам. Вычисление площадей, длин дуг, объемов тел вращения, координат центра тяжести. Сведение кратных интегралов к повторным.</p>	
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>ЗНАТЬ: Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерий сходимости знакоположительного ряда. Признаки сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции),</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p><b>Хорошо</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; но не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкиеарифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>почленное интегрирование и дифференцирование.</p> <p>Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов.</p> <p>Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора.</p> <p>Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций.</p> <p>Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.</p> <p>Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле.</p> <p>Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке.</p> <p>Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.</p> <p><b>УМЕТЬ:</b> Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора.</p> <p>Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Приближённые вычисления. Разложение функций в ряд Фурье.</p> <p>Построение графика суммы ряда Фурье.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом математического анализа (понятия из пункта ЗНАТЬ), навыками теоретического</p>	<p><b>Хорошо</b> математическому анализу.</p> <p><b>Отлично</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

<b>Компетенция</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
	анализа полученных результатов; методами решения задач математического анализа (из пункта УМЕТЬ).	

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 45 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 45 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Решение логарифмического неравенства. Решение тригонометрического неравенства. Решение неравенства с модулем. Решение иррационального неравенства. Нахождение множества значений дробно-линейной функции. Построение на координатной плоскости множества точек, координаты которых удовлетворяют некоторому соотношению. Нахождение обратной функции к заданной функции. Построение графиков обеих функций. Решение уравнения, содержащего некоторую функцию и обратную к ней функцию.
<b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками	Контрольная работа №1 "Предел и непрерывность функции одной переменной" <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Вычисление предела последовательности или функции с использованием алгебраических преобразований. Вычисление предела функции с использованием замечательных пределов. Нахождение точек разрыва функции и определение их характера. Нахождение порядка малости и главной части функции.

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Практическая работа №2 "Дифференцирование функций одной переменной" <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание определений непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной. Умение применять эти определения для нахождения параметров, при которых функция является непрерывной и дифференцируемой. Нахождение уравнений касательной и нормали к графику функции, заданной явно, неявно или параметрически. Приближённое вычисление значения функции с помощью дифференциала. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на заданном отрезке. Решение текстовой задачи и использованием понятия экстремума. Исследование функции и построение её графика. Вычисление предела с использованием правила Лопиталья.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Практическая работа №3 "Дифференцирование функции нескольких переменных" <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Нахождение и изображение на чертеже области определения функции двух переменных. Приближённое вычисление значения функции двух переменных с помощью дифференциала. Вычисление частных производных функции, заданной неявно, в некоторой точке. Умение проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных. Нахождение уравнения касательной плоскости к заданной поверхности. Определение градиента и производной функции в заданном направлении. Исследование функции двух переменных на экстремум.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b>  способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Контрольная работа №2 "Дифференцирование функции одной и нескольких переменных"  <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Нахождение производной функции одной переменной с использованием правил дифференцирования. Нахождение производной второго порядка параметрически заданной функции в некоторой точке. Нахождение первого дифференциала функции одной переменной. Вычисление градиента или производной по направлению для функции двух переменных в некоторой точке. Исследование на экстремум функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в некоторой области.</p>
<p><b>ОПК.1</b>  способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие  <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать. Умение сформулировать утверждение на языке окрестностей. Знание основных формул и умение их записать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать. Умение устанавливать связи между понятиями и обосновывать эти связи. Умение определять по графику функции одной переменной её свойства. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **6 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Найти значения выражения.	2
Решить неравенство.	2
Найти производную функции.	1
Найти наибольшее или наименьшее значение функции.	1
Решить систему неравенств графически.	1
Решить уравнение.	1
Упростить выражение.	1
Найти область определения функции	1

### Контрольная работа №1 "Предел и непрерывность функции одной переменной"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Вычисление предела последовательности или функции с использованием алгебраических преобразований.	7
Вычисление предела функции с использованием замечательных пределов.	7
Нахождение точек разрыва функции и определение их характера.	4
Нахождение порядка малости и главной части функции.	2

### Практическая работа №2 "Дифференцирование функций одной переменной"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **12 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Исследование функции и построение её графика.	6
Приближённое вычисление значения функции с помощью дифференциала.	1.5
Решение текстовой задачи и использованием понятия экстремума.	1.5
Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на заданном отрезке.	1.5
Знание определений непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной. Умение применять эти определения для нахождения параметров, при которых функция является непрерывной и дифференцируемой.	1.5
Нахождение уравнений касательной и нормали к графику функции, заданной явно, неявно или параметрически.	1.5
Вычисление предела с использованием правила Лопиталья.	1.5

### Практическая работа №3 "Дифференцирование функции нескольких переменных"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **8 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **4.5**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Исследование функции двух переменных на экстремум	2
Нахождение и изображение на чертеже области определения функции двух переменных.	2
Определение градиента и производной функции в заданном направлении	1.5
Вычисление частных производных функции, заданной неявно, в некоторой точке.	1.5
Умение проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных.	1
Приближённое вычисление значения функции двух переменных с помощью дифференциала.	1
Нахождение уравнения касательной плоскости к заданной поверхности.	1

### **Контрольная работа №2 "Дифференцирование функции одной и нескольких переменных"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Исследование на экстремум функции двух переменных.	5
Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в некоторой области.	4
Нахождение производной второго порядка параметрически заданной функции в некоторой точке.	4
Вычисление градиента или производной по направлению для функции двух переменных в некоторой точке	3
Нахождение первого дифференциала функции одной переменной.	2
Нахождение производной функции одной переменной с использованием правил дифференцирования.	2

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **35**

Проходной балл: **15**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре	9
Умение устанавливать связи между понятиями и обосновывать эти связи	7
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их	5

формулировать.	
Знание основных понятий математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать.	4
Знание основных формул и умение их записать.	4
Умение сформулировать утверждение на языке окрестностей.	3
Умение определять по графику функции одной переменной её свойства	3

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками	Практическая работа №4 "Первообразная и неопределенный интеграл" <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Использование метода внесения под знак дифференциала для нахождения неопределённого интеграла. Использование метода интегрирования по частям для нахождения неопределённого интеграла. Знание методов интегрирования функций, содержащих квадратные трёхчлен. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов. Использование метода неопределённых коэффициентов для нахождения неопределённого интеграла. Знание методов интегрирования иррациональных функций. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов. Знание методов интегрирования тригонометрических функций. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов.

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Контрольная работа №3 "Неопределенный интеграл" <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Вычисление неопределённого интеграла с использованием таблицы первообразных и алгебраических преобразований. Использование метода снесения под знак дифференциала или замены переменной. Знание методов интегрирования функций, содержащих квадратные трёхчлен. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов. Использование метода неопределённых коэффициентов для нахождения неопределённого интеграла. Использование метода интегрирования по частям для нахождения неопределённого интеграла. Знание методов интегрирования тригонометрических функций. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Контрольная работа №4 "Определенный интеграл и кратные интегралы" <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Умение построить кривую, заданную в полярных координатах. Знание формулы вычисления площади области, ограниченной такой кривой. Умение применять эту формулу. Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (внешнее интегрирование по <math>x</math>, внешнее интегрирование по <math>y</math>, в полярных координатах). Умение изобразить пространственное тело, ограниченное некоторыми поверхностями. Знание формулы вычисления объёма такого тела. Умение применить эту формулу.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Практическая работа №5 "Приложения криволинейных и поверхностных интегралов" <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формул для вычисления массы кривой. Умение применять эти формулы. Знание формул для вычисления работы векторного поля вдоль некоторого контура. Умение применять эти формулы. Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы. Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля. Умение применять эти формулы. Знание формул для вычисления потока векторного поля через замкнутую поверхность. Умение применять эти формулы.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Практическая работа №4 "Первообразная и неопределенный интеграл"

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **12 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **4.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знание методов интегрирования иррациональных функций. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов.	2
Знание методов интегрирования тригонометрических функций. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов.	2
Использование метода неопределённых коэффициентов для нахождения неопределённого	

интеграла.	2
Использование метода внесения под знак дифференциала для нахождения неопределённого интеграла.	1.5
Использование метода интегрирования по частям для нахождения неопределённого интеграла.	1.5
Знание методов интегрирования функций, содержащих квадратные трёхчлен. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов	1

### **Контрольная работа №3 "Неопределенный интеграл"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Знание методов интегрирования тригонометрических функций. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов	6
Использование метода внесения под знак дифференциала или замены переменной.	4
Использование метода неопределённых коэффициентов для нахождения неопределённого интеграла.	3
Использование метода интегрирования по частям для нахождения неопределённого интеграла.	3
Вычисление неопределённого интеграла с использованием таблицы первообразных и алгебраических преобразований.	2
Знание методов интегрирования функций, содержащих квадратные трёхчлен. Применение этих методов к вычислению неопределённых интегралов.	2

### **Контрольная работа №4 "Определенный интеграл и кратные интегралы"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (внешнее интегрирование по $x$ , внешнее интегрирование по $y$ ).	5
Знание формулы вычисления объёма тела. Умение применить эту формулу.	4
Знание формулы вычисления площади области, ограниченной такой кривой. Умение применять эту формулу.	4
Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (в полярных координатах).	3
Умение изобразить пространственное тело, ограниченное некоторыми поверхностями.	2
Умение построить кривую, заданную в полярных координатах.	2

### **Практическая работа №5 "Приложения криволинейных и поверхностных интегралов"**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **16 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**  
 Проходной балл: **4.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знание формул для вычисления потока векторного поля через замкнутую поверхность. Умение применять эти формулы.	3
Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы	2
Знание формул для вычисления массы кривой. Умение применять эти формулы.	2
Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля. Умение применять эти формулы.	1.5
Знание формул для вычисления работы векторного поля вдоль некоторого контура. Умение применять эти формулы.	1.5

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**  
 Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	23
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.	12
Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.	5

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Контрольная работа №5 «Числовые и функциональные ряды» <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание признаков сходимости числовых рядов. Умение применять эти признаки для исследования сходимости числовых рядов. Умение находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда. Умение разложить функцию ряд Тейлора. Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение находить область сходимости полученного ряда. Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение применить эти разложения к вычислению определённого интеграла. Умение оценить погрешность вычисления.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Практическая работа №6 «Числовые ряды, функциональные ряды и ряды Фурье» <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание признаков сходимости числовых рядов. Умение применять эти признаки для исследования сходимости числовых рядов. Умение находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда. Умение разложить функцию ряд Тейлора. Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение находить область сходимости полученного ряда. Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение применить эти разложения к вычислению значения функции и определённого интеграла. Умение оценить погрешность вычисления. Знание формул для разложения функции в ряд Фурье. Знание понятия неполного ряда Фурье. Умение разложить функцию в ряд Фурье. Умение построить график суммы полученного ряда.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками	Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать (в том числе на языке «ε-n»). Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств числовых и функциональных рядов. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Контрольная работа №5 «Числовые и функциональные ряды»

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Умение находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда	9
Знание признаков сходимости числовых рядов. Умение применять эти признаки для исследования сходимости числовых рядов.	8
Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение применить эти разложения к вычислению определённого интеграла. Умение оценить погрешность вычисления.	6.5
Умение разложить функцию ряд Тейлора. Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение находить область сходимости полученного ряда.	6.5

#### Практическая работа №6 «Числовые ряды, функциональные ряды и ряды Фурье»

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знание признаков сходимости числовых рядов. Умение применять эти признаки для исследования сходимости числовых рядов.	9
Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение применить эти	6

разложения к вычислению значения функции и определённого интеграла. Умение оценить погрешность вычисления.	
Знание формул для разложения функции в ряд Фурье. Знание понятия неполного ряда Фурье. Умение разложить функцию в ряд Фурье. Умение построить график суммы получившегося ряда.	6
Умение находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда.	5
Умение разложить функцию ряд Тейлора. Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена. Умение находить область сходимости получившегося ряда.	4

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.	23
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств числовых и функциональных рядов.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать (в том числе на языке « $\epsilon$ »).	7