

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра высшей математики**

**Авторы-составители: Сандакова Ольга Васильевна  
Кувшинова Елена Владимировна  
Ощепкова Наталья Владимировна  
Жекина Наталья Валерьевна  
Балюкина Людмила Анатольевна  
Старостина Лариса Сергеевна  
Шимановский Владимир Александрович  
Полосков Игорь Егорович  
Панов Вячеслав Федорович  
Каменева Светлана Владимировна**

Рабочая программа дисциплины

**МАТЕМАТИКА**

Код УМК 93469

Утверждено  
Протокол №7  
от «26» мая 2021 г.

Пермь, 2021

## **1. Наименование дисциплины**

Математика

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **05.03.06** Экология и природопользование  
направленность Экология

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математика** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**05.03.06** Экология и природопользование (направленность : Экология)

**ОПК.1** Владеет базовыми знаниями о современной научной картине мира на основе положений, законов и методов математических и естественных наук

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.2** Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	05.03.06 Экология и природопользование (направленность: Экология)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	1,2,4
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	12
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	432
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	168
<b>Проведение лекционных занятий</b>	84
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	84
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	264
<b>Формы текущего контроля</b>	Защищаемое контрольное мероприятие (9) Итоговое контрольное мероприятие (3)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (1 триместр) Экзамен (2 триместр) Экзамен (4 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

В курсе "Математика":

- формируется представление о структуре математики как науки (тем самым, студент может понять, что такое наука вообще);
- формируются представления о математическом методе познания (студент ещё может стать математиком);
- формируется представление об учебном процессе в нашем университете, учебной дисциплине, особенностях труда студента (речь о том, кого нам дальше придется учить) .

#### Линейная алгебра

Матрицы. Определение. Различные типы матриц (квадратная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая, симметричная). Действия с матрицами (транспонирование матрицы, сумма матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц) и их свойства. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы.

Определитель квадратной матрицы. Понятие определителя  $n$ -го порядка. Формулы вычисления определителей 2-го, 3-го порядков. Свойства определителей. Минор, алгебраическое дополнение элемента определителя. Разложение определителя по строке и столбцу. Способы вычисления определителей (разложением по строке/столбцу, эффективным понижением порядка, приведением к треугольному виду).

Обратная матрица и её свойства. Формула вычисления обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Миноры матрицы. Ранг матрицы и его свойства. Способы вычисления ранга матрицы (метод нулей и единиц, метод окаймляющих миноров).

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Определение. Классификация СЛАУ (однородная, неоднородная, совместная, несовместная, определенная, неопределенная). Эквивалентные СЛАУ, элементарные преобразования. Теорема Кронекера-Капелли. Способы решения невырожденных СЛАУ: матричный способ, по формулам Крамера. Метод Гаусса решения СЛАУ. Системы линейных однородных алгебраических уравнений.

#### Аналитическая геометрия

Вектор. Определение, геометрический образ. Коллинеарные, ортогональные, компланарные векторы. Линейные операции над векторами (сумма, разность векторов, умножение вектора на число) и их свойства. Условие коллинеарности векторов.

Проекция вектора на ось и её свойства. Ортонормированный базис. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы вектора и их свойства. Линейные операции над векторами в координатной форме. Условие коллинеарности векторов в координатной форме.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения векторов через координаты. Приложения скалярного произведения. Условие ортогональности векторов.

Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты. Приложения векторного произведения.

Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл. Выражение смешанного произведения векторов через координаты. Приложения смешанного произведения. Условие компланарности векторов.

Декартова прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками, деление отрезка в

данном отношении, вычисление площади треугольника.

Декартова прямоугольная система координат в пространстве. Метод координат в геометрии.

Уравнения линии. Две основные задачи аналитической геометрии.

Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Нормальное уравнение прямой. Нормирующий множитель. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми (заданных общими уравнениями, заданных уравнениями с угловым коэффициентом). Расстояние от точки до прямой.

Общее уравнение линии второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола (определение, каноническое уравнение, исследование формы линии по её уравнению, фокусы, полуоси, эксцентриситет, формула связи фокусного расстояния с полуосями, асимптоты гиперболы, директрисы). Приведение к каноническому виду общего уравнения линии второго порядка.

### **Введение в математический анализ**

Числовые множества. Множество действительных чисел и его основные свойства. Абсолютная величина действительного числа и её свойства. Подмножества множества действительных чисел: отрезок, интервал, полуинтервал, бесконечный интервал, окрестность, проколота окрестность.

Переменные и постоянные величины. Понятие функции. Область определения и область изменения функции. Способы задания функции. Основные характеристики функций. Обратная функция. Сложная функция.

Основные элементарные функции и их графики. Области определения и изменения, свойства основных элементарных функций.

График функции. Действия с графиками (сложение, вычитание, умножение графиков). Преобразования графиков (сдвиг, растяжение). Построение графика сложной функции. Построение графика обратной функции по графику прямой функции.

Бесконечная числовая последовательность. Монотонные, ограниченные, неограниченные, бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Сходящиеся последовательности и их основные свойства. Число  $e$ , как предел числовой последовательности.

Предел функции в точке. Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы и следствия из них.

Неопределенности и методы их раскрытия. Сравнение бесконечно малых функций.

Определение непрерывности функции в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции и их классификация.

Понятие производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Гладкие функции.

Правила и формулы дифференцирования. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции.

Производные высших порядков.

Понятие дифференциала функции. Основные теоремы о дифференциалах. Инвариантность формы

первого дифференциала. Таблица дифференциалов. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков. Дифференциал  $n$ -го порядка от сложной функции.

Теорема Лопиталья. Раскрытие различных неопределенностей с помощью правила Лопиталья.

Возрастание и убывание функций. Необходимое условие, достаточное условие монотонности функции, их геометрический смысл.

Локальный экстремум функции. Определение максимума (минимума) функции. Необходимое условие существования экстремума, её геометрический смысл. Критические точки. Достаточные условия существования экстремума первого и второго порядков, их геометрический смысл. Схемы исследования функции на максимум и минимум с помощью первой и второй производных. Исследование функции на максимум и минимум с помощью формулы Тейлора.

Направление выпуклости графика функции. Достаточные условия направления выпуклости вверх (вниз) графика функции.

Точки перегиба. Необходимое условие перегиба графика функции. Первое и второе достаточные условия существования точки перегиба.

Асимптоты графика функции. Необходимое и достаточное условие существования наклонной асимптоты.

Общая схема исследования функций и построения их графиков. Глобальные максимум и минимум функции на отрезке. Отыскание наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке.

### **Математика. Математический анализ**

Изучаются следующие разделы математики:

- функции нескольких переменных
- интегральное исчисление
- обыкновенные дифференциальные уравнения

### **Интегральное исчисление**

Первообразная. Теорема о разности двух первообразных функции. Неопределённый интеграл и его связь с первообразной. Геометрическая интерпретация неопределённого интеграла. Интегральная кривая. Теорема о существовании неопределённого интеграла. Основные свойства неопределённого интеграла. Инвариантность формулы интегрирования. Таблица основных неопределённых интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования заменой переменной (подстановкой), метод интегрирования по частям. Типы функций, интегрируемых по частям.

Многочлены. Разложение многочлена на множители. Кратные корни многочлена. Теоремы о многочлене тождественно равном нулю, о тождественно равных многочленах. Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на произведение неприводимых вещественных множителей.

Дробно-рациональная функция (рациональная дробь). Правильная и неправильная рациональная дробь, разложение неправильной дроби на сумму многочлена и правильной дроби. Простейшие рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Способы определения коэффициентов разложения (метод сравнения коэффициентов, метод частных значений).

Интегрирование рациональных дробей. Метод рационализации. Интегрирование некоторых трансцендентных, тригонометрических и иррациональных функций. Понятие о функциях, интегралы от которых не выражаются через элементарные функции («неберущиеся» интегралы).

Понятие интегральной суммы и её предела. Верхние и нижние суммы и их свойства. Интегрируемость

непрерывных функций. Основные свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной у любой непрерывной функции. Теорема Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям.

Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от разрывных функций. Сходящиеся, расходящиеся несобственные интегралы. Теоремы сравнения. Абсолютная сходимость несобственных интегралов.

Геометрические приложения определённого интеграла. Вычисление площади фигуры, длины дуги, объёма тела, площади поверхности тела вращения (с заданием функции в декартовой и полярной системах координат, параметрическими уравнениями).

Определение точки строгого локального экстремума (максимума, минимума) функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных. Критические точки. Достаточные условия экстремума функции двух переменных. Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных (больше двух). Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределённых множителей Лагранжа. Экстремум функции в области. Условия Куна-Таккера и их геометрическая интерпретация. Порядок отыскания наименьшего и наибольшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области. Получение функции на основании экспериментальных данных по методу наименьших квадратов.

### **Функции нескольких переменных**

Понятие функции нескольких переменных. Области определения и изменения функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Понятие линий (поверхностей) уровня функций. Примеры функций двух переменных, их графики, области определения и изменения, линии уровня (сфера, эллиптический параболоид, параболический гиперболоид, конус).

Предел функции нескольких переменных. Последовательности точек евклидова пространства.

Сходящиеся последовательности. Определения предела функции нескольких переменных (по Гейне и по Коши). Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Бесконечно малые функции нескольких переменных.

Непрерывность функции нескольких переменных. Определение непрерывности функции в точке (формальное, по Гейне, по Коши). Точки разрыва функции нескольких переменных. Непрерывность функции на множестве. Частное и полное приращение функции. Разностная форма условия непрерывности функции. Непрерывность функции нескольких переменных по одной переменной.

Основные теоремы о непрерывных функциях (об арифметических операциях над непрерывными в данной точке функциями, о непрерывности сложной функции, об устойчивости знака непрерывной в данной точке функции, о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение, об ограниченности непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве, о достижении наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве).

Частные производные функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация частных производных функции двух переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции и следствия из него. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал функции нескольких переменных. Понятие сложной функции нескольких переменных и её дифференцирование. Полная производная. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие функции, заданной неявно и производная от неё. Производная по



направлению. Градиент. Связь градиента с производной по направлению. Свойства градиента. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных производных от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Безусловный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных. Матрица Гессе. Условный экстремум функции нескольких переменных. Функция Лагранжа. Глобальный экстремум функции нескольких переменных.

### **Дифференциальные уравнения**

Понятие о дифференциальном уравнении. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (уравнение движения тела при сопротивлении среды, задача о радиоактивном распаде). Определение дифференциального уравнения. Понятия решения, общего решения, частного решения дифференциального уравнения, интегральной кривой. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Качественное исследование дифференциального уравнения первого порядка. Изоклины, поле направлений.

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Метод Бернулли, метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной). Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейный дифференциальный оператор и его основные свойства. Основные теоремы о решениях линейного однородного уравнения. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского и его свойства. Структура общего решения однородного и неоднородного линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Вид частного решения линейного однородного уравнения. Характеристическое уравнение. Вид общего решения линейного однородного уравнения для различных случаев комплексных и действительных корней характеристического уравнения. Вид общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения по виду правой части.

Приближенное решение дифференциальных уравнений (метод последовательного дифференцирования, метод неопределенных коэффициентов).

### **Математика. Теория вероятностей и математическая статистика**

Изучаются разделы

- теория вероятностей
- математическая статистика

#### **Тема 1. Первичные понятия теории вероятностей. Основные формулы для вычисления вероятностей случайных событий**

- Экскурс в историю развития теории вероятностей. Случайные явления и предмет теории вероятностей. Основные типы задач, решаемых с применением вероятностно-статистических методов и моделей. Понятия случайного эксперимента (испытания) и события. Случайное, невозможное и достоверное события. Статистическая устойчивость частот событий и интуитивное представление о вероятности. Пространство элементарных событий с конечным числом исходов и классическое определение

вероятности. Геометрический и статистический способы определения вероятностей.

- Операции над событиями: пересечение, объединение, дополнение, разность, импликация. Основные свойства операций над событиями. Алгебра и сигма-алгебра событий, событие как измеримое (наблюдаемое) множество. Аксиоматическое определение вероятности А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство, примеры вероятностных пространств. Следствия из аксиом: непрерывность вероятностной меры, свойства вероятности для объединения несовместных и совместных событий, а также для объединения событий, образующих полную группу.

- Условная вероятность события. События независимые попарно и в совокупности, пример Бернштейна. Формулы умножения вероятностей, полной вероятности и Байеса. Примеры вычисления вероятностей сложных событий.

### **Тема 2. Вычисление вероятностей в схеме независимых повторных испытаний**

Описание схемы независимых повторных испытаний с двумя исходами: успех и неудача. Вычисление вероятностей наблюдения определенного числа успешных испытаний с помощью формулы Бернулли. Приближенные вычисления вероятностей в схеме независимых повторных испытаний с помощью предельных теорем. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Следствия из интегральной теоремы об относительной частоте случайного события и вероятности наблюдения определенного числа успешных испытаний числа.

### **Тема 3. Общие сведения о случайной величине и законе распределения вероятностей. Анализ распределения случайной величины дискретного типа**

- Интуитивное понятие случайной величины. Случайная величина как измеримая функция. Закон распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

- Основные способы описания распределения дискретной случайной величины. Таблица распределения вероятностей. Нахождение функции распределения и вероятности попадания в интервал дискретной случайной величины. Основные числовые характеристики: математическое ожидание и дисперсия, мода, начальные и центральные моменты. Содержательная интерпретация числовых характеристик, возможная сфера применения. Постановка и решение задачи нахождения распределения функции от дискретной случайной величины. Моделирование дискретной случайной величины с заданным распределением.

- Биномиальное, гипергеометрическое и пуассоновское распределения. Числовые характеристики этих распределений.

### **Тема 4. Анализ распределения случайной величины абсолютно непрерывного типа. Типовые законы распределения непрерывной случайной величины**

- Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Нахождение функции распределения и вероятности попадания в интервал непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики: математическое ожидание и дисперсия, мода и квантиль, начальные и центральные моменты, коэффициент асимметрии и эксцесс. Постановка и решение задачи нахождения распределения функции от непрерывной случайной величины. Универсальное преобразование случайной величины. Моделирование непрерывной случайной величины с заданным законом распределения.

- Равномерное распределение, показательное и нормальное распределения. Числовые характеристики этих распределений.

### **Тема 5. Случайные векторы и предельные теоремы теории вероятностей**

- Совместное, частное и условное распределения случайного вектора. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Независимые случайные величины. Нахождение вероятности

попадания случайного вектора в заданную область. Математическое ожидание случайного вектора и его свойства. Ковариационный (корреляционный) момент и его свойства. Ковариационная матрица и ее свойства. Коэффициент линейной корреляции и его свойства.

- Распределения вероятностей, наиболее часто применяемые в практике статистических исследований: хи-квадрат, Стьюдента и Фишера.

- Закон больших чисел, его содержательный смысл. Центральная предельная теорема.

### **Тема 6. Основные понятия, направления и модели математической статистики. Первичный анализ статистических данных**

Вероятностная и статистическая модели случайного эксперимента. Основные типы статистических моделей. Генеральная совокупность, выборка и основные способы организации выборки. Результаты наблюдений, планы испытаний. Понятия статистики и статистической оценки. Независимая повторная выборка и ее совместный закон распределения. Выборочное пространство. Функция правдоподобия. Выборочное распределение. Вариационный ряд и порядковые статистики. Выборочные начальные и центральные моменты, эмпирическая функция распределения и выборочная квантиль, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса. Нахождение выборочных характеристик по группированной выборке (по интервальным данным), распределение группированной выборки. Гистограмма и другие непараметрические оценки плотности распределения случайной величины, полигон частот.

### **Тема 7. Статистическое оценивание параметров распределения. Методы получения точечных оценок. Построение доверительных интервалов**

- Постановка задачи точечного оценивания (в параметрической и непараметрической постановке).

Основные методы параметрического оценивания: методы моментов, максимального правдоподобия и подстановки. Свойства статистической оценки: несмещенность, состоятельность, эффективность.

- Интервальные оценки. Доверительные интервалы двусторонние и односторонние. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Построение доверительных интервалов для вероятности, доли генеральной совокупности и математического ожидания.

### **Тема 8. Проверка статистических гипотез**

- Гипотезы простые и сложные. Статистический критерий (тест) и статистика критерия. Критическая область. Ошибки 1-го и 2-го рода. Статистическая проверка гипотез: основные типы гипотез и общая логическая схема статистического критерия. Критерии согласия и значимости. Характеристики качества критерия: функция мощности, уровень значимости, вероятности ошибок первого и второго рода, функция риска.

- Проверка гипотез случайности и независимости с помощью критериев серий и инверсий, критерия хи-квадрат. Критерии согласия хи-квадрат. Критерии однородности. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка параметрической гипотезы о числовых значениях параметров. Проверка гипотез о вероятностях и долях генеральной совокупности, о средних и дисперсиях.

### **Тема 9. Основы регрессионного и корреляционного анализа**

Понятия корреляционной и регрессионной зависимостей. Основные задачи корреляционного анализа. Основные типы переменных: номинальные, порядковые и количественные. Измерение силы связи между переменными с помощью коэффициентов корреляции Пирсона и Спирмена, свойства этих коэффициентов.

### **Математика. Специальные главы**

В базовой схеме доставки УМК 93469 раздел "Математика. Специальные главы" не используется.

### **Основные понятия и теоремы теории вероятностей, повторные испытания**

- Экскурс в историю развития теории вероятностей. Случайные явления и предмет теории вероятностей. Основные типы задач, решаемых с применением вероятностно-статистических методов и моделей. Понятия случайного эксперимента (испытания) и события. Случайное, невозможное и достоверное события. Статистическая устойчивость частот событий и интуитивное представление о вероятности. Пространство элементарных событий с конечным числом исходов и классическое определение вероятности. Геометрический и статистический способы определения вероятностей.

- Операции над событиями: пересечение, объединение, дополнение, разность, импликация. Основные свойства операций над событиями. Алгебра и сигма-алгебра событий, событие как измеримое (наблюдаемое) множество. Аксиоматическое определение вероятности А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство, примеры вероятностных пространств. Следствия из аксиом: непрерывность вероятностной меры, свойства вероятности для объединения несовместных и совместных событий, а также для объединения событий, образующих полную группу.

- Условная вероятность события. События независимые попарно и в совокупности. Формулы умножения вероятностей, полной вероятности и Байеса. Примеры вычисления вероятностей сложных событий.

Описание схемы независимых повторных испытаний с двумя исходами: успех и неудача. Вычисление вероятностей наблюдения определенного числа успешных испытаний с помощью формулы Бернулли. Приближенные вычисления вероятностей в схеме независимых повторных испытаний с помощью предельных теорем. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Следствия из интегральной теоремы об относительной частоте случайного события и вероятности наблюдения определенного числа успешных испытаний числа.

### **Случайные величины и основы математической статистики**

- Интуитивное понятие случайной величины. Случайная величина как измеримая функция. Закон распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

- Основные способы описания распределения дискретной случайной величины. Таблица распределения вероятностей. Нахождение функции распределения и вероятности попадания в интервал дискретной случайной величины. Основные числовые характеристики: математическое ожидание и дисперсия, мода, начальные и центральные моменты. Содержательная интерпретация числовых характеристик, возможная сфера применения. Постановка и решение задачи нахождения распределения функции от дискретной случайной величины. Моделирование дискретной случайной величины с заданным распределением.

- Биномиальное, гипергеометрическое и пуассоновское распределения. Числовые характеристики этих распределений.

- Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Нахождение функции распределения и вероятности попадания в интервал непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики: математическое ожидание и дисперсия, мода и квантиль, начальные и центральные моменты, коэффициент асимметрии и эксцесс. Постановка и решение задачи нахождения распределения функции от непрерывной случайной величины. Универсальное преобразование случайной величины. Моделирование непрерывной случайной величины с заданным законом распределения.

- Равномерное распределение, показательное и нормальное распределения. Числовые характеристики этих распределений.

Вероятностная и статистическая модели случайного эксперимента. Основные типы статистических моделей. Генеральная совокупность, выборка и основные способы организации выборки. Результаты наблюдений, планы испытаний. Понятия статистики и статистической оценки. Независимая повторная выборка и ее совместный закон распределения. Выборочное пространство. Функция правдоподобия.

Выборочное распределение. Вариационный ряд и порядковые статистики. Выборочные начальные и центральные моменты, эмпирическая функция распределения и выборочная квантиль, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса. Нахождение выборочных характеристик по группированной выборке (по интервальным данным), распределение группированной выборки. Гистограмма и другие непараметрические оценки плотности распределения случайной величины, полигон частот.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Цель работы: комплексная проверка знаний и умений, связанных с вычислением вероятностей, анализом распределений случайных величин и статистических данных.

Тематика практических заданий

1. Представление сложных событий через элементарные с использованием операций над событиями.
2. Классическое определение вероятностей без использования и с использованием элементов комбинаторики.
3. Геометрическое определение вероятностей.
4. Вычисление условных вероятностей.
5. Применение формул сложения для несовместных и совместных событий.
6. Применение формул умножения вероятностей для независимых и зависимых событий.
7. Формулы полной вероятности и Байеса.
8. Применение формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа событий.
9. Применение локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа.
10. Применение теоремы Пуассона в схеме редких событий.
11. Нахождение закона распределения дискретной случайной величины на основе содержательной постановки задачи.
12. Вычисление математического ожидания, дисперсии, моды, медианы, функции распределения и вероятностей по таблице распределения вероятностей. Решение обратных задач.
13. Нахождение распределения функции от дискретной случайной величины.
14. Применение известных дискретных распределений: биномиального, пуассоновского и гипергеометрического.
15. Вычисление математического ожидания, дисперсии, моды, медианы, квантили, плотности распределения, функции распределения и вероятностей в случае непрерывной случайной величины. Нахождение нормирующей константы распределения.
16. Применение известных непрерывных распределений: нормального, равномерного и показательного.
17. Вычисление числовых характеристик и вероятностей по таблице распределения вероятностей двумерного дискретного вектора. Нахождение частных и условных распределений.
18. Применение свойств числовых характеристик случайных величин и векторов.
19. Вычисление числовых характеристик выборки (начальные и центральные моменты, среднее, дисперсия и несмещенная оценка дисперсии, мода, медиана, квантиль, квартиль). Вычисление эмпирической функции распределения
20. Интерпретация и построение гистограмм частот и относительных частот, их назначение.
21. Нахождение точечных оценок по методам моментов.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/475438>
2. Гусак, А. А. Основы высшей математики : пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. — Минск : ТетраСистемс, 2012. — 205 с. — ISBN 978-985-536-274-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/28166>
3. Балюкина Л. А. Теория вероятностей и элементы математической статистики. учебное пособие для студентов нематематических факультетов, изучающих дисциплины «Математика» и «Теория вероятностей и математической статистики» : [в 2 ч.] Ч. 1/Л. А. Балюкина, Н. В. Жекина ; М-во науки и высш. образования РФ, Перм. гос. нац. исслед. ун-т.-Пермь:ПГНИУ,2021, ISBN 978-5-7944-3602-0.-160 <https://elis.psu.ru/node/642341>
4. Ощепкова Н. В., Старостина Л. С. Математика. Практикум: учебное пособие для студентов географического и биологического факультетов, изучающих курс «Математика»/Н. В. Ощепкова, Л. С. Старостина.-Пермь:ПГНИУ,2021, ISBN 978-5-7944-3737-9.-261.-Библиогр.: с. 260 <https://elis.psu.ru/node/642782>
5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие. — 12-е изд., перераб. — М. : Издательство Юрайт ; ИД Юрайт, 2010. — 479 с. ил. — (Основы наук). — ISBN 978-5-9916-0616-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://bibliotech.psu.ru/Reader/Book/7905>

### Дополнительная:

1. Полосков И. Е. Теория вероятностей: курс лекций : учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности "Компьютерная безопасность" и по направлению подготовки бакалавров "Механика и математическое моделирование"/И. Е. Полосков.-Пермь,2014, ISBN 978-5-7944-2466-9.-1. <http://k.psu.ru/library/node/309211>
2. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск : Вышэйшая школа, 2014. — 397 с. — ISBN 978-985-06-2466-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/35481>
3. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск : Вышэйшая школа, 2013. — 304 с. — ISBN 978-985-06-2221-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/20266>

## 9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru> Общероссийский математический портал

<http://www.mathprofi.ru/> Высшая математика - просто и доступно!

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru> Общероссийский математический портал

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru> Общероссийский математический портал

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Математика** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- программа просмотра интернет контента (браузер)
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.



Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математика**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Владеет базовыми знаниями о современной научной картине мира на основе положений, законов и методов математических и естественных наук**

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, формулы и утверждения линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных. <b>УМЕТЬ:</b> решать задачи по линейной алгебре, аналитической геометрии и математическому анализу в части, касающейся теории пределов и производных; контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основными приемами и методами решения основных задач по линейной алгебре, аналитической геометрии и математическому анализу в части, касающейся теории пределов и производных.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных. Не умеет производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического и статистического анализа математических моделей.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных. Демонстрирует частично сформированное умение производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Имеет представление о теоретическом анализе математических моделей и математическом анализе данных. Фрагментарное применение навыков линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического анализа математических моделей.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа в части, касающейся теории пределов и производных. Сформированное умение производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического анализа математических моделей.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, формулы и утверждения математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений. <b>УМЕТЬ:</b> решать задачи математическому анализу в</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений. Не умеет производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
анализа данных наблюдений	<p>части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений; контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> основными приемами и методами решения основных задач по математическому анализу в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений.</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического и статистического анализа математических моделей.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Общие, но не структурированные знания основных понятий математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений. Демонстрирует частично сформированное умение производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Имеет представление о теоретическом анализе математических моделей и математическом анализе данных. Фрагментарное применение навыков математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>уравнений. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического анализа математических моделей.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий математического анализа в части, касающейся теории интегралов, функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений. Сформированное умение производить математические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического анализа математических моделей.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения теории вероятностей и математической статистики. <b>УМЕТЬ:</b> производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики; навыками теоретического анализа вероятностно-статистических моделей; навыками статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории вероятностей и математической статистики. Не умеет производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического и статистического анализа вероятностно-статистических моделей.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий теории вероятностей и математической статистики. Демонстрирует частично сформированное умение производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Имеет представление о теоретическом анализе</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	компьютерных технологий.	<p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>вероятностно-статистических моделей и статистическом анализе данных. Фрагментарное применение навыков статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий теории вероятностей и математической статистики. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического анализа вероятностно-статистических моделей и статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий теории вероятностей и математической статистики. Сформированное умение производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического анализа вероятностно-статистических моделей и статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
		<b>Отлично</b> компьютерных технологий.

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений	Линейная алгебра <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание линейной алгебры: определители (второго и третьего порядка, понятие об определителях более высокого порядка, свойства определителей, разложение определителя по строке или столбцу), матрицы (действия с матрицами, обратная матрица), системы линейных алгебраических уравнений (классификация СЛАУ, решение СЛАУ методами Гаусса, Крамера, с помощью обратной матрицы). Умение решать стандартные задачи линейной алгебры.



Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Аналитическая геометрия <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основ аналитической геометрии, включая векторную алгебру (линейные операции над векторами, скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов), теорию прямой на плоскости (различные виды уравнения прямой, взаимное расположение двух прямых, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой), теорию плоскостей и прямых в пространстве (различные виды уравнений плоскостей и прямых в пространстве, взаимное расположение двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости, угол между плоскостями, между прямой и плоскостью, расстояние от точки до плоскости), теорию линий и поверхностей второго порядка (эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения, форма и расположение на плоскости, канонические уравнения поверхностей второго порядка и их геометрический вид). Умение решать стандартные задачи аналитической геометрии.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Введение в математический анализ <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основ математического анализа, включая предел функции (определение, понятие бесконечно малых и бесконечно больших величин, основные теоремы о пределах, раскрытие неопределённостей различных типов), производную функции (определение, геометрический и механический смыслы, правила и формулы дифференцирования, основные теоремы о дифференцируемых функциях) и применение этих понятий к исследованию функций. Умение решать стандартные задачи математического анализа, содержащие вычисление пределов и производных.</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений	Итоговый контроль <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание основных понятий и утверждений линейной алгебры, аналитической геометрии, теории пределов и дифференциального исчисления функции одной переменной; умение решать типовые задачи; владение основным понятийным аппаратом.

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Линейная алгебра**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умеет исследовать системы линейных уравнений на совместность, применять метод Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений. Контролирует правильность вычислений. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет решать определённые системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера. Контролирует правильность вычислений. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Умеет вычислять определители различных порядков. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Умеет находить обратную матрицу, решать матричные уравнения. Контролирует правильность вычислений. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Умеет выполнять операции над матрицами. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	3

#### **Аналитическая геометрия**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умеет приводить общее уравнение линии второго порядка к каноническому виду. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	6

Умеет вычислять скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и применять их для решения задач. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	6
Умеет записывать уравнения плоскости, прямой на плоскости и в пространстве для любого способа их задания. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет исследовать взаимное расположение прямых на плоскости, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве; определять точку, симметричную относительно прямой или плоскости. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет выполнять линейные операции над векторами в геометрической и алгебраической формах. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Умеет узнавать вид невырожденных линии и поверхности второго порядка по их каноническим уравнениям; составлять канонические уравнения линии второго порядка по их геометрическому описанию. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4

### **Введение в математический анализ**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умеет применять пределы, производные и дифференциалы для исследования функции одной переменной. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	8
Умеет вычислять предел функции, выделяя неопределённости и используя для их раскрытия алгебраические преобразования. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	6
Умеет находить производные и дифференциалы сложных, параметрически и неявно заданных функций. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет находить производные и дифференциалы высших порядков сложных, параметрически и неявно заданных функций. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет вычислять предел функции, выделяя неопределённости и используя для их раскрытия замечательные пределы. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Умеет вычислять предел функции, выделяя неопределённости и используя для их раскрытия правило Лопитала. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с	2

последующим устным пояснением решения.	
--	--

### **Итоговый контроль**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Знает основные понятия и утверждения дифференциального исчисления функции одной переменной; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	6
Знает основные понятия и утверждения линейной алгебры; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Знает основные понятия и утверждения аналитической геометрии; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Знает основные понятия и утверждения теории пределов; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
------------------------------------	--	---

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Интегральное исчисление <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основ интегрального исчисления, включая неопределенный интеграл (определение, свойства, таблица основных интегралов, непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменной и по частям, интегрирование некоторых частных классов функций), определенный интеграл (понятие, свойства, формула Ньютона-Лейбница, замена переменных и интегрирование по частям, геометрические приложения), несобственный интеграл (определения, методы вычисления). Умение решать стандартные задачи интегрального исчисления функции одной переменной.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Функции нескольких переменных <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основ теории функции нескольких переменных, включая понятия функции (определение, график, область определения, линии/поверхности уровня), предела (определение, правило вычисления), частной производной (определение, геометрический смысл, правило её вычисления, смешанные производные), производной по направлению, градиента (определение, геометрический смысл, свойства) и применение этих понятий к исследованию функций (безусловные и условные экстремумы, метод наименьших квадратов). Умение решать стандартные задачи теории функции нескольких переменных.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений	Дифференциальные уравнения <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание основ теории обыкновенных дифференциальных уравнений, включая дифференциальные уравнения первого порядка (определение, общее и частное решения, интегральная кривая, изоклины, поле направлений, различные типы уравнений и методы их интегрирования), дифференциальные уравнения высших порядков (определение, общее и частное решения, случаи понижения порядка дифференциальных уравнений, линейные уравнения с постоянными коэффициентами) и системы дифференциальных уравнений (определение, методы интегрирования). Умеет решать стандартные задачи теории дифференциальных уравнений.
<b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений	Итоговый контроль <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание основных понятий и утверждений теории функции нескольких переменных, интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений; умение решать типовые задачи; владение основным понятийным аппаратом.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Интегральное исчисление

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет вычислять неопределённые интегралы. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	12
Умеет вычислять определённые интегралы. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	8
Умеет вычислять несобственные интегралы. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет использовать определённые интегралы для решения геометрических задач.	5

Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	
---	--

### **Функции нескольких переменных**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умеет находить частные производные и дифференциалы ФНП первого и высших порядков. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет находить условный экстремум, наименьшее и наибольшее значения ФНП в замкнутой области. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет исследовать ФНП на экстремум. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Умеет находить производную по направлению и градиент ФНП; записывать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	3
Умеет находить область определения ФНП, рисовать линии уровня. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	3

### **Дифференциальные уравнения**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умеет решать дифференциальные уравнения первого порядка. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	10
Умеет решать линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида выбором частного решения по виду правой части. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	7
Умеет решать системы дифференциальных уравнений. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	5
Умеет решать линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными	

коэффициентами методом вариации произвольных постоянных. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	3
--	---

### **Итоговый контроль**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Знает основные понятия и утверждения теории функции нескольких переменных; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	6
Знает основные понятия и утверждения интегрального исчисления функции одной переменной в части, касающейся неопределённого интеграла; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Знает основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем дифференциальных уравнений; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	4
Знает основные понятия и утверждения интегрального исчисления функции одной переменной в части, касающейся определённого и несобственного интегралов; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	3
Знает основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; умеет решать типовые задачи; владеет основным понятийным аппаратом. Письменное контрольное мероприятие, тест на test.psu.ru, с последующим устным пояснением решения.	3

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла



<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Тема 2. Вычисление вероятностей в схеме независимых повторных испытаний <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знать различные подходы к решению задачи вычисления вероятности случайного события. Знать основные формулы. Уметь применять формулы классической и геометрической вероятности, формулы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и Байеса, формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа для решения задачи вычисления вероятности случайного события.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Тема 5. Случайные векторы и предельные теоремы теории вероятностей <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знать понятие закона распределения случайных величин, основные свойства закона распределения, формулы для вычисления основных характеристик случайных величин. Методы преобразования законов распределений случайных величин. Типовые законы распределения непрерывных и дискретных случайных величин. Уметь вычислять основные числовые характеристики случайных величин, содержательно интерпретировать полученный результат, контролировать правильность результатов вычислений; применять типовые законов распределения к решению содержательных задач. Владеть навыками анализа непрерывных и дискретных случайных величин.</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Тема 8. Проверка статистических гипотез <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знать методы сбора статистической информации, план постановки статистического эксперимента; основные выборочные характеристики; формулы для вычисления основных выборочных характеристик; методы точечного и интервального оценивания неизвестных параметров распределений; основные подходы при проверке гипотез; элементы регрессионного и корреляционного анализа . Уметь вычислять основные выборочные характеристики; применять различные методы статистического оценивания неизвестных параметров распределений; уметь проводить исследование зависимости и строить регрессионные модели. Владеть навыками статистического анализа выборки наблюдений.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет знания в области математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной сфере для обработки и анализа данных наблюдений</p>	<p>Итоговый контроль <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий и утверждений теории вероятностей и математической статистики; умение производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках и давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; владение основным понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики; навыками теоретического анализа вероятностно-статистических моделей; навыками статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p>

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Тема 2. Вычисление вероятностей в схеме независимых повторных испытаний**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов, набранная за контрольную точку делится на количество заданий и умножается на максимальный балл контрольной точки.	1

### **Тема 5. Случайные векторы и предельные теоремы теории вероятностей**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов, набранная за контрольную точку делится на количество заданий и умножается на максимальный балл контрольной точки.	1

### **Тема 8. Проверка статистических гипотез**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов, набранная за контрольную точку делится на количество заданий и умножается на максимальный балл контрольной точки.	1

### **Итоговый контроль**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Каждое задание оценивается в 1 балл. Общая сумма баллов, набранная за контрольную точку делится на количество заданий и умножается на максимальный балл контрольной точки.	1