

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра теоретической физики**

Авторы-составители: **Циберкин Кирилл Борисович  
Хеннер Виктор Карлович**

Рабочая программа дисциплины  
**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**  
Код УМК 95710

Утверждено  
Протокол №6  
от «08» июня 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Дифференциальные уравнения

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **03.03.02** Физика

направленность Фундаментальная физика

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Дифференциальные уравнения** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**03.03.02** Физика (направленность : Фундаментальная физика)

**ОПК.3** Способен применять базовые знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе педагогической деятельности, для проведения научных исследований, анализа объектов, систем, процессов, явлений и методов, их экспериментального и теоретического (включая построение их качественных и количественных моделей) изучения и для использования полученных результатов на практике

#### **Индикаторы**

**ОПК.3.2** Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике

#### 4. Объем и содержание дисциплины

|   |  |
|---|--|
| <b>Направления подготовки</b>                                     | 03.03.02 Физика (направленность: Фундаментальная физика)   |
| <b>форма обучения</b>   | очная  |
| <b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>          | 4,5  |
| <b>Объем дисциплины (з.е.)</b>                                    | 5  |
| <b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>                                 | 180  |
| <b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b> | 70   |
| <b>Проведение лекционных занятий</b>                              | 28   |
| <b>Проведение практических занятий, семинаров</b>                 | 42   |
| <b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>                           | 110  |
| <b>Формы текущего контроля</b>                                    | Входное тестирование (1)<br>Итоговое контрольное мероприятие (2)<br>Письменное контрольное мероприятие (4) |
| <b>Формы промежуточной аттестации</b>                             | Зачет (4 триместр)<br>Экзамен (5 триместр)   |

## **5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины**

### **Дифференциальные уравнения [для физиков] (1 триместр)**

#### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

##### **Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие обыкновенных дифференциальных уравнений. Геометрический смысл ОДУ. Теорема Коши. Метод Эйлера численного решения ОДУ.

##### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

#### **Дифференциальные уравнения второго и высших порядков**

##### **Уравнения высших порядков**

Уравнения высших порядков. Теорема Коши.

##### **Линейные дифференциальные уравнения второго порядка**

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации постоянных для решения неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов, четыре специальных случая правой части. Задача о колебаниях маятника.

##### **Линейные дифференциальные уравнения высших порядков**

Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского.

### **Дифференциальные уравнения [для физиков] (2 триместр)**

#### **Системы дифференциальных уравнений. Краевые задачи**

##### **Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

Системы ОДУ. Системы линейных однородных и неоднородных уравнений. Системы с постоянными коэффициентами. Формулировка начальных условий. Простейшие методы решений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение однородных систем для различных корней характеристического уравнения. Неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных.

##### **Простейшие краевые задачи**

Простейшие краевые задачи. Физические приложения. Задача Штурма-Лиувилля.

#### **Приближенные методы. Преобразование Лапласа.**

##### **Методы приближенного решения дифференциальных уравнений**

Приближенное решение дифференциальных уравнений. Численные методы. Методы степенных рядов, итераций, малого параметра.

##### **Метод преобразования Лапласа**

Интегральное преобразование Лапласа и его свойства. Обратное преобразование Лапласа. Применение к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Хеннер В. К., Белозёрова Т. С. Дифференциальные уравнения: приложения к вариационному исчислению: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров "Физика", "Прикладная математика и физика", "Нанотехнологии и микросистемная техника", "Радиофизика" и по направлению подготовки магистров "Физика"/В. К. Хеннер, Т. С. Белозёрова.- Пермь: ПГНИУ, 2016, ISBN 978-5-7944-2719-6-Библиогр.: с. 90 <https://elis.psu.ru/node/393443>

### Дополнительная:

1. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям/А. Ф. Филиппов.- Москва: Регулярная и хаотическая динамика, 2004, ISBN 5-93972-008-0.-176.

2. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебник для физических и физико-математических факультетов университетов/Л. Э. Эльсгольц.-Москва: Эдиториал УРСС, 2000, ISBN 5-8360-0098-0.-320.

3. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. <https://elis.psu.ru/node/470497>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://library.psu.ru/node/738> Электронные ресурсы Научной библиотеки ПГНИУ

<http://elis.psu.ru> Электронная мультимедийная библиотека ELiS

<https://e.lanbook.com/reader/book/96873/> Хеннер В. К., Белозерова Т. С., Хеннер М. В. Учебное пособие

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Дифференциальные уравнения** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС)
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
- Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта и т.д.)

Перечень необходимого лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения:

- приложение, позволяющее просматривать PDF-файлы
- офисный пакет приложений «LibreOffice».
- Хеннер В.К., Белозерова Т.С., Хеннер М.В. Пакет демонстрационных программ по решению обыкновенных дифференциальных уравнений к изданию Henner V., Belozerova T., Khenner M. Ordinary and partial differential equations/Victor Henner, Tatyana Belozerova, Mikhail Khenner.- Boca Raton: CRC Press, 2013, ISBN 9781466515000.-629.-Includes bibliographical references and index. - на электронно-оптическом диске.

Дополнительный перечень используемых информационных технологий определяется преподавателями дисциплины.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Дифференциальные уравнения**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.3**

**Способен применять базовые знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе педагогической деятельности, для проведения научных исследований, анализа объектов, систем, процессов, явлений и методов, их экспериментального и теоретического (включая построение их качественных и количественных моделей) изучения и для использования полученных результатов на практике**

| <b>Компетенция<br/>(индикатор)</b>   | <b>Планируемые результаты<br/>обучения</b>   | <b>Критерии оценивания результатов<br/>обучения</b>  |
|--|--|--|
| <p><b>ОПК.3.2</b><br/>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике</p> | <p>Знать основные понятия теории и свойства систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Уметь находить решения систем ОДУ и краевых задач, вариационных задач. Владеть методами и навыками исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p> | <p align="center"><b>Неудовлетворител</b><br/>Не знает основные понятия теории и свойства систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Не умеет находить решения систем ОДУ и краевых задач, вариационных задач. Не владеет методами и навыками исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b><br/>Общие, но не структурированные знания теории и свойств систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Демонстрирует частично сформированное умение производить расчёты, давать интерпретацию результатов. Имеет представление о базовых методах решения систем ОДУ и краевых задач, приемах построения математических моделей физических систем.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b><br/>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания теории и свойств систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить расчёты, давать интерпретацию результатов, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания. В целом успешно, но с отдельными пробелами владеет методами и навыками исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей</p> |

| Компетенция<br>(индикатор) | Планируемые результаты<br>обучения | Критерии оценивания результатов<br>обучения  |
|----------------------------|------------------------------------|--|
|                            |                                    | <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>физических систем.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания теории и свойств систем ОДУ, краевых задач, вариационных задач. Сформированное умение производить расчёты, находить решения систем ОДУ и краевых задач, вариационных задач. Успешное и систематическое применение методов и навыков исследования систем ОДУ и краевых задач, приемами построения математических моделей физических систем.</p> |

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

| Компетенция (индикатор)  | Мероприятие текущего контроля  | Контролируемые элементы результатов обучения                   |
|--|--|--|
| <b>Входной контроль</b>  | Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям<br><b>Входное тестирование</b>                  | Владение методами математического анализа                      |
| <b>ОПК.3.2</b><br>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике | Дифференциальные уравнения первого порядка<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b>          | знание ОДУ первого порядка и методов их исследования и решения |
| <b>ОПК.3.2</b><br>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Знание приемов анализа и решения ОДУ второго порядка.          |
| <b>ОПК.3.2</b><br>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике | Линейные дифференциальные уравнения высших порядков<br><b>Итоговое контрольное мероприятие</b>   | Знание приемов анализа и решения ОДУ высших порядков.          |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

**Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **.5 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**  
 Проходной балл: **0**

| Показатели оценивания                  | Баллы |
|--|-------|
| Вычисление производной сложной функции | 5     |
| Вычисление интегралов                  | 5     |

### Дифференциальные уравнения первого порядка

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**  
 Проходной балл: **15**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Знание и умение анализировать и решать линейные дифференциальные уравнения первого порядка          | 9     |
| Знание и умение решать уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах                        | 9     |
| Знание и умение анализировать и решать уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения | 6     |
| Умение формулировать физические задачи в терминах ОДУ   | 6     |

### Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**  
 Проходной балл: **15**

| Показатели оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Решение однородных линейных ОДУ второго порядка  | 8     |
| Решение ОДУ второго порядка методом понижения порядка.   | 8     |
| Владение методами решения задач на собственные значения  | 7     |
| Умение решать неоднородные ОДУ второго порядка методом вариации постоянных и методом неопределённых коэффициентов. | 7     |

### Линейные дифференциальные уравнения высших порядков

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**  
 Проходной балл: **20**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Умение находить собственные значения, строить общее решение однородного линейного ОДУ высшего порядка | 12    |
| Знание классификации состояний равновесия   |       |

|  |    |
|--|----|
|  | 10 |
| Умение решать неоднородные ОДУ высших порядков методом вариации постоянных и методом неопределённых коэффициентов. | 10 |
| Знание приемов понижения порядка уравнения, сведения к системам ОДУ  | 8  |

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

| Компетенция<br>(индикатор)   | Мероприятие<br>текущего контроля   | Контролируемые элементы<br>результатов обучения   |
|--|--|---|
| <b>ОПК.3.2</b><br>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике | Системы обыкновенных дифференциальных уравнений<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Анализ и решение систем ОДУ   |
| <b>ОПК.3.2</b><br>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике | Простейшие краевые задачи<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b>                       | Умение решать спектральные краевые задачи   |
| <b>ОПК.3.2</b><br>Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике | Метод преобразования Лапласа<br><b>Итоговое контрольное мероприятие</b>                      | Знание общих понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений, умение строить и анализировать математические модели физических явлений, владение навыками и методами решения ОДУ. |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

| <b>Показатели оценивания</b>  | <b>Баллы</b> |
|---|--------------|
| Нахождение собственных чисел, построение общего и частного решения однородных систем ОДУ                                      | 9            |
| Нахождение собственных чисел, построение общего и частного решения неоднородных систем ОДУ                                    | 9            |
| Знание основных принципов анализа и классификации систем ОДУ. Умение приводить систему ОДУ к уравнению более высокого порядка | 6            |
| Умение формулировать задачи в терминах систем ОДУ   | 6            |

### **Простейшие краевые задачи**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **.5 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

| <b>Показатели оценивания</b>  | <b>Баллы</b> |
|---|--------------|
| Вычисление собственных значений дифференциальных операторов             | 8            |
| Нахождение собственных функций дифференциальных операторов              | 8            |
| Применение краевых условий. Построение частного решения краевой задачи. | 7            |
| Умение формулировать физические задачи в терминах краевых задач         | 7            |

### **Метод преобразования Лапласа**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

| <b>Показатели оценивания</b>   | <b>Баллы</b> |
|--|--------------|
| Умение решать ОДУ низших порядков. Владение навыками применения приближённых методов решения | 12           |
| Знание основных принципов и владение навыками решения вариационных задач.                    | 10           |
| Умение строить частные решения ОДУ с применением преобразования Лапласа                      | 10           |
| Умение формулировать математические модели физических явлений.                               | 8            |