

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра теоретической физики

Авторы-составители: **Марышев Борис Сергеевич
Демин Виталий Анатольевич
Циберкин Кирилл Борисович**

Рабочая программа дисциплины
ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ
Код УМК 68998

Утверждено
Протокол №6
от «08» июня 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Векторный и тензорный анализ

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **03.03.01** Прикладные математика и физика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Векторный и тензорный анализ** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

03.03.01 Прикладные математика и физика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.3 Способен применять базовые знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе для проведения научных исследований, анализа объектов, систем, процессов, явлений и методов, их экспериментального и теоретического (включая построение их качественных и количественных моделей) изучения и для использования полученных результатов на практике

Индикаторы

ОПК.3.2 Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	03.03.01 Прикладные математика и физика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	6
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	14
Проведение практических занятий, семинаров	28
Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку	0
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (3)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (6 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Векторный и тензорный анализ. Первый семестр

Операции с векторами, базис

Операции с векторами

Операции над векторами. Инварианты векторов. Скалярное произведение. Векторное и смешанное произведение векторов. Неравенство Шварца.

Преобразования координат

Базисные векторы. Преобразование векторов. Свойства матрицы преобразования.

Понятие тензора

Свойства тензоров

Определение тензора. Действия над тензорами. Индексная форма записи. Примеры тензорных величин (тензор поляризуемости). Транспонирование тензоров. Шпур. Разложение тензора на неприводимые компоненты.

Операции с тензорами

Прямое произведение, оператор проектирования. Упрощения и свертки. Инвариантные тензоры. Дельта-символ. Определение и свойства. Псевдотензоры, ϵ -символ. Свертки символа Леви-Чивита. Соотношение дуальности. Векторное произведение.

Дифференциальные операторы

Векторные и тензорные поля. Оператор набла. Градиент. Операции DIV и ROT. Лапласиан.

Криволинейные системы координат

Градиент скалярного поля в декартовой и цилиндрической СК. Основные свойства и примеры. Дифференциальные операции второго порядка. Лапласиан. Соленоидальные и потенциальные поля.

Интегральные теоремы в обобщенной форме

Интегрирование векторных полей по контуру, поверхности и по объему. Понятия циркуляции векторного поля и потока векторного поля. Обобщенная теорема Остроградского - Гаусса. Интегрирование тензоров и векторов по кривой. Обобщенная теорема Стокса. Примеры применения интегральных теорем в физике.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Любимов Д. В., Марышев Б. С., Циберкин К. Б. Векторный и тензорный анализ: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров "Физика", "Радиофизика", "Прикладная математика и физика", "Нанотехнологии и микросистемная техника"/Д. В. Любимов, Б. С. Марышев, К. Б. Циберкин.-Пермь, 2016, ISBN 978-5-7944-2715-8.-1.-Библиогр.: с. 92
<https://elis.psu.ru/node/392690>
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия: учебник для студентов физической специальности и специальности "Прикладная математика"/В. А. Ильин, Э. Г. Позняк.-Москва: Физматлит, 2003, ISBN 5-9221-0128-5.-240.
3. Мусин, Ю. Р. Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 184 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-06198-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/438945>

Дополнительная:

1. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов/П. С. Александров.-Санкт-Петербург: Лань, 2009, ISBN 978-5-8114-0908-2.-512.-Предм. указ.: с. 505-511
2. Гершанок В. А. Сборник задач по векторной алгебре и элементам теории поля: учебное пособие/В. А. Гершанок.-Пермь, 2001, ISBN 5-7944-0172-9.-72.-Библиогр.: с. 71
3. Игнаточкина Л. А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств: Учебное пособие/Игнаточкина Л. А.-Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014, ISBN 978-5-4263-0159-7.-64. <http://www.iprbookshop.ru/31762>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://library.psu.ru/node/738> Ресурсы Научной библиотеки ПГНИУ

<http://elis.psu.ru> Электронная мультимедийная библиотека ELiS

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Векторный и тензорный анализ** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС)
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
- Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта и т.д.)

Перечень необходимого лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения:

- приложение, позволяющее просматривать PDF-файлы
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Дополнительный перечень используемых информационных технологий определяется преподавателями дисциплины.

При освоении материала и выполнении заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью

подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Векторный и тензорный анализ**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.3

Способен применять базовые знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе для проведения научных исследований, анализа объектов, систем, процессов, явлений и методов, их экспериментального и теоретического (включая построение их качественных и количественных моделей) изучения и для использования полученных результатов на практике

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.3.2 Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике</p>	<p>Знать основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа, линейной алгебры, теории поля. Уметь вычислять собственные значения операторов, оперировать математическими выражениями с использованием индексной нотации. Владеть приемами преобразования выражений в индексной нотации, навыками применения основных теорем векторного и тензорного анализа, вычисления собственных векторов, упрощения выражений с применением символа Кронекера.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа, линейной алгебры, теории поля. Не умеет вычислять собственные значения операторов, оперировать математическими выражениями с использованием индексной нотации. Не владеет приемами преобразования выражений в индексной нотации, навыками применения основных теорем векторного и тензорного анализа, вычисления собственных векторов, упрощения выражений с применением символа Кронекера.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий и теорем векторного и тензорного анализа, линейной алгебры, теории поля. Демонстрирует частично сформированное умение производить расчёты, давать интерпретацию результатов, оперировать математическими выражениями с использованием индексной нотации. Имеет представление о приемах преобразования выражений в индексной нотации, способах применения основных теорем векторного и тензорного анализа, вычисления собственных векторов, упрощения выражений с применением символа Кронекера</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий и теорем</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>векторного и тензорного анализа, линейной алгебры, теории поля. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить расчёты, давать интерпретацию результатов, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания. В целом успешно, но с отдельными пробелами владеет приемами преобразования выражений в индексной нотации, навыками применения основных теорем векторного и тензорного анализа, вычисления собственных векторов, упрощения выражений с применением символа Кронекера.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий и теорем векторного и тензорного анализа, линейной алгебры, теории поля. Сформированное умение производить расчёты, вычислять собственные значения операторов, оперировать математическими выражениями с использованием индексной нотации. Успешное и систематическое применение навыков преобразования выражений в индексной нотации, применения основных теорем векторного и тензорного анализа, вычисления собственных векторов, упрощения выражений с применением символа Кронекера.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Операции с векторами Входное тестирование	Умение оперировать матрицами, векторами, вычислять собственные числа матриц
ОПК.3.2 Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Операции с тензорами Письменное контрольное мероприятие	Знать: основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа Уметь: вычислять собственные значения операторов, оперировать математическими выражениями с использованием индексной нотации Владеть: приемами преобразования выражений в индексной нотации, навыками применения основных теорем векторного и тензорного анализа
ОПК.3.2 Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Криволинейные системы координат Письменное контрольное мероприятие	Знание и владение приемами использования дифференциальных операторов, интегральных теорем векторного и тензорного анализа. Знание и умение преобразовывать выражения в криволинейных координатах.
ОПК.3.2 Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Интегральные теоремы в обобщенной форме Итоговое контрольное мероприятие	Знание базовых понятий теории матриц, теории операторов, умение находить собственные значения и главные оси координат. Владение навыками применения дифференциальных операторов и интегральных теорем к векторным полям.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.3.2 Понимает физические методы теоретического и экспериментального изучения систем, явлений и процессов в природе и применяет их на практике	Интегральные теоремы в обобщенной форме Письменное контрольное мероприятие	Знание и умение использовать основные объекты векторного и тензорного анализа, умение находить собственные оси тензоров, вычислять дифференциальные операторы и применять интегральные теоремы к векторным и тензорным полям, владение навыками работы с криволинейными системами координат

Спецификация мероприятий текущего контроля

Операции с векторами

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Вычисление определителя 3x3	3
Сложение векторов, скалярное и векторное произведение	3
Решение систем алгебраических уравнений	2
Дифференцирование, интегрирование	2

Операции с тензорами

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **18**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Нахождение собственных чисел и собственных векторов.	6
Преобразование выражений, содержащих дельта-символы.	5
Запись выражений в индексной форме.	4
Разложение тензора на неприводимые.	3

Криволинейные системы координат

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **18**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
------------------------------	--------------

Умение вычислять градиент, дивергенцию, ротор, работать с дифференциальными операторами второго и более высоких порядков	6
Знание и умение применять теорему Стокса для преобразования математических выражений.	5
Знание и умение применять теорему Гаусса для преобразования математических выражений.	4
Знание криволинейных систем координат, владение основными навыками построения дифференциальных операторов в криволинейных координатах	3

Интегральные теоремы в обобщенной форме

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Знание основных понятий тензорной алгебры. Владение навыками преобразования матричных выражений.	10
Умение находить собственные значения и собственные векторы в невырожденном и вырожденном случае.	10
Умение вычислять градиент, дивергенцию, ротор	7
Умение применять теорему Гаусса и теорему Стокса в обобщенном тензорном виде.	7
Умение находить лапласианы, работать с операторами второго и более высоких порядков	6

Интегральные теоремы в обобщенной форме

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **24**

Проходной балл: **12**

Показатели оценивания	Баллы
Приведение тензора к собственным осям	5
Вычисление градиента, дивергенции, ротора и их комбинаций	5
Преобразование комбинаций символов Леви-Чивиты и векторных произведений	5
Применение теоремы Гаусса к вычислению интеграла	4
Преобразование интеграла по поверхности с применением теоремы Стокса	3
Вычисление коэффициентов Ламэ, построение дифференциальных операторов в криволинейных координатах	2