

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования "Пермский**  
**государственный национальный исследовательский**  
**университет"**

**Кафедра физики фазовых переходов**

Авторы-составители: **Краузин Павел Васильевич**

Рабочая программа дисциплины  
**ДИФФУЗИЯ И БРОУНОВСКИЕ ЯВЛЕНИЯ**  
Код УМК 87934

Утверждено  
Протокол №12  
от «14» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Диффузия и броуновские явления

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **03.03.01** Прикладные математика и физика  
направленность Программа широкого профиля

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Диффузия и броуновские явления** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**03.03.01** Прикладные математика и физика (направленность : Программа широкого профиля)

**ОПК.8** способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей

**ПК.4** способность применять теорию и методы математики, физики и информатики для построения качественных и количественных моделей

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	03.03.01 Прикладные математика и физика (направленность: Программа широкого профиля)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	10
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	3
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	108
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	42
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	14
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	66
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Зачет (10 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### **Диффузия и броуновские явления**

К настоящему времени накоплено большое число экспериментальных данных о разнообразных аномальных процессах диффузии. В их числе — перенос зарядов в аморфных полупроводниках, ЯМР-диффузометрия в перколятивных и пористых системах, динамика полимерных систем, перенос на фрактальных структурах, диффузия во вращающихся потоках, «скользящая» диффузия по твердой поверхности, диффузия в пористых стеклах, в неоднородном скальном грунте, в квантовой оптике, в плазме и др.

Для описания этих процессов было развито несколько подходов, использующих переменные коэффициенты диффузии, корреляции дробного порядка, дробные лапласианы, скачкообразные блуждания, обобщения уравнений Ланжевена, Фоккера—Планка, термодинамический подход и др.

### **Одномерное, многомерное и вращательное броуновские движения**

Случайные величины и процессы. Уравнение Смолуховского. Уравнение Ланжевена. Формула Эйнштейна для среднего квадрата скорости броуновской частицы. Высшие моменты скорости и формула Эйнштейна для среднего квадрата смещения свободной броуновской частицы. Броуновское движение осциллятора. Флуктуационно-диссипационная теорема. Уравнение Фоккера-Планка. Эргодичность. Спектральные представления. Вывод уравнения Фоккера-Планка из уравнения Лиувилля. Многомерное и вращательное броуновское движение. Интегралы Винера.

### **Метод дробных производных**

Модель случайных блужданий с дискретным временем. Уравнение Башелье-Смолуховского-Чепмена-Колмогорова, его точное решение в прямом и обратном пространствах, асимптотическое решение. Пример: распределение Гаусса. Нарушение ЦПТ. Распределение Коши-Лоренца. Распределения Леви. Модель случайных блужданий с непрерывным временем. Формула Монтролла--Вайсса. Случайные блуждания с распределениями без "тяжелых" хвостов. Формула повторного интегрирования. Дробный интеграл. Дробная производная Римана-Лиувилля. Дробная производная Капуто, связь с дробной производной Римана-Лиувилля. Преобразование Лапласа от дробного интеграла и производной целого порядка. Преобразование Лапласа от дробных производных Римана-Лиувилля и Капуто. Левая и правая производные. Дробная производная Рисса. Преобразование Фурье от дробных производных.

### **Аномальная диффузия Леви-Хинчина**

Аномальная диффузия как случайный процесс. Устойчивые законы. Аномальная диффузия как асимптотика скачкообразных процессов. Кинетика с конечной скоростью свободного движения. Случайные блуждания с долгими остановками. Различные формы записи уравнения субдиффузии. Случайные блуждания с длинными прыжками. Уравнение супердиффузии ("полеты Леви").

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Методы решения задач тепломассопереноса. Теплопроводность и диффузия в неподвижной среде : учебное пособие / В. И. Коновалов, А. Н. Пахомов, Н. Ц. Гагапова, А. Н. Колиух. — Тамбов : Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 81 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/64112.html>
2. Мартынов Г. А. Классическая статистическая механика. Теория жидкостей:[монография]/Г. А. Мартынов.-Долгопрудный:Интеллект,2011, ISBN 978-5-91559-086-0.-328.-Библиогр.: с. 325
3. Михнев Л. В. Термодинамика и статистическая физика:Практикум/Михнев Л. В..-Ставрополь:Северо-Кавказский федеральный университет,2016.-125. <http://www.iprbookshop.ru/69442.html>

### Дополнительная:

1. Гуньков, В. В. Моделирование случайного блуждания : методические указания к лабораторному практикуму / В. В. Гуньков. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2005. — 9 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/51575>
2. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. учебное пособие для студентов физических специальностей университетов : в 10 т. Т. 10. Физическая кинетика/Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; ред. Л. П. Питаевский.- Москва:ФИЗМАТЛИТ,2002, ISBN 5-9221-0125-0.-536

## 9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ.

<https://www.theoretical-physics.net/0.1/index.html> Справочник по теоретической физике.

<https://elementy.ru> Научно-популярный проект «Элементы большой науки».

<http://www.feynmanlectures.caltech.edu> Фейнмановские лекции по физике.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Диффузия и броуновские явления** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- презентационные материалы (слайды по темам лекционных и практических занятий);
- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Перечень необходимого лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения:

- просмотрщик PDF файлов;
- ALT Linux, LibreOffice.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных и практических занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций и проведения текущего контроля требуется аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для самостоятельной работы студентов требуется аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Диффузия и броуновские явления**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и  
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.8</b> способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> фундаментальные разделы математики, основные понятия и терминологию броуновских явлений. <b>УМЕТЬ:</b> строить математические модели диффузии и броуновских явлений. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками программной реализации математических моделей диффузии и броуновских явлений с помощью компьютерных средств, интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Отсутствие знаний. Не знает основ дисциплины, необходимых при формировании компетенции. Отсутствие умений. Отсутствие навыков.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Общие, но не структурированные знания фундаментальных разделов математики, основных понятий и терминологии броуновских явлений. Частично сформированное умение построения математических моделей диффузии и броуновских явлений. Фрагментарное применение навыков программной реализации математических моделей диффузии и броуновских явлений с помощью компьютерных средств, интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания фундаментальных разделов математики, основных понятий и терминологии броуновских явлений. Умеет строить математические модели диффузии и броуновских явлений. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков программной реализации математических моделей диффузии и броуновских явлений с помощью компьютерных средств, интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей.</p> <p align="center"><b>Отлично</b> Сформированные систематические знания фундаментальных разделов математики, основных понятий и терминологии</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>броуновских явлений. Сформированное умение построения математических моделей диффузии и броуновских явлений. Успешное и систематическое применение навыков программной реализации математических моделей диффузии и броуновских явлений с помощью компьютерных средств, интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей.</p>
<p><b>ПК.4</b> способность применять теорию и методы математики, физики и информатики для построения качественных и количественных моделей</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> теорию дробных производных. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками применения физико-математических методов для построения качественных и количественных моделей броуновских явлений.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Отсутствие знаний. Не знает основ дисциплины, необходимых при формировании компетенции. Отсутствие навыков.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания теории дробных производных. Фрагментарное владение навыками применения физико-математических методов для построения качественных и количественных моделей броуновских явлений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания теории дробных производных. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы навыков применения физико-математических методов для построения качественных и количественных моделей броуновских явлений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания теории дробных производных. Успешное и систематическое применение физико-математических методов для построения качественных и количественных моделей броуновских явлений.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : СУОС ПМФ

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Одномерное, многомерное и вращательное броуновские движения <b>Входное тестирование</b>	Знает определения функций распределения дискретной и непрерывной случайных величин. Умеет находить математическое ожидание и дисперсию. Владеет навыками взятия интегралов Пуассоновского типа.
<b>ОПК.8</b> способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Одномерное, многомерное и вращательное броуновские движения <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Знание формулы Эйнштейна для среднего квадрата скорости броуновской частицы, умение ее вывести. Знание уравнения Фоккера-Планка, умение его получения из уравнения Лиувилля. Умение вывода и получения решения уравнения Ланжевена для броуновской частицы.
<b>ОПК.8</b> способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Метод дробных производных <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Знание теории броуновского движения как винеровского процесса. Умение вывода уравнения Смолуховского для многомерного броуновского движения.

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ПК.4</b> способность применять теорию и методы математики, физики и информатики для построения качественных и количественных моделей	Аномальная диффузия Леви-Хинчина <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Умение получения распределения Гаусса и Леви-Хинчина как решения уравнения Башелье-Смолуховского-Чепмена-Колмогорова. Знание описания метода случайных блужданий и его приложений.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Одномерное, многомерное и вращательное броуновские движения

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **.5 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Входной контроль имеет 5 заданий. Верно выполненное задание, либо с незначительными ошибками оценивается в 2 балла. В случае правильного хода решения, но отсутствия окончательного результата - 1 балл.	10

#### Одномерное, многомерное и вращательное броуновские движения

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Вывод уравнения Фоккера-Планка из уравнения Лиувилля.	2
Вывод и решение уравнения Ланжевена для броуновской частицы.	1
Вывод формулы Эйнштейна для среднего квадрата скорости броуновской частицы.	1
Описание шкалы оценивания. Максимальный первичный балл - 4, проходной первичный балл - 2. Выше указаны критерии получения первичных баллов за контрольное мероприятие. Итоговые баллы в рейтинг по 100-балльной шкале рассчитывает ЕТИС согласно вкладу (30%) контрольного мероприятия в итоговую оценку.	0

#### Метод дробных производных

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Теория броуновского движения как винеровский процесс.	2

Вывод уравнения Смолуховского для многомерного броуновского движения.	2
Описание шкалы оценивания. Максимальный первичный балл - 4, проходной первичный балл - 2. Выше указаны критерии получения первичных баллов за контрольное мероприятие. Итоговые баллы в рейтинг по 100-балльной шкале рассчитывает ЕТИС согласно вкладу (30%) контрольного мероприятия в итоговую оценку.	0

### **Аномальная диффузия Леви-Хинчина**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Распределения Гаусса и Леви-Хинчина как решения уравнения Башелье-Смолуховского-Чепмена-Колмогорова.	2
Описание метода случайных блужданий и его приложений.	2
Описание шкалы оценивания. Максимальный первичный балл - 4, проходной первичный балл - 2. Выше указаны критерии получения первичных баллов за контрольное мероприятие. Итоговые баллы в рейтинг по 100-балльной шкале рассчитывает ЕТИС согласно вкладу (40%) контрольного мероприятия в итоговую оценку.	0