

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра информационных систем и математических методов в экономике**

**Авторы-составители: Полосков Игорь Егорович  
Радионова Марина Владимировна  
Мулюков Михаил Вадимович**

Рабочая программа дисциплины  
**ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**  
Код УМК 97571

Утверждено  
Протокол №9  
от «06» июня 2022 г.

Пермь, 2022

## **1. Наименование дисциплины**

Обыкновенные дифференциальные уравнения

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в базовую часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.05** Статистика  
направленность Анализ больших данных

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Обыкновенные дифференциальные уравнения** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.05** Статистика (направленность : Анализ больших данных)

**ОПК.1** Способен осуществлять статистическое наблюдение с использованием стандартных методик и технических средств, включая формирование выборочной совокупности и подготовку статистического инструментария

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

**ОПК.1.4** Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

**ОПК.2** Способен формировать упорядоченные сводные массивы статистической информации и осуществлять расчет сводных и производных показателей в соответствии с утвержденными методиками, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ

#### **Индикаторы**

**ОПК.2.3** Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.05 Статистика (направленность: Анализ больших данных)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	5,6
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	6
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	216
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	84
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	56
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	132
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (4) Итоговое контрольное мероприятие (2)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Зачет (5 триместр) Экзамен (6 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Обыкновенные дифференциальные уравнения. Триместр 1

#### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверка знания основных понятий; 1) математического анализа: дифференциального и интегрального исчисления функций одной и многих переменных, прикладных вопросов теории числовых и функциональных рядов; 2) алгебры и аналитической геометрии: теории матриц, теории систем линейных алгебраических уравнений, алгебры полиномов и комплексных чисел, формы уравнений и свойства кривых и поверхностей.

#### Основные понятия и определения

Понятие о функциональных уравнениях. Определение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения обыкновенные и в частных производных. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Порядок дифференциального уравнения. Методы построения дифференциальных уравнений. Понятие общего решения и частного решения. Геометрическая интерпретация. Поле направлений, изоклины. Особые точки и особые решения.

#### Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Интегрирование простейших типов дифференциальных уравнений первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Нестандартные подстановки и пути. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения первого порядка  $n$ -й степени относительно  $y'$ . Уравнения вида  $f(y, y') = 0$  и  $f(x, y') = 0$ . Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнение Риккати. Огибающая семейства гладких кривых. Доказательство теоремы Пикара.

#### Контрольная точка N 1

Проверка знания основных понятий и определений; умения применять методы решения различных типов уравнений первого порядка.

#### Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков (начало)

Дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Построение линейного ОДУ по его решениям. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

#### Контрольная точка N 2

Проверка знания основных понятий и определений; умения применять методы решения нелинейных уравнений  $n$ -го порядка, допускающих понижение порядка, линейных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами, однородных и неоднородных (для последних получение частных решений методом неопределенных коэффициентов).

#### Итоговое контрольное мероприятие

Проверка знания основных понятий и определений; умения применять методы решения различных типов уравнений первого порядка, нелинейных уравнений  $n$ -го порядка, допускающих понижение порядка, линейных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами, однородных и неоднородных (для последних получение частных решений методом неопределенных коэффициентов).

### Обыкновенные дифференциальные уравнения. Триместр 2

#### Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков (продолжение)

Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа. Уравнения Эйлера. Краевые задачи.

### **Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

Понятие о системе дифференциальных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Контрольная точка N 3**

Проверка знания основных понятий и определений теории ОДУ  $n$ -го порядка и систем ОДУ; умения применять методы решения линейных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными и переменными коэффициентами, однородных и неоднородных (для последних получение частных решений методами неопределенных коэффициентов и Лагранжа), линейных разностных уравнений, знания и умения применять простейших методов решения систем ОДУ (исключения, Эйлера, Лагранжа).

### **Элементы теории устойчивости**

Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения. Простейшие типы точек покоя. Бифуркации. Метод функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Критерий Рауса -- Гурвица.

### **Разностные уравнения**

Общие понятия. Примеры разностных уравнений. Методы решения линейных разностных уравнений.

### **Контрольная точка N 4**

Контроль в форме домашней расчетной работы. Проверка умения применять теорию устойчивости для анализа простейших типов точек покоя систем ОДУ (устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, устойчивость по первому приближению, критерий Рауса-Гурвица (общая идея без доказательства), приближенно-аналитических методов решения отдельных уравнений и систем ОДУ

### **Приложения ОДУ и приближенно-аналитические методы их решения**

Экономические модели. Модели естественных наук. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Метод малого параметра. Метод последовательных приближений. Применение систем аналитических вычислений.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Проверка знания основных понятий и определений ОДУ первого и  $n$ -го порядка, систем ОДУ; умения применять методы решения различных типов уравнений первого порядка, нелинейных уравнений  $n$ -го порядка, допускающих понижение порядка, линейных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными и переменными коэффициентами, однородных и неоднородных (для последних получение частных решений методом неопределенных коэффициентов и Лагранжа), линейных разностных уравнений, знания и умения применять простейших методов решения систем ОДУ (исключения, Эйлера, Лагранжа), умения применять теорию устойчивости для анализа простейших типов точек покоя систем ОДУ.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Мулюков М. В. Динамические модели экономики. Дифференциальные и разностные уравнения: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров «Прикладная математика и информатика»/М. В. Мулюков.-Пермь:ПГНИУ,2022, ISBN 978-5-7944-3824-6.-118. <https://elis.psu.ru/node/642978>
2. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. — Москва : Логос, 2010. — 383 с. — ISBN 5-98704-465-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/9280>
3. Егоров, А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple / А. И. Егоров. — Москва : СОЛОН-ПРЕСС, 2016. — 392 с. — ISBN 978-5-91359-205-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/64928.html>

### Дополнительная:

1. Полосков И. Е. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Курс лекций и практикум: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров «Прикладная математика и информатика» и "Информационные системы и технологии"/М-во науки и высш. образования РФ, Перм. гос. нац. исслед. ун-т.-Пермь:ПГНИУ,2020, ISBN 978-5-7944-3532-0.-226. <https://elis.psu.ru/node/631491>
2. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 241 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7420-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/470788>
3. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 359 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7422-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/470789>
4. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск : Вышэйшая школа, 2014. — 397 с. — ISBN 978-985-06-2466-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/35481.html>
5. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск : Вышэйшая школа, 2014. — 397 с. — ISBN 978-985-06-2466-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/35481>
6. Дифференциальные уравнения : практикум. Учебное пособие / Л. А. Альсевич, С. А. Мазаник, Г. А. Расолько, Л. П. Черенкова. — Минск : Вышэйшая школа, 2012. — 382 с. — ISBN 978-985-06-2111-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/20196>



## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Обыкновенные дифференциальные уравнения** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);

- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;

- программа просмотра интернет контента (браузер)

- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен осуществлять статистическое наблюдение с использованием стандартных методик и технических средств, включая формирование выборочной совокупности и подготовку статистического инструментария**

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.4</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений. <b>УМЕТЬ:</b> решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений; навыками теоретического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений. Не умеет решать основные классы задач теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического анализа математических моделей, построенных на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений. Демонстрирует частично сформированное умение решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Фрагментарное применение навыков теоретического анализа математических моделей, построенных на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p>

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического и практического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений..</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений. Сформированное умение решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического и практического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и систем таких уравнений.</p>
<b>ОПК.1.1</b>	<b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и	<b>Неудовлетворител</b>

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>утверждения начал теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений. УМЕТЬ: решать задач по теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений; навыками теоретического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p><b>Неудовлетворител</b>  Не знает основные понятия и утверждения теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений. Не умеет решать основные классы задач теории устойчивости, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического анализа математических моделей, построенных на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений различных порядков и систем таких уравнений.</p> <p><b>Удовлетворительн</b>  Общие, но не структурированные знания основных понятий и утверждений теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений. Демонстрирует частично сформированное умение решать основные классы задач теории устойчивости, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Фрагментарное применение навыков теоретического анализа математических моделей, построенных на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений различных порядков и систем таких уравнений.</p> <p><b>Хорошо</b>  Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий и утверждений теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать основные классы задач теории устойчивости, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать</p>

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического и практического анализа математических моделей, построенных на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений различных порядков и систем таких уравнений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий и утверждений теории устойчивости и математического моделирования на основе обыкновенных дифференциальных уравнений. Сформированное умение решать основные классы задач теории устойчивости, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического и практического анализа математических моделей, построенных на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений различных порядков и систем таких уравнений.</p>

## ОПК.2

**Способен формировать упорядоченные сводные массивы статистической информации и осуществлять расчет сводных и производных показателей в соответствии с утвержденными методиками, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ**

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. <b>УМЕТЬ:</b> решать основные классы обыкновенных</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Не умеет решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, давать содержательную</p>

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>дифференциальных уравнений первого порядка, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; навыками теоретического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p>	<p><b>Неудовлетворител</b> интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p> <p><b>Удовлетворительн</b> Общие, но не структурированные знания основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Демонстрирует частично сформированное умение решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Фрагментарное применение навыков теоретического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p> <p><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического и практического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных</p>

Индикатор	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>уравнений первого порядка.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий и утверждений теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p> <p>Сформированное умение решать основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического и практического анализа математических моделей, построенных на основе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p>



## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	ЗНАТЬ: основные понятия; 1) математического анализа: дифференциального и интегрального исчисления функций одной и многих переменных, прикладных вопросов теории числовых и функциональных рядов; 2) алгебры и аналитической геометрии: теории матриц, теории систем линейных алгебраических уравнений, алгебры полиномов и комплексных чисел, формы уравнений и свойства кривых и поверхностей. УМЕТЬ: решать типовые задачи из указанных в пункте ЗНАТЬ разделов дисциплин "Математический анализ" и "Алгебра и аналитическая геометрия". ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом дисциплин "Математический анализ" и "Алгебра и аналитическая геометрия".

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 1 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий, формул и утверждений из раздела, что включает: основные сведения об ОДУ первого порядка; общее, частное решения и интегралы; теорема существования и единственности; особые точки и особые решения ОДУ первого порядка; уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли и в полных дифференциалах, а также сводящиеся к ним; понятие об интегрирующем множителе; уравнения, не разрешенные относительно производной. Умение решать задачи по обыкновенным дифференциальным в части, касающейся раздела Владение приемами и методами решения основных задач из раздела.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 2 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий, формул и утверждений из раздела, что включает: ОДУ порядка выше первого; задача Коши; теорема существования и единственности решения ОДУ; понятие частного и общего решения; ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка; линейные ОДУ высших порядков; линейный дифференциальный оператор, его свойства; свойства решений линейного однородного ОДУ; определитель Вронского и линейная зависимость функций; структура общего решения линейного однородного ОДУ; фундаментальная система решений; линейные неоднородные ОДУ; свойства решений; принцип суперпозиции; структура общего решения линейного неоднородного ОДУ; линейные ОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами; построение общего решения однородного уравнения; построение частного решения методом неопределенных коэффициентов. Умение решать задачи в части, касающейся раздела. Владение приемами и методами решения основных задач из раздела.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий, формул и утверждений из раздела, что включает: основные сведения об ОДУ первого порядка; общее, частное решения и интегралы; теорема существования и единственности; особые точки и особые решения ОДУ первого порядка; уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли и в полных дифференциалах, а также сводящиеся к ним; понятие об интегрирующем множителе; уравнения, не разрешенные относительно производной; ОДУ порядка выше первого; задача Коши; теорема существования и единственности решения ОДУ; понятие частного и общего решения; ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка; линейные ОДУ высших порядков; линейный дифференциальный оператор, его свойства; свойства решений линейного однородного ОДУ; определитель Вронского и линейная зависимость функций; структура общего решения линейного однородного ОДУ; фундаментальная система решений; линейные неоднородные ОДУ; свойства решений; принцип суперпозиции; структура общего решения линейного неоднородного ОДУ; линейные ОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами; построение общего решения однородного уравнения; построение частного решения методом неопределенных коэффициентов. Умение решать задачи по обыкновенным дифференциальным в части, касающейся материала триместра.</p> <p>Владение приемами и методами решения основных задач из триместра.</p>

## Спецификация мероприятий текущего контроля

### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Вычисление определенного интеграла (3 задачи по 3 балла)	9
Вычисление неопределенного интеграла (3 задачи по 2 балла)	6
Вычисление ранга матрицы или системы собственных чисел и собственных векторов.	3
Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера или Гаусса	2

### Контрольная точка N 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Решение ОДУ первого порядка (10 задач по 3 балла; 3 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	30

### Контрольная точка N 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Решение неоднородного линейного ОДУ порядка выше второго (3 задачи по 4 балла; 4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	12
Решение ОДУ n-й степени, допускающего понижение порядка (2 задачи по 2 балла; 2 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	9
Решение неоднородного линейного ОДУ второго порядка (3 задачи по 3 балла; 3 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	9

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Решение неоднородного линейного ОДУ порядка выше второго (4 задачи по 4 балла; 4	16

балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	
Решение неоднородного линейного ОДУ второго порядка (4 задачи по 3 балла; 3 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	12
Решение ОДУ первого порядка (4 задачи по 3 балла; 3 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	12

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

**Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 46 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 46 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
------------------------------------	--	---

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.4</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p> <p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 3</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий, формул и утверждений из раздела, что включает: ОДУ порядка выше первого; задача Коши; теорема существования и единственности решения ОДУ; понятие частного и общего решения; ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка; линейные ОДУ высших порядков; линейный дифференциальный оператор, его свойства; свойства решений линейного однородного ОДУ; определитель Вронского и линейная зависимость функций; структура общего решения линейного однородного ОДУ; фундаментальная система решений; линейные неоднородные ОДУ; свойства решений; принцип суперпозиции; структура общего решения линейного неоднородного ОДУ; линейные ОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами; построение общего решения однородного уравнения; построение частного решения методом неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных; уравнения Эйлера и методы их решения. Умение решать задачи в части, касающейся раздела.</p> <p>Владение приемами и методами решения основных задач из раздела.</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.4</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p> <p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 4</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий, формул и утверждений из раздела, что включает: системы ОДУ; порядок системы; каноническая и нормальная системы; приведение канонических систем и отдельных ОДУ к нормальной форме; понятие решения нормальной системы; задача Коши; теорема существования и единственности; общее решение нормальной системы; методы интегрирования систем ОДУ: метод исключения, метод интегрируемых комбинаций (первый интеграл); системы линейных ОДУ первого порядка; матричная форма записи; свойства решений; фундаментальная система решений; структура общего решения системы однородных и неоднородных ОДУ; фундаментальная матрица, матрица Коши; метод вариации произвольных постоянных; системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами; метод Эйлера, матричный метод; понятие устойчивости и ее видов; устойчивость по Ляпунову; методы Ляпунова; устойчивость по первому приближению; особые точки и их анализ. Умение решать задачи в части, касающейся раздела Владение приемами и методами решения основных задач из раздела.</p>



Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.4</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p> <p><b>ОПК.2.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий, формул и утверждений из раздела, что включает: основные сведения об ОДУ первого порядка; общее, частное решения и интегралы; теорема существования и единственности; особые точки и особые решения ОДУ первого порядка; уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли и в полных дифференциалах, а также сводящиеся к ним; понятие об интегрирующем множителе; уравнения, не разрешенные относительно производной; ОДУ порядка выше первого; задача Коши; теорема существования и единственности решения ОДУ; понятие частного и общего решения; ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка; линейные ОДУ высших порядков; линейный дифференциальный оператор, его свойства; свойства решений линейного однородного ОДУ; определитель Вронского и линейная зависимость функций; структура общего решения линейного однородного ОДУ; фундаментальная система решений; линейные неоднородные ОДУ; свойства решений; принцип суперпозиции; структура общего решения линейного неоднородного ОДУ; линейные ОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами; построение общего решения однородного уравнения построение частного решения методом неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных; уравнения Эйлера и методы их решения; системы ОДУ; порядок системы; каноническая и нормальная системы; приведение канонических систем и отдельных ОДУ к нормальной форме; понятие решения</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>нормальной системы; задача Коши; теорема существования и единственности; общее решение нормальной системы; методы интегрирования систем ОДУ: метод исключения, метод интегрируемых комбинаций (первый интеграл); системы линейных ОДУ первого порядка; матричная форма записи; свойства решений; фундаментальная система решений; структура общего решения системы однородных и неоднородных ОДУ; фундаментальная матрица, матрица Коши; метод вариации произвольных постоянных; системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами; метод Эйлера, матричный метод; понятие устойчивости и ее видов; устойчивость по Ляпунову; методы Ляпунова; устойчивость по первому приближению; особые точки и их анализ. Умение решать зад</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Контрольная точка N 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Решение неоднородного линейного ОДУ второго порядка методом Лагранжа (2 задачи по 5 баллов; 5 баллов за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	10
Решение неоднородного линейного ОДУ порядка выше второго методом неопределенных коэффициентов (2 задачи по 4 балла; 4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	8
Решение линейного разностного уравнения (две задачи на 4 балла; 4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	8
Решение системы линейных однородных ОДУ с постоянными коэффициентами методом Эйлера (одна задача на 6 баллов; 6 баллов за задачу при полном решении; если с ошибками,	6

то 3 балла)	
Решение уравнения Эйлера (одна задача на 4 балла; 4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4
Решение системы линейных однородных ОДУ с постоянными коэффициентами методом исключения (одна задача на 4 балла; 4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4

#### Контрольная точка N 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **24**

Проходной балл: **12**

Показатели оценивания	Баллы
Построить приближено-аналитическое решение (системы) ОДУ заданным методом (8 баллов за задачу при полном решении; если с ошибками, то 4 балла)	8
Исследовать устойчивость положения равновесия (0,0,0) для заданной линейной системы (4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4
Исследовать устойчивость положений равновесия с помощью системы первого приближения (4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4
Найти положения равновесия, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем в окрестности положений равновесия для автономной системы (4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4
Найти положения равновесия, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованного уравнения в окрестности положений равновесия для заданного уравнения (4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4

#### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **36**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Исследовать, при каких значениях параметров нулевое решение ОДУ четвертого порядка асимптотически устойчиво (8 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 4 балла)	8
Решение системы линейных неоднородных ОДУ с постоянными коэффициентами методом Лагранжа (8 баллов за задачу при полном решении; если с ошибками, то 4 балла)	8
Решение системы линейных однородных ОДУ с постоянными коэффициентами методом Эйлера (6 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 3 балла)	6
Решение неоднородного линейного ОДУ второго порядка методом Лагранжа (5 баллов за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2,5 баллов)	5
Решение неоднородного линейного ОДУ порядка выше второго методом неопределенных коэффициентов (4 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4

Решение ОДУ первого порядка (3 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	3
Решение системы линейных однородных ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами методом исключения (2 балла за задачу при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	2