

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Физико-математический институт**

Авторы-составители: **Циберкин Кирилл Борисович  
Голдобин Денис Сергеевич  
Демин Виталий Анатольевич**

Рабочая программа дисциплины  
**ТЕОРИЯ ХАОСА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**  
Код УМК 101741

Утверждено  
Протокол №1  
от «19» июня 2024 г.

Пермь, 2024

## **1. Наименование дисциплины**

Теория хаоса динамических систем

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.04** Прикладная математика

направленность Интеллектуальный анализ данных, программирование и искусственный интеллект

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Теория хаоса динамических систем** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.04** Прикладная математика (направленность : Интеллектуальный анализ данных, программирование и искусственный интеллект)

**ОПК.1** Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности

**ПК.1** Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

#### **Индикаторы**

**ПК.1.1** Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований

**ПК.1.2** Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.04 Прикладная математика (направленность: Интеллектуальный анализ данных, программирование и искусственный интеллект)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ семестров, выделенных для изучения дисциплины</b>	8
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	4
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	144
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	56
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку</b>	28
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	88
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (8 семестр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Теория хаоса динамических систем

**Понятие динамической системы. Фазовое пространство. Типы траекторий. Классификация положений равновесия. Отображение Пуанкаре. Функции Ляпунова.**

1. Понятие динамической системы. Фазовое пространство. Типы траекторий. Потoki и каскады. Примеры динамических систем в физике и других науках.
2. Классификация положений равновесия для потоков. Классификация положений равновесия для каскадов. Понятие мультипликатора. Отображение Пуанкаре. Классификация циклов. 3. Функции Ляпунова. Критерий Бендиксона - Дюлака.

**Бифуркации: касательная, ответвление цикла, удвоения периода, рождение тора.**

**Коразмерность.**

4. Пространство систем. Понятие бифуркации. Коразмерность.
5. Касательная бифуркация (бифуркация рождение-смерть).
6. Бифуркация Хопфа (ответвление цикла).
7. Уравнение Ван-дер Поля.
8. Бифуркации неподвижных точек коразмерности 2 и 3 и их разрушение.
9. Бифуркация удвоения периода.
10. Бифуркация рождения тора.

**Свойства одномерных отображений. Аттрактор. Множество Кантора. Фрактальная размерность.**

11. Общие свойства одномерных отображений.
12. Понятие аттрактора.
13. Множество Кантора.
14. Фрактальная размерность.

**Отображение Фейгенбаума. Ренормализационная группа. Инвариантное распределение вероятностей. Система Лоренца. Рождение петли цикла из сепаратрисы. Гомоклинический хаос.**

15. Отображение окружности. Число вращения. Резонансные торы. Дьявольская лестница.
16. Отображение Фейгенбаума.
17. Ренормализационная группа.
18. Инвариантное распределение вероятностей. Уравнение Пирсона.
19. Система Лоренца.
20. Рождение цикла из петли сепаратрисы. Теорема Леонтовича.
21. Гомоклинический хаос

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Заславский, Г. М. Физика хаоса в гамильтоновых системах / Г. М. Заславский ; перевод Т. Н. Драгунов, А. Д. Морозов. — Москва, Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2019. — 286 с. — ISBN 978-5-4344-0804-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/92074>
2. Кузнецов С. П. Динамический хаос (курс лекций): учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по физическим специальностям / С. П. Кузнецов. — Москва: Физматлит, 2001, ISBN 5-94052-044-8.-296. Библиогр.: с. 286-295

### Дополнительная:

1. Полянин, А. Д. Нелинейные уравнения математической физики в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для академического бакалавриата / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 322 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02296-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437083>
2. Полянин, А. Д. Нелинейные уравнения математической физики в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для академического бакалавриата / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 368 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02301-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437861>
3. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. — Москва: Наука, 1981.-568.

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<https://library.psu.ru/node/738> Ресурсы Научной библиотеки ПГНИУ

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине Нелинейные колебания и волны предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)). При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться: система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>), система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы. система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная: специализированной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения семинарских (практических) занятий требуется аудитория, оснащенная: специализированной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации аудитория, оснащенная: специализированной мебелью, ноутбуком/компьютером, меловой (и) или маркерной доской, проектором, экраном.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.



6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

## Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине

### Теория хаоса динамических систем

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.**

#### Индикаторы и критерии их оценивания

#### ОПК.1

**Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности</p>	<p>Знать: основные понятия теории динамических систем, понятие бифуркации Уметь: анализировать динамику систем в фазовом пространстве, проводить классификацию бифуркаций Владеть: методами анализа и классификации положений равновесия, навыками анализа динамических систем.</p>	<p style="text-align: center;">Неудовлетворительно</p> <p>Не знает основных понятий теории динамических систем, понятие бифуркации. Не умеет анализировать динамику систем в фазовом пространстве, проводить классификацию бифуркаций. Не владеет методами анализа и классификации положений равновесия, анализа динамических систем.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительно</p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий теории динамических систем, понятия бифуркации. Демонстрирует частично сформированное умение анализировать динамику систем в фазовом пространстве, производить классификацию бифуркаций, давать интерпретацию результатов. Имеет представление о методах анализа и классификации положений равновесия, динамических систем.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий теории динамических систем, понятия бифуркации. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения анализировать динамику систем в фазовом пространстве, производить классификацию бифуркаций, давать интерпретацию результатов. В целом успешно, но с отдельными пробелами владеет методами анализа и классификации положений равновесия, анализа динамических систем.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий теории динамических систем, понятия бифуркации. Сформированное умение анализировать динамику систем в фазовом пространстве, производить классификацию бифуркаций. Успешное и систематическое применение методов анализа и классификации положений равновесия, динамических систем.</p>

## ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<b>ПК.1.1</b> Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Знать понятие аттрактора, отображение Фейгенбаума. Владеть понятиями резонансного тора, странных аттракторов, гомоклинического хаоса.	<p>Неудовлетворительно</p> <p>Не знает понятие аттрактора, отображение Фейгенбаума, систему Лоренца и другие нелинейные системы. Не владеет понятиями резонансного тора, странных аттракторов, гомоклинического хаоса.</p> <p>Удовлетворительно</p> <p>Общие, но не структурированные знания понятия аттрактора, отображения Фейгенбаума, системы Лоренца и других нелинейных систем. Имеет представление о понятиях резонансного тора, странных аттракторов, гомоклинического хаоса.</p> <p>Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания понятия аттрактора, отображения Фейгенбаума, системы Лоренца и других нелинейных систем. В целом успешно, но с отдельными пробелами владеет понятиями резонансного тора, странных аттракторов, гомоклинического хаоса.</p> <p>Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания понятие аттрактора, отображения Фейгенбаума, системы Лоренца и других нелинейных систем. Успешное и систематическое применение понятий резонансного тора, странных аттракторов, гомоклинического хаоса.</p>
<b>ПК.1.2</b> Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований	Уметь исследовать свойства одномерных отображений, анализировать динамику хаотических систем. Владеть навыками вычисления фрактальной размерности.	<p>Неудовлетворительно</p> <p>Не умеет исследовать свойства одномерных отображений, анализировать динамику хаотических систем. Не владеет навыками вычисления фрактальной размерности.</p> <p>Удовлетворительно</p> <p>Демонстрирует частично сформированное умение исследовать свойства одномерных отображений, анализировать динамику хаотических систем. Имеет представление о методах вычисления фрактальной размерности.</p> <p>Хорошо</p> <p>В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения исследовать свойства одномерных отображений, анализировать динамику хаотических систем. В целом успешно,</p>

		<p>но с отдельными пробелами владеет навыками вычисления фрактальной размерности.</p> <p>Отлично</p> <p>Сформированное умение исследовать свойства одномерных отображений, анализировать динамику хаотических систем. Успешное и систематическое применение навыков вычисления фрактальной размерности.</p>
--	--	---

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Понятие динамической системы. Фазовое пространство. Типы траекторий. Классификация положений равновесия. Отображение Пуанкаре. Функции Ляпунова. <b>Входное тестирование</b>	Методы решения дифференциальных уравнений и их систем
<b>ОПК.1.1</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности	Бифуркации: касательная, ответвление цикла, удвоения периода, рождение тора. Коразмерность. <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Знание базовых понятий теории динамических и нелинейных систем. Знание основных понятий и подходов бифуркационного анализа.
<b>ПК.1.1</b> Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований <b>ПК.1.2</b> Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и	Свойства одномерных отображений. Аттрактор. Множество Кантора. Фрактальная размерность. <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	умение анализировать одномерные отображения и находить аттракторы, вычислять их фрактальную размерность

<p>прикладных исследований</p>		
<p><b>ПК.1.1</b> Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p> <p><b>ПК.1.2</b> Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>Отображение Фейгенбаума. Ренормализационная группа. Инвариантное распределение вероятностей. Система Лоренца. Рождение петли цикла из сепаратрисы. Гомоклинический хаос.</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Навыки применения метода ренормализационной группы. Умение характеризовать динамику системы Лоренца и гомоклинический хаос.</p>

## Спецификация мероприятий текущего контроля

**Понятие динамической системы. Фазовое пространство. Типы траекторий.**

**Классификация положений равновесия. Отображение Пуанкаре. Функции Ляпунова.**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: 1 часа

Условия проведения мероприятия: в часы аудиторной работы

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: 0

Проходной балл: 0

Показатели оценивания	Баллы
Решение системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами	5
Решение линейного дифференциального уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами	5

**Бифуркации: касательная, ответвление цикла, удвоения периода, рождение тора. Коразмерность.**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: 1 часа

Условия проведения мероприятия: в часы аудиторной работы

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: 30

Проходной балл: 13

Показатели оценивания	Баллы
типы траекторий. фазовое пространство	7
отображение Пуанкаре.	6
Бифуркация Хопфа. Другие бифуркации.	6
Касательная бифуркация. Бифуркация удвоения периода.	6
Коразмерность	5

**Свойства одномерных отображений. Аттрактор. Множество Кантора. Фрактальная размерность.**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: 1 часа

Условия проведения мероприятия: в часы самостоятельной работы

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: 30

Проходной балл: 13

Показатели оценивания	Баллы
Свойства одномерных отображений	8
Множество Кантора	7
Фрактальная размерность. Примеры вычисления	6
Понятие аттрактора	5

Построение одномерных отображений	4
-----------------------------------	---

**Отображение Фейгенбаума. Ренормализационная группа. Инвариантное распределение вероятностей. Система Лоренца. Рождение петли цикла из сепаратрисы. Гомоклинический хаос.**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: 1 часа

Условия проведения мероприятия: в часы аудиторной работы

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: 40

Проходной балл: 17

Показатели оценивания	Баллы
Анализ свойств системы Лоренца	10
Знание свойств отображения Фейгенбаума.	9
Владение методом ренормгруппы	8
Бифуркация рождения цикла из петли сепаратрисы	7
Гомоклинический хаос и его свойства	6