

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
"Пермский государственный национальный
исследовательский университет"

Физико-математический институт

Авторы-составители: **Аптуков Валерий Нагимович**
Скачкова Елена Александровна

Рабочая программа дисциплины
ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ
Код УМК 101755

Утверждено
Протокол №1
от «19» июня 2024 г.

Пермь, 2024

1. Наименование дисциплины

Тензорный анализ

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.04** Прикладная математика

направленность Интеллектуальный анализ данных, программирование и искусственный интеллект

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Тензорный анализ** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.04 Прикладная математика (направленность : Интеллектуальный анализ данных, программирование и искусственный интеллект)

ОПК.1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике

Индикаторы

ОПК.1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности

ПК.1 Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Индикаторы

ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований

ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

4. Объем и содержание дисциплины

Направление подготовки	01.03.04 Прикладная математика (направленность: Интеллектуальный анализ данных, программирование и искусственный интеллект)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	3
Объем дисциплины (з.е.)	4
Объем дисциплины (ак.час.)	144
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	56
Проведение лекционных занятий	28
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	88
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (3 триместр)

Тематический план

Наименование тем и разделов	Всего ак.час	Аудиторные занятия			самостоятельная работа
		лекции	лабораторные занятия	практические занятия	
4 триместр	144	28	0	28	88
Введение	4	2	0	2	0
Входной контроль	2	0	0	2	0
Основная часть	138	26	0	24	88
Векторное пространство	16	4	0	2	10
Тензоры	20	6	0	4	10
Контрольная работа №1	14	0	0	2	12
Операции над тензорами	16	4	0	4	8
Тензоры второго ранга.	16	4	0	2	10
Вектор тензора	18	4	0	2	12
Контрольная работа №2	14	0	0	2	12
Элементы тензорного анализа	8	4	0	4	0

Наименование тем и разделов	Всего ак. час	Аудиторные занятия			самостоятельная работа
		лекции	лабораторные занятия	практические занятия	
Итоговое контрольное мероприятие	16	0	0	2	14

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Введение

Основные понятия и утверждения дисциплины

Входной контроль

Позволяет определить уровень студентов, а также актуализировать знания, необходимые для освоения дисциплины

Основная часть

Векторное пространство

размерность векторного пространства, базис, ковариантные и контравариантные координаты вектора, фундаментальная матрица, основной и сопряженный базис

Тензоры

диадное произведение векторов, двухвалентный тензор, метрический тензор, валентность тензора, компоненты тензора в основном, взаимном и смешанном базисе

Операции над тензорами

Сложение, умножение на число, тензорное произведение, скалярное произведение тензоров (свертка), двойное скалярное произведение тензоров (двойная свертка), свойства, след тензора

Тензоры второго ранга.

сопряженный и самосопряженный тензор, главные векторы и главные значения тензора, характеристическое уравнение, инварианты тензора, свойства главных векторов и главных значений, разложение тензора по главным векторам, теорема Гамильтона-Кэли

Вектор тензора

физический смысл и применение, шаровые тензоры и девиаторы тензора, нормальная и касательная к плоскости сечения проекции вектора тензора напряжений

Элементы тензорного анализа

производная вектора, набла-оператор. дивергенция тензора, ротор тензора, лапласиан

Итоговое контрольное мероприятие

- 1) Знать основные определения и операции над тензорами. Знать правила тензорного анализа.
- 2) Уметь умножать вектор на тензор, тензор на тензор, вычислять скалярное и двойное скалярное произведение тензоров.
- 3) Уметь определять компоненты фундаментального (метрического) тензора.
- 4) Уметь вычислять ковариантные и контравариантные компоненты тензора (вектора).
- 5) Уметь определять собственные значения и собственные вектора симметричного тензора второго ранга.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Игнаточкина Л. А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств: Учебное пособие/Игнаточкина Л. А.-Москва:Московский педагогический государственный университет,2014, ISBN 978-5-4263-0159-7.-64. <http://www.iprbookshop.ru/31762>
2. Мусин, Ю. Р. Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 184 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-06198-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/438945>

Дополнительная:

1. Келлер И. Э. Тензорное исчисление:учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению 151600 "Прикладная механика"/И. Э. Келлер.-Санкт-Петербург:Лань,2012, ISBN 978-5-8114-1352-2.-175.-Библиогр.: с. 169-170
2. Акивис М. А.,Гольдберг В. В. Тензорное исчисление:учебное пособие для студентов втузов/М. А. Акивис, В. В. Гольдберг.-Москва:ФИЗМАТЛИТ,2005, ISBN 5-9221-0424-1.-304.-Библиогр.: с. 294-295

Директор библиотеки _____ (С.Н.Соларева)

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Тензорный анализ** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);

- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;

- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная: специализированной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения семинарских (практических) занятий требуется аудитория, оснащенная: специализированной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации аудитория, оснащенная: специализированной мебелью, ноутбуком/компьютером, меловой (и) или маркерной доской, проектором, экраном.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Тензорный анализ**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности</p>	<p>Знает понятие корректной постановки математической задачи, умеет математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не знает понятие корректной постановки математической задачи, не умеет математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Демонстрирует частично сформированное знание понятие корректной постановки математической задачи, частично сформированное умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Демонстрирует сформированное, но содержащее пробелы знание понятие корректной постановки математической задачи, сформированное, но содержащее пробелы умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p align="center">Отлично</p> <p>Демонстрирует сформированное знание понятие корректной постановки математической задачи, сформированное умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>

ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
----------------------------	------------------------------------	---

<p>ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Знает понятие корректной постановки математической задачи, умеет математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Неудовлетворител Не знает понятие корректной постановки математической задачи, не умеет математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p>Удовлетворительн Демонстрирует частично сформированное знание понятие корректной постановки математической задачи, частично сформированное умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p>Хорошо Демонстрирует сформированное, но содержащее пробелы знание понятие корректной постановки математической задачи, сформированное, но содержащее пробелы умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p>Отлично Демонстрирует сформированное знание понятие корректной постановки математической задачи, сформированное умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>
<p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения дисциплины. УМЕТЬ: применять полученные знания для решения некоторых прикладных задач. ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом предмета.</p>	<p>Неудовлетворител Не знает основные понятия и утверждения теории интегральных уравнений. Не знает основных формул. Нет навыков решения задач в стандартных постановках.</p> <p>Удовлетворительн Общие, но неструктурированные знания основных понятий и утверждений предмета. Демонстрирует владение техникой выполнения конкретно поставленной задачи, но с большим количеством недочетов. Демонстрирует частично сформированное умение решать задачи в стандартных постановках. Имеет представление о теоретическом анализе интегральных уравнений.</p> <p>Хорошо Владеет основным понятийным аппаратом интегральных уравнений. Демонстрирует в целом сформированные, но содержащие небольшие пробелы, знания теоретических основ интегральных уравнений. Демонстрирует владение техникой</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p>выполнения конкретно поставленной задачи, но с небольшими погрешностями при вычислениях. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Студент показывает сформированные систематические знания теоретических основ интегральных уравнений, а также умение применить их на практике. Показывает успешное применение навыков мыслительной деятельности. Демонстрирует способность контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	основные понятия дисциплин Алгебра и Аналитическая геометрия
ОПК.1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности	Контрольная работа №1 Письменное контрольное мероприятие	основной базис, взаимный базис, контравариантные компоненты, ковариантные компоненты, скалярное произведение векторов.
ОПК.1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности	Контрольная работа №2 Письменное контрольное мероприятие	тензор, метрический тензор, скалярное произведение тензоров, двойное скалярное произведение тензоров.
ОПК.1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использует их в профессиональной деятельности ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении	Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие	тензор, характеристическое уравнение, собственные значения тензора, собственные векторы тензора, свойства собственных векторов тензора, основные определения тензорного исчисления, основные теоремы тензорного исчисления.

научных и прикладных исследований		
-----------------------------------	--	--

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Приведено верное с подробными объяснениями решение первого задания.	25
Приведено верное с подробными объяснениями решение четвертого задания.	25
Приведено верное с подробными объяснениями решение третьего задания.	25
Приведено верное с подробными объяснениями решение второго задания.	25

Контрольная работа №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Умение определить компоненты векторов взаимного базиса	10
Умение определить скалярное произведение векторов в основном и взаимном базисе	10
Умение определить ковариантные компоненты вектора во взаимном базисе	10

Контрольная работа №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Умение определить результат скалярного произведения вектора на тензор в произвольном базисе	10
Умение определить результат двойного скалярного произведения тензора на тензор	10
Умение определить результат скалярного произведения тензора на тензор	10

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы

Умение определить собственные значения и собственные векторы симметричного тензора	10
Знание основных теорем тензорного исчисления. Умение сформулировать основные теоремы тензорного исчисления	10
Знание основных определений и понятий тензорного исчисления. Умение сформулировать основные определения и понятия тензорного исчисления	10
Умение проверить и подтвердить основные свойства собственных векторов тензора	10