

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра высшей математики**

**Авторы-составители: Полосков Игорь Егорович  
Дербенева Ольга Валерьевна**

**Рабочая программа дисциплины  
АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ  
Код УМК 97568**

Утверждено  
Протокол №7  
от «26» мая 2021 г.

Пермь, 2021

## **1. Наименование дисциплины**

Алгебра и аналитическая геометрия

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Математическое моделирование и информационные технологии в экономике

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Алгебра и аналитическая геометрия** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.02** Прикладная математика и информатика (направленность : Математическое моделирование и информационные технологии в экономике)

**ОПК.1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

**ОПК.1.2** Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

**ОПК.1.3** Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Математическое моделирование и информационные технологии в экономике)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	1,2,3
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	9
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	324
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	126
<b>Проведение лекционных занятий</b>	56
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	70
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	198
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (10) Итоговое контрольное мероприятие (3)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (1 триместр) Экзамен (2 триместр) Экзамен (3 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Алгебра и аналитическая геометрия. Триместр 1

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Алгебра":

1. Комплексные числа.
2. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.
3. Линейные пространства.

и курса "Аналитическая геометрия":

1. Элементы векторной алгебры".
2. Линейные образы на плоскости и в пространстве.

### Входной контроль

Проверяются следующие остаточные знания из курса математики средней школы, необходимые для успешного освоения курса "Алгебра и аналитическая геометрия":

- 1) понятие вектора и основные операции над векторами: сложение векторов, вычитание векторов, умножение вектора на действительное число, скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов;
- 2) основные теоремы стереометрии: признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей, признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости;
- 3) решение систем двух (трёх) линейных уравнений;
- 4) решение квадратных уравнений. Теорема Виета.

### Модуль 1

Построение системы комплексных чисел, алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа, геометрическая интерпретация операций, понятие сопряженных комплексных чисел, формулы возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных уравнений с комплексными и действительными коэффициентами. Свойства корней из единицы и первообразных корней.

Перестановки из  $n$  чисел, их чётность, подстановки  $n$ -й степени, их чётность. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по строке. Теорема Лапласа. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа  $AX=B$ . Матричное доказательство теоремы Крамера. Метод Гаусса (метод последовательного исключения неизвестных).

### Комплексные числа и действия над ними

Построение системы комплексных чисел, алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа, геометрическая интерпретация операций, понятие сопряженных комплексных чисел, формулы возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных уравнений с комплексными и действительными коэффициентами. Свойства корней из единицы и первообразных корней.

### Определители

Перестановки из  $n$  чисел, их чётность, подстановки  $n$ -й степени, их чётность. Определители второго, третьего и  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по строке. Теорема Лапласа.

### Матрицы

Понятие матрицы. Типы матриц. Операции над матрицами и их свойства: сложение, умножение на число, транспонирование, след, умножение матриц. Обратная матрица (существование, методы

вычисления). Решение матричных уравнений.

### **Системы линейных уравнений**

Системы линейных алгебраических уравнений. Матричная запись. Элементарные преобразования матриц. Методы решения: метод обратной матрицы, по формулам Крамера, метод Гаусса. Матричное доказательство теоремы Крамера.

### **Контрольная точка N 1**

Контрольная точка (КТ-1) включает задания по следующим темам: 1) комплексные числа; 2) вычисление определителей; 3) операции над матрицами; 4) решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса.

### **Модуль 2**

Линейные пространства, их подпространства. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Эквивалентность определений. Свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Базис системы векторов и линейного пространства. Понятие координат вектора в базисе. Определение конечномерного линейного пространства. Примеры. Размерность линейного пространства. Связь координат вектора в разных базисах и действия с векторами в координатах. Матрицы перехода от одного базиса к другому.

### **Линейные пространства**

Линейные пространства, их подпространства. Свойства. Примеры линейных пространств. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Базис системы векторов и линейного пространства. Свойства. Размерность линейного пространства. Определение конечномерного линейного пространства. Примеры. Координаты вектора в базисе. Связь координат вектора в разных базисах и действия с векторами в координатной форме.

### **Матрицы перехода**

Матрицы перехода между базисами. Связь между координатами вектора в разных базисах.

### **Контрольная точка N 2**

Контрольная точка (КТ-2) включает задачи следующего содержания: 1) линейные пространства; 2) базис и размерность линейного пространства; 3) матрицы перехода.

### **Модуль 3**

Определение геометрического вектора и его характеристики. Операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Свойства этих операций. Множество геометрических векторов как линейное (векторное) пространство над полем действительных чисел. Коллинеарные и компланарные векторы. Их свойства. Необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Множества коллинеарных и компланарных векторов как линейные подпространства во множестве всех геометрических векторов. Базисы в этих пространствах. Проекция вектора. Ортогональная проекция вектора на ось. Прямоугольная декартова (ПДСК) и аффинная система координат (АСК) на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в ПДСК и АСК. Приложения скалярного, векторного и смешанного произведения векторов к решению геометрических задач.

### **Линейные операции над векторами**

Определение геометрического вектора и его характеристики. Операции сложения векторов и умножения

их на действительные числа. Свойства этих операций. Множество геометрических векторов как линейное (векторное) пространство над полем действительных чисел. Коллинеарные и компланарные векторы. Их свойства. Необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Множества коллинеарных и компланарных векторов как линейные подпространства во множестве всех геометрических векторов. Базисы в этих пространствах. Проекция вектора. Ортогональная проекция вектора на ось. Прямоугольная декартова (ПДСК) и аффинная система координат (АСК) на плоскости и в пространстве.

### **Нелинейные операции над векторами**

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Алгебраические и геометрические свойства произведений. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в произвольных и ортонормированных базисах. Приложения скалярного, векторного и смешанного произведения векторов к решению геометрических задач.

### **Контрольная точка N 3**

Контрольная точка (КТ-3) включает в себя задачи на выполнение линейных и нелинейных операций над векторами, а также на применение этих операций при решении задач аналитической геометрии.

### **Модуль 4**

Различные способы задания прямой на плоскости в ПДСК и АСК. Взаимное расположение прямых на плоскости: условия параллельности, перпендикулярности, совпадения прямых. Расстояние между параллельными прямыми, расстояние от точки до прямой, нахождение точки пересечения прямых на плоскости.

Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными плоскостями. Угол между скрещивающимися прямыми в пространстве. Угол между плоскостями.

### **Прямая на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости.**

Различные способы задания прямой на плоскости в ПДСК и АСК.

Уравнение прямой в аффинной системе координат на плоскости, если прямая задана: а) точкой и направляющим вектором, б) двумя точками.

Уравнение прямой в декартовой системе координат на плоскости. Векторное уравнение прямой. Векторное уравнение прямой в координатной форме. Общее уравнение прямой. Каноническое уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Каноническое уравнение прямой, проходящей через одну заданную точку параллельно заданному вектору. Параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой с заданным угловым коэффициентом и начальной ординатой. Уравнение пучка прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости: условия параллельности, перпендикулярности, совпадения прямых. Расстояние между параллельными прямыми, расстояние от точки до прямой, нахождение точки пересечения прямых на плоскости.

### **Плоскость. Взаимное расположение плоскостей.**

Уравнение плоскости в аффинной системе координат, если заданы: 1) точка и два неколлинеарных вектора, параллельных плоскости; б) три точки, не лежащие на одной прямой.

Уравнение плоскости в декартовой системе координат. Векторное уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости в координатной форме. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, не лежащие на одной прямой. Уравнение плоскости в отрезках. Параметрические уравнения плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Уравнение пучка плоскостей. Взаимное расположение плоскостей, заданных различными уравнениями.

Расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными плоскостями.

#### **Контрольная точка N 4**

Контрольная точка (КТ-4) включает в себя задачи из следующих тем: 1) прямая на плоскости; 2) плоскость.

#### **Итоговое контрольное мероприятие**

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы, включающей в себя задачи на темы: 1) комплексные числа; 2) вычисление определителей; 3) операции над матрицами; 4) решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса; 5) линейные пространства; 6) базис и размерность линейного пространства; 7) матрицы перехода; 8) прямая на плоскости; 9) плоскость.

#### **Алгебра и аналитическая геометрия. Триместр 2**

В рабочую программу триместра входят следующие основные разделы курсов "Аналитическая геометрия" и "Линейная алгебра": 1) прямая в пространстве, взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве; 2) кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения в ПДСК и в полярных координатах; 3) элементарная теория поверхностей второго порядка: цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения, линейчатые поверхности; 4) системы линейных алгебраических уравнений: определение частного и общего решения, ранг матрицы и его вычисление, теорема Кронекера-Капелли.

#### **Модуль 5**

Уравнения прямых в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Угол между скрещивающимися прямыми в пространстве, расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

Кривые второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Свойства и форма этих кривых. Эксцентриситет, директриса, фокальные радиусы, асимптоты. Уравнения касательных к кривым второго порядка. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

#### **Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.**

Уравнение прямой в декартовой системе координат в пространстве. Векторное уравнение прямой. Векторное уравнение прямой в координатной форме. Общее уравнение прямой (заданной пересечением двух плоскостей). Каноническое уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

Каноническое уравнение прямой, проходящей через одну заданную точку параллельно заданному вектору. Параметрические уравнения прямой. Взаимное расположение прямых в пространстве, условия параллельности, перпендикулярности, совпадения, скрещивания прямых. Угол между прямыми в пространстве, расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

#### **Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Уравнения в полярных координатах**

Кривые второго порядка.

Канонические уравнения окружности и эллипса в прямоугольной системе координат. Свойства и форма



кривых. Эксцентриситет и директрисы эллипса, их свойства. Изменение уравнения эллипса: а) при перемене местами осей координат, б) при параллельном переносе центра эллипса. Касательные к эллипсу и окружности.

Канонические уравнения гиперболы в прямоугольной системе координат. Свойства и форма гиперболы. Эксцентриситет, фокусы, директрисы, фокальные радиусы, асимптоты гиперболы и сопряжённой гиперболы. Изменение уравнений гиперболы: а) при перемене местами осей координат, б) при параллельном переносе центра гиперболы. Касательные к гиперболе.

Каноническое уравнение параболы в прямоугольной системе координат. Свойства и форма параболы. Эксцентриситет и директриса, рассматриваются их свойства. Изменение уравнения параболы: а) в зависимости от оси симметрии, б) при параллельном переносе вершины параболы. Касательные к параболе.

Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

### **Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Классификация линий второго порядка.**

Преобразования аффинных и прямоугольных координат на плоскости. Алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Классификация кривых второго порядка.

#### **Контрольная точка N 5**

Контрольная точка (КТ-5) включает задачи из следующих тем: 1) прямая в пространстве, взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве; 2) кривые второго порядка; 3) приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

#### **Модуль 6**

Цилиндрические, конические поверхности и поверхности вращения. Исследование поверхностей второго порядка с помощью сечения плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения.

#### **Элементарная теория поверхностей второго порядка**

Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Цилиндрические, конические поверхности и поверхности вращения. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, эллиптический цилиндр, гиперболический цилиндр, параболический цилиндр, конус, вырожденные поверхности. Исследование поверхностей второго порядка, заданных каноническими уравнениями, с помощью сечения плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

#### **Контрольная точка N 6**

Контрольная точка (КТ-6) включает задачи из раздела "Поверхности второго порядка".

#### **Модуль 7**

Теория исследования и решения неоднородных (СНЛАУ) и однородных систем линейных алгебраических уравнений (СОЛАУ) с любым конечным числом неизвестных с помощью ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства решений системы линейных однородных уравнений и связь решений соответствующих СНЛАУ и СОЛАУ.

#### **Системы линейных алгебраических уравнений**

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Определение частного и общего решения. Классификация СЛАУ: однородная и неоднородная, совместная и несовместная, определенная и неопределенная. Основные свойства СЛАУ. Преобразования, приводящие к СЛАУ, эквивалентной данной. Теорема Кронекера - Капелли. Использование ранга матрицы системы для исследования СЛАУ на совместность и обоснования практического способа нахождения общего решения СЛАУ

### **Системы однородных линейных алгебраических уравнений**

Системы однородных линейных алгебраических уравнений (СОЛАУ) и пространства их решений. Связь решений однородной и неоднородной СЛАУ. Свойства решений СОЛАУ. Множество всех решений СОЛАУ как линейное подпространство арифметического  $n$ -мерного пространства. Базис и размерность этого подпространства. Связь общего решения системы неоднородных линейных уравнений (СНЛАУ) и общего решения соответствующей СОЛАУ (разность двух решений неоднородной системы - решение приведённой однородной системы; сумма решений однородной и приведённой однородной системы - решение неоднородной системы; общее решение неоднородной системы равно сумме частного решения неоднородной системы и линейной комбинации фундаментальных решений её приведённой однородной системы).

### **Контрольная точка N 7**

Контрольная точка (КТ-7) включает задачи из следующих тем: 1) вычисление ранга матрицы, построение базисного минора; 2) исследование СЛАУ на совместность с помощью ранга матрицы системы; 3) построение фундаментальной системы решений СОЛАУ; 4) нахождение общего, частного и базисного решений СЛАУ

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы и включает задачи из следующих тем: 1) прямая в пространстве, взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве; 2) кривые второго порядка; 3) приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду; 4) поверхности второго порядка; 5) вычисление ранга матрицы, построение базисного минора; 6) исследование СЛАУ на совместность с помощью ранга матрицы системы; 7) построение фундаментальной системы решений СОЛАУ; 8) нахождение общего, частного и базисного решений СЛАУ.

### **Алгебра и аналитическая геометрия. Триместр 3**

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Алгебра": 1) линейные преобразования линейных пространств; 2) евклидовы и унитарные пространства; 3) билинейные и квадратичные формы.

### **Модуль 8**

Линейный оператор, действующий из одного линейного пространства в другое. Его свойства. Примеры. Матричная запись линейного оператора в данной паре базисов. Взаимное соответствие между матрицами и операторами. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Их свойства и способы нахождения. Свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Понятия спектра и простого спектра. Теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

### **Линейные отображения и преобразования линейных пространств**

Линейное отображение, действующее из одного линейного пространства в другое. Линейное преобразование, действующее в линейном пространстве. Свойства линейного преобразования. Примеры. Матрица линейного преобразования в данном базисе. Взаимное соответствие между матрицами и линейными преобразованиями. Матричная запись линейного преобразования.

### **Матрицы линейных преобразований в различных базисах $R^n$ . Операции над линейными преобразованиями**

Связь между матрицами данного линейного преобразования в двух парах базисов. Действия с линейными преобразованиями: сложение, умножение на элемент основного поля, умножение линейных преобразований. Их свойства.

### **Ядро и область значений линейного преобразования. Невырожденные линейные преобразования**

Область значений линейного преобразования как линейное подпространство линейного пространства. Размерность области значений линейного преобразования. Ядро линейного преобразования. Ядро линейного преобразования как линейное подпространство линейного пространства. Размерность ядра линейного преобразования. Невырожденное линейное преобразования. Условия невырожденности линейного преобразования.

### **Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Линейные преобразования с простым спектром**

Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Их свойства и способы нахождения. Свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Понятия спектра и простого спектра. Теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

### **Контрольная точка N 8**

В контрольную точку (КТ-8) включены задания следующего содержания: 1) проверка, является ли данное отображение линейным оператором; 2) нахождение матрицы линейного оператора в случае, когда даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор; 3) нахождение матрицы линейного оператора в заданной паре базисов, когда оператор задан матрицей в иной паре базисов; 4) нахождение координат образа вектора, если даны координаты этого вектора, или обратная задача; 5) поиск ядра и области значений линейного оператора, который задан матрицей, или правилом; 6) вычисление собственных значений и собственных векторов линейного преобразования.

### **Модуль 9**

Скалярное произведение векторов в линейных пространствах. Примеры. Свойства и способы задания скалярного произведения. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов, ортогональное дополнение вектора. Ортонормированный базис и его свойства. Частные виды линейных преобразований евклидова пространства: 1) преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию, 2) самосопряженные линейные преобразования; 3) ортогональные преобразования. Построение ортонормированного базиса, ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство.

### **Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Евклидовы и унитарные пространства. Матрица Грама. Метрика**

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение векторов в евклидовых и унитарных пространствах линейных пространствах над полями действительных и комплексных чисел соответственно. Примеры. Свойства и способы задания скалярного произведения.

### **Ортогональность векторов в евклидовом пространстве. Длина и угол между векторами.**

#### **Ортонормированные базисы**

Длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов, ортогональное дополнение вектора. Ортонормированный базис и его свойства. Частные виды линейных преобразований евклидова пространства: 1) преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию, 2) самосопряженные линейные преобразования; 3) ортогональные преобразования. Построение ортонормированного базиса, ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство. Скалярное произведение в ортонормированном базисе.

#### **Ортогональные, сопряженные и самосопряженные линейные преобразования евклидовых пространств**

Ортогональные преобразования евклидова пространства. Их свойства и способы задания. Определяется матрица ортогонального преобразования. Связь между ортогональными преобразованиями и ортогональными матрицами, если зафиксирован ортонормированный базис. Преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию. Свойства такого преобразования и его матрица. Самосопряженные преобразования и их матрицы

#### **Контрольная точка N 9**

В контрольную точку (КТ-9) включены задания следующих типов: 1) определение, будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве; 2) вычисление матрицы Грама данного скалярного произведения для данного базиса; 3) вычисление скалярного произведения данных векторов, если оно задано или матрицей Грама, или формулой; 4) вычисление длины вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение; 5) поиск ортогонального (ортонормированного) базиса на основе данной линейно независимой системы векторов; 6) вычисление ортогональной проекции данного вектора на подпространство; 7) вычисление ортогональной составляющей данного вектору на подпространство.

#### **Модуль 10**

Билинейные формы. Квадратичная форма как частный случай симметрической билинейной формы. Свойства и способы задания квадратичной формы. Теорема о приведении любой квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Закон инерции для квадратичных форм над полем действительных чисел.

#### **Билинейные формы**

Билинейные формы. Матрица и матричная запись билинейной формы. Симметрические билинейной формы и их канонические и нормальные виды.

#### **Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Закон инерции**

Квадратичная форма и ее матрица. Матричная запись квадратичной формы. Формула, связывающая матрицы квадратичной формы в разных базисах (преобразование матрицы квадратичной формы при не вырожденном преобразовании переменных). Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Закон инерции действительных квадратичных форм.

#### **Контрольная точка N 10**

Контрольная точка (КТ-10) включает задания следующего типа: 1) записать матрицу по билинейной форме и билинейную форму по матрице; 2) записать канонический и нормальный виды для заданной

симметрической билинейной формы; 3) записать матрицу по квадратичной форме и квадратичную форму по матрице; 4) получить матрицу квадратичной формы в требуемом базисе, если матрица задана в другом базисе; 5) привести квадратичную форму к каноническому и нормальному видам.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы и включает задания следующего содержания: 1) проверка, является ли данное отображение линейным оператором; 2) нахождение матрицы линейного оператора в случае, когда даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор; 3) нахождение матрицы линейного оператора в заданной паре базисов, когда оператор задан матрицей в иной паре базисов; 4) нахождение координат образа вектора, если даны координаты этого вектора, или обратная задача; 5) поиск ядра и области значений линейного оператора, который задан матрицей, или правилом; 6) вычисление собственных значений и собственных векторов линейного преобразования; 7) определение, будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве; 8) вычисление матрицы Грама данного скалярного произведения для данного базиса; 9) вычисление скалярного произведения данных векторов, если оно задано или матрицей Грама, или формулой; 10) вычисление длины вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение; 11) поиск ортогонального (ортонормированного) базиса на основе данной линейно независимой системы векторов; 12) вычисление ортогональной проекции данного вектора на подпространство; 13) вычисление ортогональной составляющей данного вектору на подпространство; 14) записать матрицу по билинейной форме и билинейную форму по матрице; 15) записать канонический и нормальный виды для заданной симметрической билинейной формы; 16) записать матрицу по квадратичной форме и квадратичную форму по матрице; 17) получить матрицу квадратичной формы в требуемом базисе, если матрица задана в другом базисе; 18) привести квадратичную форму к каноническому и нормальному видам.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Половицкий Я. Д. Алгебра. учебное пособие для студентов механико-математического и физического факультетов : в 3 ч. Ч. 1, 2/Я. Д. Половицкий ; Федеральное агентство по образованию, Пермский государственный университет. -2-е изд., стер..-Пермь,2010, ISBN 978-5-7944-1455-4.-2062.-Библиогр.: с. 202
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/436467>

### Дополнительная:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч.2. Линейная алгебра — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 368 с. — ISBN 978-5-94057-454-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://bibliotech.psu.ru/Reader/Book/8336>
2. Алгебра и аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ф. Ахвердиев, М. Г. Ахмадеев, Н. А. Газизуллин [и др.]. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2009. — 89 с. — ISBN 978-5-7882-0707-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/63676>
3. Проскураков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие/И. В. Проскураков.-Санкт-Петербург:Лань,2008, ISBN 978-5-8114-0707-1.-480.
4. Аналитическая геометрия : практикум. Учебное пособие / Е. Б. Малышева, А. Ю. Лемин, Л. Ю. Фриштер, Р. З. Хайруллин. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 99 с. — ISBN 978-5-7264-0826-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/26850>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

При освоении дисциплины использование ресурсов сети Интернет не предусмотрено.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Алгебра и аналитическая геометрия** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов - аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными



компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Алгебра и аналитическая геометрия**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. <b>УМЕТЬ:</b> применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из соответствующих разделов математического анализа. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Не умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, методы алгебры и аналитической геометрии к решению задач. Не владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Имеет неполные представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Слабые умения применения математических методов и моделей к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, методов алгебры и аналитической геометрии для решения задач.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии, хорошо умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Достаточно хорошо владеет навыками вычислений при решении задач алгебры и аналитической геометрии.</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Свободно применяет математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, умеет применять методы алгебры и аналитической геометрии для решения задач из разделов математического анализа. Свободно владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. <b>УМЕТЬ:</b> решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия теории алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Не умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Не владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Имеет неполные представления об основных понятиях теории алгебры и аналитической геометрии, определениях и свойствах математических объектов в этих областях, формулировках ключевых утверждений, методах их доказательства, возможных сфер их приложений. Недостаточно хорошо умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Частично владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях алгебры и аналитической геометрии, определениях и свойствах математических объектов в этих областях, формулировках ключевых утверждений, методах их доказательства, возможных сфер</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>их приложений. Хорошо умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Достаточно хорошо владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Отлично знает основные понятия теории алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Свободно решает задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Свободно владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. <b>УМЕТЬ:</b> решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Не умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Не владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Имеет не полные представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Недостаточно хорошо умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Частично владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Хорошо умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Достаточно</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>хорошо владеет навыками решения задач алгебры, аналитической геометрии.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Умеет применять методы алгебры и аналитической геометрии для решения задач из разделов математического анализа. Отлично умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Свободно владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 45 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 45 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Знание понятия вектора и основных операций над векторами: сложение векторов, вычитание векторов, умножение вектора на действительное число, скалярное произведение векторов, свойств треугольников и параллелограммов; основных теорем стереометрии: признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей, признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Умение решать системы двух (трёх) линейных уравнений, квадратные уравнения, использовать теорему Виета.
<b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук	Контрольная точка N 1 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи на комплексные числа, вычисление определителей, операции над матрицами. Навыки решения систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса.
<b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук	Контрольная точка N 2 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи, связанные с линейными пространствами, вычислением базисов и размерностей линейных пространств, получением матриц перехода.

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук	Контрольная точка N 3 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи на выполнение линейных и нелинейных операций над векторами, а также на применение этих операций при решении задач аналитической геометрии.
<b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук	Контрольная точка N 4 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи на построение и использование уравнений прямых на плоскости и плоскостей в пространстве.
<b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук	Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи, связанные с операциями над комплексными числами, вычислением определителей, операциями над матрицами, решением систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса, линейными пространствами, базисами и размерностями этих пространств, матрицами перехода, уравнениями прямых на плоскости и плоскостей в пространстве.

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Входной контроль**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Знает основные утверждения и теоремы планиметрии и стереометрии школьного курса геометрии. Решение задач с ошибками - 4 балла.	8
Знает основные утверждения и теоремы школьного курса алгебры. Умеет производить алгебраические преобразования и решать уравнения. Решение задач с ошибками - 3 балла.	6
Знает основные геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Умеет построить чертёж и определить необходимые параметры фигуры: площади, высоты, радиусы вписанной и описанной окружности, свойства средней линии. Решение задач с ошибками - 3 балла.	6

#### **Контрольная точка N 1**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Решения систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса (две задачи по 4 балла; неполное и с ошибками - по 2 балла)	8
Две задачи на операции над матрицами (по два балла каждая; неполное и с ошибками - по 1 баллу)	4
Две задачи на комплексные числа (по два балла каждая; неполное и с ошибками - по 1 баллу)	4
Две задачи на вычисление определителей (по два балла каждая; неполное и с ошибками - по 1 баллу)	4

### Контрольная точка N 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Две задачи на получение матриц перехода (по 3 балла каждая; при наличии ошибок или неполном решении - 1,5 балла)	6
Две задачи на линейные пространства (по 2,5 балла каждая; при наличии ошибок или неполном решении - 1,5 балла)	5
Две задачи на вычисление базисов и размерностей линейных пространств (по 2 балла каждая; при наличии ошибок или неполном решении - 1 балл)	4

### Контрольная точка N 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Три задачи на применение линейных и нелинейных операций над векторами при решении задач аналитической геометрии (по 2 балла каждая, 1 балл при неполном решении)	6
Две задачи на выполнение линейных операций над векторами (по 1 баллу при полном решении; при наличии ошибок - 0,5 балла)	2
Две задачи на выполнение нелинейных операций над векторами (1 балла за каждую при полном решении; 0,5 балла при решении с ошибками)	2

### Контрольная точка N 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**



Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Три задачи на тему уравнений плоскостей (по 3 балла за полное решение, 1,5 балла за неполное)	9
Три задачи на тему уравнений прямых на плоскости (по 2 балла за полное решение, 1 балл за неполное)	6

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Две задачи, связанные с уравнениями плоскостей (по 4,5 балла за полное решение; 2,5 балла - за неполное)	9
Две задачи, связанные с анализом линейных пространств (по 3 балла за полное решение; 1,5 балла - за неполное)	6
Две задачи на решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера и Гаусса (по 3 балла за полное решение; 1,5 балла - за неполное)	6
Две задачи, связанные с уравнениями прямых на плоскости (по 3 балла за полное решение; 1,5 балла - за неполное)	6
Две задачи, связанные с вычислением матриц перехода (по 3 балла за полное решение; 1,5 балла - за неполное)	6
Две задачи, связанные с вычислением базиса и размерности линейного пространства (по 2 балла за полное решение; 1 балл - за неполное)	4
Две задачи на комплексные числа (по 1 баллу за полное решение; 0,5 балла - за неполное)	2
Одна задача на вычисление определителя (2 балла за полное решение; 1 балл - за неполное)	1

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Контрольная точка N 5 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи, связанные с прямыми в пространстве, взаимным расположением прямых и плоскостей в пространстве, кривыми второго порядка, приведением уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
<b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Контрольная точка N 6 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи, связанные с поверхностями второго порядка.
<b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Контрольная точка N 7 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи, связанные с вычислением ранга матрицы, построением базисного минора, исследованием СЛАУ на совместность с помощью ранга матрицы системы, построением фундаментальной системы решений СОЛАУ, нахождением общего, частного и базисного решений СЛАУ.
<b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задачи, связанные с уравнениями прямых в пространстве, взаимным расположением прямой и плоскости в пространстве, кривыми второго порядка, приведением уравнения кривой второго порядка к каноническому виду, поверхностями второго порядка, вычислением ранга матрицы, построением базисного минора; исследованием СЛАУ на совместность с помощью ранга матрицы системы, построением фундаментальной системы решений СОЛАУ, нахождением общего, частного и базисного решений СЛАУ.

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Контрольная точка N 5**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Три задачи на уравнения прямых в пространстве и взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве (3, 3 и 4 балла при полном решении, 1,5, 1,5 и 2 балла при неполном)	10
Одна задача на приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду (6 баллов при полном решении, 3 балла при неполном)	6
Две задачи на вычисление характеристик кривых второго порядка (2 балла при полном решении, 1 балл при неполном)	4

### **Контрольная точка N 6**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Пять задач на теорию поверхностей второго порядка (по 4 балла за полное решение; 2 балла за неполное)	20

### **Контрольная точка N 7**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Две задачи, нахождением общего, частного и базисного решений СЛАУ (по 4 балла за задачу при полном решении, 2 балла - при неполном)	8
Две задачи, связанные с построением фундаментальной системы решений СОЛАУ (по 3 балла за задачу при полном решении, 1,5 балла - при неполном)	6
Одна задача, связанная с вычислением ранга матрицы и построением базисного минора (3 балла за задачу при полном решении, 1,5 балла - при неполном)	3
Одна задача, связанная с исследованием СЛАУ на совместность с помощью ранга матрицы системы (3 балла за задачу при полном решении, 1,5 балла - при неполном)	3

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Четыре задачи, связанные с вычислением ранга матрицы, построением базисного минора, исследованием СЛАУ на совместность с помощью ранга матрицы системы, построением	18

фундаментальной системы решений СОЛАУ, нахождением общего, частного и базисного решений СЛАУ (4, 4, 5, 5 баллов при полном решении, по 2, 2, 2,5, 2,5 балла - при неполном)	
Две задачи, связанная с поверхностями второго порядка (по 5 баллов каждая при полном решении, по 2,5 балла - при неполном)	10
Две задачи, связанные с кривыми второго порядка и приведением уравнения кривой второго порядка к каноническому виду (по 4 балла каждая при полном решении, по 2 балла - при неполном)	8
Две задачи, связанные с уравнениями прямых в пространстве взаимным расположением прямой и плоскости в пространстве (по 2 балла каждая при полном решении, по 1 баллу - при неполном)	4

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

#### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук	Контрольная точка N 8 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание теории и умение решать задания следующего содержания: 1) проверка, является ли данное отображение линейным оператором; 2) нахождение матрицы линейного оператора в случае, когда даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор; 3) нахождение матрицы линейного оператора в заданной паре базисов, когда оператор задан матрицей в иной паре базисов; 4) нахождение координат образа вектора, если даны координаты этого вектора, или обратная задача; 5) поиск ядра и области значений линейного оператора, который задан матрицей, или правилом; 6) вычисление собственных значений и собственных векторов линейного преобразования.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 9 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание теории и умение решать задания следующих типов: 1) определение, будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве; 2) вычисление матрицы Грама данного скалярного произведения для данного базиса; 3) вычисление скалярное произведения данных векторов, если оно задано или матрицей Грама, или формулой; 4) вычисление длины вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение; 5) поиск ортогонального (ортонормированного) базиса на основе данной линейно независимой системы векторов; 6) вычисление ортогональной проекции данного вектора на подпространство; 7) вычисление ортогональной составляющей данного вектору на подпространство.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 10 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание теории и умение решать задания следующего типа: 1) записать матрицу по билинейной форме и билинейную форму по матрице; 2) записать канонический и нормальный виды для заданной симметрической билинейной формы; 3) записать матрицу по квадратичной форме и квадратичную форму по матрице; 4) получить матрицу квадратичной формы в требуемом базисе, если матрица задана в другом базисе; 5) привести квадратичную форму к каноническому и нормальному видам.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание теории и умение решать включает задания следующего содержания: 1) проверка, является ли данное отображение линейным оператором; 2) нахождение матрицы линейного оператора в случае, когда даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор; 3) нахождение матрицы линейного оператора в заданной паре базисов, когда оператор задан матрицей в иной паре базисов; 4) нахождение координат образа вектора, если даны координаты этого вектора, или обратная задача; 5) поиск ядра и области значений линейного оператора, который задан матрицей, или правилом; 6) вычисление собственных значений и собственных векторов линейного преобразования; 7) определение, будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве; 8) вычисление матрицы Грама данного скалярного произведения для данного базиса; 9) вычисление скалярное произведения данных векторов, если оно задано или матрицей Грама, или формулой; 10) вычисление длины вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение; 11) поиск ортогонального (ортонормированного) базиса на основе данной линейно независимой системы векторов; 12) вычисление ортогональной проекции данного вектора на подпространство; 13) вычисление ортогональной составляющей данного вектору на подпространство; 15) записать матрицу по билинейной форме и билинейную форму по матрице; 16) записать канонический и нормальный виды для заданной симметрической билинейной формы; 17) записать</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		матрицу по квадратичной форме и квадратичную форму по матрице; 18) получить матрицу квадратичной формы в требуемом базисе, если матрица задана в другом базисе; 19) привести квадратичную форму к каноническому и нормальному видам.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Контрольная точка N 8

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Шесть заданий следующего содержания: 1) проверка, является ли данное отображение линейным оператором; 2) нахождение матрицы линейного оператора в случае, когда даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор; 3) нахождение матрицы линейного оператора в заданной паре базисов, когда оператор задан матрицей в иной паре базисов; 4) нахождение координат образа вектора, если даны координаты этого вектора, или обратная задача; 5) поиск ядра и области значений линейного оператора, который задан матрицей, или правилом; 6) вычисление собственных значений и собственных векторов линейного преобразования (4 задания по 3 балла и два задания по 4 балла при полном решении; 1,5 и 2 балла - при неполном)	20

#### Контрольная точка N 9

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Два задания следующих типов: 1) вычисление скалярное произведения данных векторов, если оно задано или матрицей Грама, или формулой; 2) вычисление длины вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение (по 3 балла за каждое при полном решении, 1,5 балла - при неполном)	6
Два задания следующих типов: 1) вычисление ортогональной проекции данного вектора на подпространство; 2) вычисление ортогональной составляющей данного вектору на подпространство (по 3 балла за каждое при полном решении, 1,5 балла - при неполном)	6
Одно задания на поиск ортогонального (ортонормированного) базиса на основе данной линейно независимой системы векторов (4 балла за каждое при полном решении, 2 балла - при неполном)	4

Два задания следующих типов: 1) определение, будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве; 2) вычисление матрицы Грама данного скалярного произведения для данного базиса (по 2 балла за каждое при полном решении, 1 балл - при неполном)	4
--	---

### Контрольная точка N 10

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Пять заданий следующего типа: 1) записать матрицу по билинейной форме и билинейную форму по матрице; 2) записать канонический и нормальный виды для заданной симметрической билинейной формы; 3) записать матрицу по квадратичной форме и квадратичную форму по матрице; 4) получить матрицу квадратичной формы в требуемом базисе, если матрица задана в другом базисе; 5) привести квадратичную форму к каноническому и нормальному видам (по 4 балла за каждое при полном решении, по 2 балла - при неполном)	20

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Восемь заданий следующего содержания: 1) проверка, является ли данное отображение линейным оператором; 2) нахождение матрицы линейного оператора в случае, когда даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор; 3) нахождение матрицы линейного оператора в заданной паре базисов, когда оператор задан матрицей в иной паре базисов; 4) нахождение координат образа вектора, если даны координаты этого вектора, или обратная задача; 5) поиск ядра и области значений линейного оператора, который задан матрицей, или правилом; 6) вычисление собственных значений и собственных векторов линейного преобразования; 7) определение, будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве; 8) вычисление матрицы Грама данного скалярного произведения для данного базиса; 9) вычисление скалярного произведения данных векторов, если оно задано или матрицей Грама, или формулой; 10) вычисление длины вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение; 11) поиск ортогонального (ортонормированного) базиса на основе данной линейно независимой системы векторов; 12) вычисление ортогональной проекции данного вектора на подпространство; 13) вычисление ортогональной составляющей данного вектору на подпространство; 15) записать матрицу по билинейной форме и билинейную форму по матрице; 16) записать канонический и нормальный виды для заданной симметрической билинейной формы; 17) записать матрицу по квадратичной	40



<p>форме и квадратичную форму по матрице; 18) получить матрицу квадратичной формы в требуемом базисе, если матрица задана в другом базисе; 19) привести квадратичную форму к каноническому и нормальному видам (по 5 баллов за каждое задание при полном решении, по 2,5 балла - при неполном)</p>	
--	--