

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра высшей математики**

Авторы-составители: **Полосков Игорь Егорович**

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**  
Код УМК 97570

Утверждено  
Протокол №7  
от «26» мая 2021 г.

Пермь, 2021

## **1. Наименование дисциплины**

Математический анализ

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Математическое моделирование и информационные технологии в экономике

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математический анализ** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.02** Прикладная математика и информатика (направленность : Математическое моделирование и информационные технологии в экономике)

**ОПК.1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

**ОПК.1.2** Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

**ОПК.1.3** Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Математическое моделирование и информационные технологии в экономике)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	2,3,4,5
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	15
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	540
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	210
<b>Проведение лекционных занятий</b>	84
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	126
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	330
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (9) Итоговое контрольное мероприятие (4)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (2 триместр) Экзамен (3 триместр) Экзамен (4 триместр) Экзамен (5 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Математический анализ. Триместр 1

#### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверка знания основных понятий теории функций одной переменной (ФОП), теории пределов числовых последовательностей и ФОП, умения их находить, а также навыков дифференцирования ФОП.

#### Модуль 1. Функции нескольких переменных

Множества в многомерном пространстве. Понятие функции нескольких переменных (ФНП), предела, непрерывности. частной производной. Определения дифференцируемости функции в точке, их эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков, не инвариантность их формы. Формула Тейлора. Локальный, глобальный и условный экстремумы ФНП.

#### Контрольная точка N 1

Нахождение и графическое представление области определения функции двух переменных. Вычисление дифференциалов и частные производных сложных и неявных функций нескольких переменных (ФНП) первого и высших порядков. Нахождение уравнения касательной плоскости к заданной поверхности. Определения градиента и производной функции в заданном направлении. Проверка: удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных. Исследование ФНП на одну из форм экстремума.

#### Модуль 2. Неопределенные интегралы

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: разложения, замены переменной, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Метод рационализации. Интегрирование показательных функций. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности. Интегрирование тригонометрических выражений.

#### Контрольная точка N 2

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: разложения, замены переменной, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Метод рационализации. Интегрирование показательных функций. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности. Интегрирование тригонометрических выражений.

#### Модуль 3. Определенные интегралы. Введение в теорию несобственных интегралов

Понятие определенного интеграла, интегральная сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Связь определенного интеграла с неопределенным. Основная формула интегрального исчисления. Методы вычисления определенных

интегралов: разложения, замены переменной и интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейной трапеции, вычисление длины дуги спрямляемой кривой, вычисление объема и поверхности тел вращения (уравнения кривых параметрические, в декартовых и полярных координатах)

### **Контрольная точка N 3**

Свойства определенного интеграла. Основная формула интегрального исчисления. Методы вычисления определенных интегралов: разложения, замены переменной и интегрирования по частям.

Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейной трапеции, вычисление длины дуги спрямляемой кривой, вычисление объема и поверхности тел вращения (уравнения кривых параметрические, в декартовых и полярных координатах)

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Нахождение и графическое представление области определения функции двух переменных.

Вычисление дифференциалов и частных производных сложных и неявных функций нескольких переменных (ФНП) первого и высших порядков. Нахождение уравнения касательной плоскости к заданной поверхности. Определения градиента и производной функции в заданном направлении.

Проверка: удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных.

Исследование ФНП на одну из форм экстремума.

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования:

разложения, замены переменной, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов.

Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Метод рационализации. Интегрирование показательных функций. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности. Интегрирование тригонометрических выражений.

Свойства определенного интеграла. Основная формула интегрального исчисления. Методы вычисления определенных интегралов: разложения, замены переменной и интегрирования по частям.

Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейной трапеции, вычисление длины дуги спрямляемой кривой, вычисление объема и поверхности тел вращения (уравнения кривых параметрические, в декартовых и полярных координатах).

## **Математический анализ. Триместр 2**

### **Модуль 4. Числовые ряды**

Числовые ряды и их сходимость. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости.

Критерий Коши. Ряды с положительными членами. Теоремы о сходимости рядов с положительными членами (в простой и предельной форме). Ряды Дирихле. Достаточные признаки Даламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, выделения главной части, Дюамеля, Раабе, Гаусса.

Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Лейбница, Вейерштрасса, Дирихле, Абеля.

### **Контрольная точка N 4**

Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерии сходимости рядов с положительными членами. Теоремы сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши радикальный, Коши интегральный.

Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля, Дирихле.

## **Модуль 5. Функциональные ряды**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: Вейерштрасса, Абеля, Дирихле, Дини. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование. Сходимость в среднем. Степенной ряд и область его сходимости, теоремы Абеля, Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Действия над степенными рядами. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Оценка погрешности.

### **Контрольная точка N 5**

Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерии сходимости рядов с положительными членами. Теоремы сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши радикальный, Коши интегральный. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля, Дирихле. Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора.

## **Математический анализ. Триместр 3**

### **Модуль 6. Кратные интегралы**

Задача об объеме криволинейного цилиндра. Понятие меры Жордана, множества, измеримые по Жордану. Критерий измеримости множества. Основные свойства меры Жордана.  $n$ -мерные цилиндры. Множества меры ноль. Определение кратного интеграла Римана. Верхние и нижние суммы Дарбу. Основные классы функций, интегрируемых по Риману. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции двух переменных. Основные свойства кратного интеграла. Двойные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области. Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойных интегралах. Переход к полярным координатам в двойных интегралах. Геометрические и физические приложения двойных интегралов. Тройные интегралы. Сведение тройного интеграла к повторному. Понятие регулярного преобразования. Замена переменных в  $n$ -кратных интегралах. Якобиан  $n$ -мерного отображения. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройных интегралах. Сферическая система координат в  $n$ -мерном пространстве. Геометрические и механические приложения тройных интегралов. Несобственные кратные интегралы. Монотонно исчерпывающие последовательности. Критерий сходимости кратного несобственного интеграла от неотрицательной функции. Общий признак сравнения. Несобственные кратные интегралы от знакопеременной функции. Совпадение понятий абсолютной и условной сходимости для кратных интегралов.

### **Контрольная точка N 6**

Проверка знания и умения применять теорию двойных и тройных интегралов для решения задач: сведение интегралов к повторным в случае прямоугольной и произвольной области, замена переменных в двойных интегралах, переход к полярным координатам в двойных интегралах, переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройных интегралах, несобственные кратные

интегралы.

### **Модуль 7. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметров**

Сходимость несобственных интегралов первого и второго рода. Критерии Коши, признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля. Собственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости. Предел, непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра: предел непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость; изменение порядка двух несобственных интегрирований. Эйлеровы интегралы  $\Gamma(a)$  и  $B(a,b)$  и их свойства. Применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье по ортогональной системе, коэффициенты Фурье. Ряды Фурье по тригонометрическим системам функций. Замкнутость тригонометрической системы и ее свойства. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Следствия из замкнутости тригонометрической системы. Простейшие условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье. Условия сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Комплексная форма записи тригонометрического ряда Фурье. Интеграл Фурье. Разложение функции в интеграл Фурье. Прямое и обратное преобразование Фурье. Косинус и синус преобразования Фурье. Применение преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.

### **Контрольная точка N7**

Проверка знания теории несобственных интегралов первого и второго рода и умения ее применять: сходимость, критерий Коши, признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости; предел, непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра - предел непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость, изменение порядка двух несобственных интегрирований. Проверка знания теории эйлеровых интегралов  $\Gamma(a)$  и  $B(a,b)$  и умения ее применять: свойства и применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов. Проверка знания теории рядов Фурье и умения ее применять: ряды Фурье по тригонометрическим системам функций, простейшие условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье, условия сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Проверка знания теории интегралов Фурье и умения ее применять: разложение функции в интеграл Фурье, прямое и обратное преобразование Фурье, косинус и синус преобразования Фурье, применение преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Проверка знания и умения применять теорию двойных и тройных интегралов для решения задач: сведение интегралов к повторным в случае прямоугольной и произвольной области, замена переменных в двойных интегралах, переход к полярным координатам в двойных интегралах, переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройных интегралах, несобственные кратные интегралы. Проверка знания теории несобственных интегралов первого и второго рода и умения ее применять: сходимость, критерий Коши, признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: равномерная



сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости; предел, непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра - предел непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость, изменение порядка двух несобственных интегрирований. Проверка знания теории эйлеровых интегралов  $\Gamma(a)$  и  $B(a,b)$  и умения ее применять: свойства и применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов. Проверка знания теории рядов Фурье и умения ее применять: ряды Фурье по тригонометрическим системам функций, простейшие условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье, условия сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Проверка знания теории интегралов Фурье и умения ее применять: разложение функции в интеграл Фурье, прямое и обратное преобразование Фурье, косинус и синус преобразования Фурье, применение преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.

#### **Математический анализ. Триместр 4**

##### **Модуль 8. Криволинейные интегралы**

Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, методы вычисления, механическая интерпретация. Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, методы вычисления. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Геометрическая интерпретация. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу в двумерном и трехмерном случае..

##### **Контрольная точка N 8**

Проверка знания и умения применять теорию криволинейных интегралов первого и второго рода (определения свойств, методов вычисления), включая криволинейные интегралы по замкнутому контуру, условий независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования, формулы Грина. Уметь находить функции по их полным дифференциалам в двумерном и трехмерном случае.

##### **Модуль 9. Поверхностные интегралы**

Элементы теории поверхностей в трехмерном пространстве. Понятие площади поверхности. Понятие поверхностного интеграла первого рода для функции. Достаточное условие интегрируемости функции по кусочно-гладкой поверхности. Сведение поверхностного интеграла первого рода к двойному интегралу. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода по заданной стороне гладкой поверхности. Формулы для вычисления поверхностного интеграла второго рода. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Лемма об однозначном проектировании на все координатные плоскости. Теория поля. Элементы векторного анализа. Биортогональные базисы. Дивергенция и ротор линейного оператора. Дивергенция и ротор дифференцируемого векторного поля. Производная по направлению. Дивергенция и ротор в декартовом прямоугольном базисе. Независимость их от выбора системы декартовых координат. Потенциальные и соленоидальные поля. Условия потенциальности и соленоидальности. Оператор Гамильтона. Повторные операции векторного поля. Оператор Лапласа, независимость его от выбора системы декартовых координат.

##### **Контрольная точка N 9**

Проверка знания теории поверхностных интегралов первого и второго рода и элементов теории поля и умения применять эту теорию при решении задач: (сведение поверхностного интеграла первого рода к двойному интегралу, формулы для вычисления поверхностного интеграла второго рода, формул

Гаусса-Остроградского и Стокса, дивергенции, ротора, операторов Гамильтона и Лапласа).

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Проверка знания и умения применять теорию криволинейных и поверхностных интегралов первого и второго рода (определения свойств, методов вычисления), включая криволинейные интегралы по замкнутому контуру, условий независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования, формулы Грина. Уметь находить функции по их полным дифференциалам в двумерном и трехмерном случае.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б. Х. Математический анализ. учебник для бакалавров вузов с углубленным изучением математического анализа и для специалистов механико-математических факультетов университетов : в 2 ч. Ч. 1/В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов.-3-е изд.- Москва:Юрайт,2013, ISBN 978-5-9916-2733-7.-660
2. Ильин В. А. Математический анализ. учебник для бакалавров вузов с углубленным изучением математического анализа и для специалистов механико-математических факультетов университетов : в 2 ч. Ч. 2/В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов.-Москва:Юрайт,2013, ISBN 978-5-9916-2742-9.-3534

### Дополнительная:

1. Сборник задач по математическому анализу. учебное пособие/Л. Д. Кудрявцев [и др.].- Москва:ФИЗМАТЛИТ,2003.Т. 2.Интегралы. Ряды.-2003.-504, ISBN 5-9221-0307-5
2. Сборник задач по математическому анализу. учебное пособие/Л. Д. Кудрявцев [и др.].- Москва:ФИЗМАТЛИТ,2003.Т. 3.Функции нескольких переменных.-2003.-472, ISBN 5-9221-0308-3
3. Быкова, О. Н. Практикум по математическому анализу : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. — Москва : Прометей, 2014. — 277 с. — ISBN 978-5-9905-8861-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/30409>
4. Гусак А. А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи: Учебное пособие/Гусак А. А..-Минск:ТетраСистемс,2011, ISBN 978-985-536-228-0.-415.  
<http://www.iprbookshop.ru/28122>
5. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. учебное пособие для студентов вузов: в 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функции многих переменных. Гармонический анализ/Л. Д. Кудрявцев.-3-е изд., перераб..-Москва:Физматлит,2008, ISBN 978-5-9221-0185-1 (Т. 2).-424
6. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. учебник для студентов высших учебных заведений: в 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды/Л. Д. Кудрявцев.-3-е изд., перераб..-Москва:Физматлит,2009, ISBN 978-5-9221-0184-4 (Т. 1).-400
7. Сборник задач по математическому анализу. учебное пособие/Л. Д. Кудрявцев [и др.].- Москва:ФИЗМАТЛИТ,2003.Т. 1.Предел. Непрерывность. Дифференцируемость.-2003.-496, ISBN 5-9221-0306-7

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

При освоении дисциплины использование ресурсов сети Интернет не предусмотрено.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математический анализ** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математический анализ**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности. <b>УМЕТЬ:</b> применять знания основных положений и концепций математического анализа. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа в рамках разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы". Не умеет решать задачи математического анализа из указанных выше разделов. Не контролирует правильность вычислений при решении задач математического анализа из разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы". Испытывает огромные затруднения при самостоятельном изучении учебников и учебных пособий по указанным выше разделам математического анализа.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Знает понятия и формулы математического анализа в рамках разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы", но не знает и не может обосновать соответствующие утверждения. Умеет решать ограниченный набор задач математического анализа из указанных выше разделов. Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях при решении задач математического анализа из разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных",</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>"Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы". Испытывает значительные затруднения при самостоятельном изучении учебников и учебных пособий по указанным выше разделам математического анализа.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа в рамках разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы". Умеет решать стандартные задачи математического анализа из указанных выше разделов. Контролирует правильность вычислений в процессе решении задач математического анализа из разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы". Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Практически не имеет затруднений при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу в рамках указанных выше разделов.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа в рамках разделов "Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы"; умеет обосновать применение теоретических утверждений на практике. Умеет решать задачи математического анализа из указанных выше разделов. Контролирует правильность вычислений при решении задач математического анализа из разделов "Дифференциальное исчисление функций</p>



Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>нескольких переменных", "Неопределенные интегралы", "Определенные интегралы", "Введение в несобственные интегралы".          Может допускать очень редкие арифметические ошибки не принципиального характера в вычислениях. Без затруднений может самостоятельно приобретать новые знания, используя учебники и пособия по математическому анализу в рамках указанных выше разделов.</p>
<p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, определения, формулы и утверждения математического анализа.  <b>УМЕТЬ:</b> решать задачи в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений, уметь применять полученные знания для решения прикладных задач.  <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом математического анализа и навыками его применения.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия, определения, утверждения и формулы математического анализа. Не умеет решать простейшие задачи математического анализа. Не контролирует правильность выкладок и расчетов.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Знает основные понятия, определения и формулы математического анализа, но не знает и не доказывает утверждения. Умеет решать ограниченный набор задач. Допускает большое число ошибок в выкладках и расчетах. Испытывает существенные затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Имеет сформированные, но содержащие отдельные недочеты знания основных понятий, определений, утверждений и формул математического анализа. Умеет грамотно решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Знает основные понятия, определения, утверждения и формулы математического анализа;          умеет доказывать теоремы и леммы. Умеет решать задачи математического анализа по всему спектру учебной программы дисциплины. Может допускать мелкие и редкие ошибки не принципиального уровня в выкладках и расчетах. Самостоятельно приобретает новые знания, используя</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>учебную и специальную литературу по математическому анализу.</p>
<p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, определения, формулы и утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности. <b>УМЕТЬ:</b> осуществлять первичный сбор и анализ материалов для моделирования объектов средствами математического анализа, интерпретировать различные математические объекты. <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом математического анализа; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия, определения, утверждения и формулы математического анализа. Не умеет решать простейшие задачи математического анализа. Не контролирует правильность выкладок и расчетов.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Знает основные понятия, определения и формулы математического анализа, но не знает и не доказывает утверждения. Умеет решать ограниченный набор задач. Допускает большое число ошибок в выкладках и расчетах. Испытывает существенные затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Имеет сформированные, но содержащие отдельные недочеты знания основных понятий, определений, утверждений и формул математического анализа. Умеет грамотно решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Знает основные понятия, определения, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать теоремы и леммы. Умеет решать задачи математического анализа по всему спектру учебной программы дисциплины. Может допускать мелкие и редкие ошибки не принципиального уровня в выкладках и расчетах. Самостоятельно приобретает новые знания, используя учебную и специальную литературу по математическому анализу.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Элементы теории множеств, теория пределов числовых последовательностей и функций одной переменной, производные функций одной переменной.
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук	Контрольная точка N 1 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Умения: найти и графически представить область определения функции двух переменных; вычислять дифференциалы и частные производные сложных функций нескольких переменных (ФНП) первого и высших порядков; проверить, удовлетворяет ли ФНП заданному уравнению в частных производных. Навыки: нахождения уравнения касательной плоскости нормали к заданной поверхности; определения градиента и производной функции в заданном направлении; исследования ФНП на локальный, глобальный и условный экстремум.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 2 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: разложения, замены переменной, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Метод рационализации. Интегрирование показательных функций. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности. Интегрирование тригонометрических выражений.</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 3 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Свойства определенного интеграла. Основная формула интегрального исчисления. Методы вычисления определенных интегралов: разложения, замены переменной и интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейной трапеции, вычисление длины дуги спрямляемой кривой, вычисление объема и поверхности тел вращения (уравнения кривых параметрические, в декартовых и полярных координатах)</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Нахождение и графическое представление области определения функции двух переменных. Вычисление дифференциалов и частные производных сложных и неявных функций нескольких переменных (ФНП) первого и высших порядков. Нахождение уравнения касательной плоскости к заданной поверхности. Определения градиента и производной функции в заданном направлении. Проверка: удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных. Исследование ФНП на одну из форм экстремума. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: разложения, замены переменной, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Метод рационализации. Интегрирование показательных функций. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности. Интегрирование тригонометрических выражений. Свойства определенного интеграла. Основная формула интегрального исчисления. Методы вычисления определенных интегралов: разложения, замены переменной и интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь криволинейной трапеции, вычисление</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		длины дуги спрямляемой кривой, вычисление объема и поверхности тел вращения (уравнения кривых параметрические, в декартовых и полярных координатах).

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Вычисление предела числовой последовательности или функции одной переменной (4 задачи: 1) по 2 балла за каждую полностью и верно решенную задачу; 2) по 1 баллу за каждую неполностью или с принципиальными ошибками решенную задачу; 3) по 0 баллов за каждую полностью нерешенную или с грубыми ошибками решенную задачу)	8
Вычисление производной или дифференциала функции одной переменной заданного порядка (3 задачи: 1) по 2 балла за каждую полностью и верно решенную задачу; 2) по 1 баллу за каждую неполностью или с принципиальными ошибками решенную задачу; 3) по 0 баллов за каждую полностью нерешенную или с грубыми ошибками решенную задачу)	6
Исследование функции одной переменной на непрерывность, наличие локальных экстремумов, точек перегиба, асимптот (2 задачи: 1) по 2 балла за каждую полностью и верно решенную задачу; 2) по 1 баллу за каждую неполностью или с принципиальными ошибками решенную задачу; 3) по 0 баллов за каждую полностью нерешенную или с грубыми ошибками решенную задачу)	4
Доказательство существования предела числовой последовательности или функции одной переменной (1 задача: 1) 2 балла за полностью и верно решенную задачу; 2) 1 балл за неполностью или с принципиальными ошибками решенную задачу; 3) по 0 баллов за полностью нерешенную или с грубыми ошибками решенную задачу)	2

#### Контрольная точка N 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Исследование ФНП на одну из форм экстремума (6 баллов при полном решении; если с ошибками, то п3 балла)	6
Вычисление дифференциалов и частных производных сложных и неявных функций	5

нескольких переменных (ФНП) первого и высших порядков (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	
Проверка: удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	3
Определения градиента и производной функции в заданном направлении (2 балла при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	2
Нахождение и графическое представление области определения функции двух переменных (2 балла при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	2
Нахождение уравнения касательной плоскости и нормали к заданной поверхности (2 балла при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	2

### Контрольная точка N 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Четыре задания по 3 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	12
Четыре задания по 2 балла (2 балла при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	8

### Контрольная точка N 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Два задания по 4 балла (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	8
Три задания по 2,5 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	7.5
Одно задание на 4,5 балла (4,5 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4.5

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Четыре задания по 4 балла (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	16
Два задания по 6 баллов (6 баллов при полном решении; если с ошибками, то 3 балла)	12
Четыре задания по 3 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	12

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

**Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 4 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерии сходимости рядов с положительными членами. Теоремы сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши радикальный, Коши интегральный. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля, Дирихле.</p>
<p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>Контрольная точка N 5 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора.</p>



Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук	Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерии сходимости рядов с положительными членами. Теоремы сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши радикальный, Коши интегральный. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля, Дирихле. Исследование числовых рядов на сходимость. Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Контрольная точка N 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Три задания по 4 балла на применение достаточных признаков условной и абсолютной сходимости рядов с знакопеременными членами (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	12
Три задания по 3 балла на применение достаточных признаков сходимости рядов с положительными членами (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	9
Три задания по 2 балла на применение теорем сравнения (2 балла при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	6
Задача на нахождение суммы числового ряда на 3 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	3

#### Контрольная точка N 5

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Четыре задания по 4 балла на нахождение областей расходимости, условной и абсолютной	16

сходимости степенных рядов (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	
Два задания по 5 баллов на нахождение областей расходимости, условной и абсолютной сходимости функциональных рядов (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	10
Одно задание на 4 балла на применение достаточных признаков равномерной сходимости функциональных рядов с знакопеременными членами (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Три задания по 4 балла на нахождение областей расходимости, условной и абсолютной сходимости степенных рядов (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	12
Два задания по 5 баллов на нахождение областей расходимости, условной и абсолютной сходимости функциональных рядов (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	10
Два задания по 3 балла на применение достаточных признаков сходимости рядов с положительными членами (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	6
Два задания по 2 балла на применение теорем сравнения (2 балла при полном решении; если с ошибками, то 1 балл)	4
Одно задание по 4 балла на применение достаточных признаков условной и абсолютной сходимости рядов с знакопеременными членами (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4
Одно задание на 4 балла на применение достаточных признаков равномерной сходимости функциональных рядов с знакопеременными членами (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	4

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 48 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 48 балла

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Контрольная точка N 6 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Проверка знания и умения применять теорию двойных и тройных интегралов для решения задач: сведение интегралов к повторным в случае прямоугольной и произвольной области, замена переменных в двойных интегралах, переход к полярным координатам в двойных интегралах, переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройных интегралах, несобственные кратные интегралы.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Контрольная точка N7 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Проверка знания теории несобственных интегралов первого и второго рода и умения ее применять: сходимость, критерий Коши, признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости; предел, непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра - предел непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость, изменение порядка двух несобственных интегрирований. Проверка знания теории эйлеровых интегралов <math>\Gamma(a)</math> и <math>B(a,b)</math> и умения ее применять: свойства и применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов. Проверка знания теории рядов Фурье и умения ее применять: ряды Фурье по тригонометрическим системам функций, простейшие условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье, условия сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Проверка знания теории интегралов Фурье и умения ее применять: разложение функции в интеграл Фурье, прямое и обратное преобразование Фурье, косинус и синус преобразования Фурье, применение</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
		преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Проверка знания и умения применять теорию двойных и тройных интегралов для решения задач: сведение интегралов к повторным в случае прямоугольной и произвольной области, замена переменных в двойных интегралах, переход к полярным координатам в двойных интегралах, переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройных интегралах, несобственные кратные интегралы. Проверка знания теории несобственных интегралов первого и второго рода и умения ее применять: сходимость, критерий Коши, признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости; предел, непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Проверка знания теории собственных интегралов, зависящих от параметра и умения ее применять: свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра - предел непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость, изменение порядка двух несобственных интегрирований. Проверка знания теории эйлеровых интегралов <math>\Gamma(a)</math> и <math>B(a,b)</math> и умения ее применять: свойства и применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов. Проверка знания теории рядов Фурье и умения ее применять: ряды Фурье по тригонометрическим системам функций, простейшие условия равномерной</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье, условия сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Проверка знания теории интегралов Фурье и умения ее применять: разложение функции в интеграл Фурье, прямое и обратное преобразование Фурье, косинус и синус преобразования Фурье, применение преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Контрольная точка N 6

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Вычисление тройного интеграла с переходом к цилиндрической или сферической системе координат (две задачи по 5 баллов при полном решении; если с ошибками, то по 2,5 балла)	10
Вычисление двойного интеграла с переходом к полярной системе координат (две задачи по 4 балла)	8
Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат (две задачи по 3 балла)	6
Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат (одна задача по 4 балла)	4
Перемена местами интегралов в повторном интеграле (одна задача)	2

#### Контрольная точка N7

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **32**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Две задачи по 5 баллов (полное решение; если с ошибками, то по 2,5 балла)	10
Одна задача на 8 баллов (полное решение; если с ошибками, то по 4 балла)	8
Две задачи по 4 балла (полное решение; если с ошибками, то по 2 балла)	8
Две задачи по 3 балла (полное решение; если с ошибками, то по 1,5 балла)	6

## Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **38**

Проходной балл: **18**

Показатели оценивания	Баллы
Четыре задания по 4 балла (4 балла при полном решении; если с ошибками, то 2 балла)	16
Три задания по 5 баллов (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	15
Одно задание на 7 баллов (7 баллов при полном решении; если с ошибками, то 3,5 балла)	7

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук <b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук <b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Контрольная точка N 8 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Проверка знания и умения применять теорию криволинейных интегралов первого и второго рода (определения свойств, методов вычисления), включая криволинейные интегралы по замкнутому контуру, условий независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования, формулы Грина. Уметь находить функции по их полным дифференциалам в двумерном и трехмерном случае.



<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Мероприятие текущего контроля</b>	<b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Контрольная точка N 9</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Проверка знания теории поверхностных интегралов первого и второго рода и элементов теории поля и умения применять эту теорию при решении задач: (сведение поверхностного интеграла первого рода к двойному интегралу, формулы для вычисления поверхностного интеграла второго рода, формул Гаусса-Остроградского и Стокса, дивергенции, ротора, операторов Гамильтона и Лапласа).</p>
<p><b>ОПК.1.1</b> Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.3</b> Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ОПК.1.2</b> Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Проверка знания и умения применять теорию криволинейных и поверхностных интегралов первого и второго рода (определения свойств, методов вычисления), включая криволинейные интегралы по замкнутому контуру, условий независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования, формулы Грина. Уметь находить функции по их полным дифференциалам в двумерном и трехмерном случае.</p>

### **Спецификация мероприятий текущего контроля**

#### **Контрольная точка N 8**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Три задания по 5 баллов (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	15
Пять заданий по 3 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	15

### **Контрольная точка N 9**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Три задания по 5 баллов (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	15
Пять заданий по 3 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	15

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
3 заданий по 5 баллов (5 баллов при полном решении; если с ошибками, то 2,5 балла)	15
Четыре задания по 3 балла (3 балла при полном решении; если с ошибками, то 1,5 балла)	12
Одно задание на 7 баллов (7 баллов при полном решении; если с ошибками, то 3,5 балла)	7
Одно задание на 6 баллов (6 баллов при полном решении; если с ошибками, то 3 балла)	6