

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

|                            |   |
|----------------------------|---|
|                            | <b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>  |
| <b>по дисциплине:</b>      | Аналитическая геометрия   |
| <b>по направлению:</b>     | Прикладная математика и информатика   |
| <b>профиль подготовки:</b> | Искусственный интеллект и большие данные<br>Сетевое обучение<br>кафедра высшей математики |
| <b>курс:</b>               | 1   |
| <b>квалификация:</b>       | бакалавр  |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 84 час.

Подготовка к экзамену: 0 час.

Всего часов: 144, всего зач. ед.: 4

Количество контрольных работ, заданий: 3

Программу составил: О.Г. Подлипская, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 30.08.2021

## Аннотация

Курс "Аналитическая геометрия" ориентирован на студентов первого курса бакалавриата.

В курсе "Аналитическая геометрия" изучаются основы аналитической геометрии, а также ряд разделов алгебры.

Первая часть курса посвящена изучению векторов, их свойств. Вводятся понятия базиса, системы координат, скалярного, векторного и смешанного произведения.

Во второй части курса изучаются алгебраические линии на плоскости и поверхности в пространстве. Изучается геометрия прямых и плоскостей, решаются позиционные задачи. Рассматриваются линии и поверхности второго порядка, их основные свойства.

Третья часть курса посвящена изучению аффинных и ортогональных преобразований плоскости. Вводится понятие группы. Развивается теория матриц и их определителей. Изучается обратная матрица. Рассматриваются

системы линейных уравнений для случая, когда матрица системы - невырожденная квадратная. Выводятся формулы Крамера.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Ознакомление слушателей с основами аналитической геометрии и подготовка к изучению других математических курсов – дифференциальных уравнений, теории функций комплексного переменного, уравнений математической физики, функционального анализа, аналитической механики, теоретической физики, методов оптимального управления и др.

#### Задачи дисциплины

Приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области векторной алгебры, матричной алгебры;

подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;

приобретение навыков в применении методов аналитической в физике и других естественнонаучных дисциплинах.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции   |
|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук |
|   | ОПК-1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты                                       |
|   | ОПК-1.3 Использует практический опыт решения стандартных математических задач   |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Определение вектора и операций с векторами (скалярное, векторное и смешанное произведение), их свойства и формулы, связанные с этими операциями;  
уравнения прямых линий, плоскостей, линий и поверхностей второго порядка;  
свойства линий и поверхностей второго порядка;  
свойства аффинных и ортогональных преобразований плоскости.

уметь:

Применять векторную алгебру к решению геометрических и физических задач;  
решать геометрические задачи методом координат, применять линейные преобразования к решению геометрических задач;  
производить матричные вычисления, находить обратную матрицу, вычислять детерминанты.

владеть:

Общими понятиями и определениями, связанными с векторами: линейная независимость, базис, ориентация плоскости и пространства;  
ортогональной и аффинной классификацией линий и поверхностей второго порядка.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| №                     | Тема (раздел) дисциплины            | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |          |                 |                |
|-----------------------|-------------------------------------|---|----------|-----------------|----------------|
|                       |                                     | Лекции  | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1                     | Векторная алгебра                   | 8   | 8        |                 | 20             |
| 2                     | Метод координат                     | 4   | 4        |                 | 20             |
| 3                     | Прямая и плоскость                  | 8   | 8        |                 | 20             |
| 4                     | Линии и поверхности второго порядка | 6   | 8        |                 | 13             |
| 5                     | Преобразования плоскости            | 4   | 2        |                 | 11             |
| Итого часов           |                                     | 30  | 30       |                 | 84             |
| Подготовка к экзамену |                                     | 0 час.  |          |                 |                |
| Общая трудоёмкость    |                                     | 144 час., 4 зач.ед.   |          |                 |                |

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

#### 1. Векторная алгебра

1.1. Понятие о линейных пространствах и их основных свойствах. Матрицы. Операции сложения и умножения матриц на числа. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков.

1.2. Направленные отрезки и действия над ними. Операции сложения направленных отрезков и умножения их на числа. Их свойства. Векторное пространство. Коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность операций с векторами.

1.3. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис, координаты векторов в базисе. Координатное представление векторов. Операции с векторами в координатном представлении. Изменение координат вектора при замене базиса. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов в координатной форме.

1.4. Ортогональные проекции векторов и их свойства. Скалярное произведение, его свойства, выражение в координатах. Формулы для определения расстояния между двумя точками и угла между двумя направлениями.

1.5. Ориентированные тройки векторов. Векторное произведение, его свойства, выражение в ортонормированном базисе. Геометрический смысл векторного произведения. Взаимный базис. Выражение векторного произведения в произвольном базисе.

1.6. Смешанное произведение векторов, его свойства, выражение в произвольном и ортонормированном базисах. Геометрический смысл смешанного произведения. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения. Вывод формулы двойного векторного произведения.

#### 2. Метод координат

2.1. Общая декартова и прямоугольная системы координат. Изменение координат точки при замене системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Формулы перехода между прямоугольными системами координат на плоскости. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы перехода между ними и прямоугольной системой координат.

### 3. Прямая и плоскость

3.1. Прямая на плоскости и в пространстве. Векторные и координатные способы задания прямой на плоскости и в пространстве. Плоскость в пространстве. Способы задания плоскости в пространстве. Позиционные и метрические задачи о прямых и плоскостях в пространстве. Перевод одной формы описания прямых и плоскостей в пространстве в другую форму. Пучок прямых. Пучок и связка плоскостей. Линейные неравенства.

### 4. Линии и поверхности второго порядка

4.1. Координатное задание линий на плоскости, поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка алгебраических линий на плоскости при замене декартовой системы координат. Координатное задание линий в пространстве. Инвариантность порядка алгебраических линий и поверхностей в пространстве при замене декартовой системы координат. Координатное задание фигур на плоскости и тел в пространстве.

4.2. Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости. Их ортогональная классификация. Приведение уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду. Центральные линии. Сопряженные диаметры. Асимптотические направления. Инварианты.

4.3. Эллипс, гипербола и парабола. Их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

4.4. Эллипсоиды, гиперболоиды и параболоиды. Их основные свойства. Прямолинейные образующие. Цилиндры и конусы. Поверхности вращения. Классификация и канонические уравнения алгебраических поверхностей 2-го порядка.

### 5. Преобразования плоскости

5.1. Отображения и преобразования плоскости. Композиция (произведение) отображений. Обратное отображение. Взаимно однозначное отображение. Линейные преобразования плоскости и их свойства. Координатное представление линейных преобразований плоскости.

5.2. Аффинные преобразования и их геометрические свойства. Главные направления аффинного преобразования и их нахождение. Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы аффинного преобразования. Аффинная классификация линий 2-го порядка на плоскости.

5.3. Ортогональные преобразования и их свойства. Разложение аффинного преобразования в произведение ортогонального и двух сжатий. Понятие о группе. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Обучающемуся необходимо наличие доступа в сеть интернет, компьютер.

Преподавателю курса необходимо наличие доступа администратора курса и оборудование для проведения дистанционных семинаров (вебинаров), качественный отказоустойчивый доступ в сеть интернет.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 12-е изд., испр. — М. : Физматлит, 2008, 2009. — 312 с.

2. Введение в алгебру [Текст] : в 3 ч. : учебник для вузов / А. И. Кострикин .— М. : МЦНМО, 2012 .— .— Ч. 1 : Основы алгебры. - 2012. - 272 с.
3. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие для вузов. Ч. 1 / А. Е. Умнов ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Изд-во МФТИ, 2006 .— 272 с.
4. Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] : учеб. пособ. ; рек. Уч.-метод. сов. МФТИ / В. И. Чехлов ; М-во образования РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т .— М : МФТИ, 2000 .— 260 с.
5. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие / Л. А. Беклемишева, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров ; под ред. Д. В. Беклемишева .— 2-е изд., перераб. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001 .— 496 с.
6. Введение в алгебру [Текст] : в 3 ч. Ч. 3 : Основные структуры алгебры : учебник для вузов / А. И. Кострикин .— 2-е изд., стереотип. — М. : МЦНМО, 2009, 2012 .— 272 с.
7. Введение в алгебру [Текст] : в 3 ч. Ч. 2 : Линейная алгебра : учебник для вузов / А. И. Кострикин .— 2-е изд., стереотип. — М. : МЦНМО, 2009, 2012 .— 368 с.

#### Дополнительная литература

1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие для вузов. Ч. 2 / А. Е. Умнов ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Изд-во МФТИ, 2006 .— 298 с.

#### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://www.math.mipt.ru>

<http://books.mipt.ru/>

#### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Работа по предмету включает освоение лекционных и семинарских занятий и самостоятельное решение задач.

Самостоятельная работа включает в себя: чтение и конспектирование рекомендованной литературы, просмотр интернет-ресурсов по тематике курса, решение задач, подготовку к ответам на контрольные вопросы.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Искусственный интеллект и большие данные  
Сетевое обучение  
кафедра высшей математики  
**курс:** 1  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** О.Г. Подлипская, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции   |
|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук |
|   | ОПК-1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты                                       |
|   | ОПК-1.3 Использует практический опыт решения стандартных математических задач   |

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Аналитическая геометрия» обучающийся должен:

### знать:

Определение вектора и операций с векторами (скалярное, векторное и смешанное произведение), их свойства и формулы, связанные с этими операциями;  
уравнения прямых линий, плоскостей, линий и поверхностей второго порядка;  
свойства линий и поверхностей второго порядка;  
свойства аффинных и ортогональных преобразований плоскости.

### уметь:

Применять векторную алгебру к решению геометрических и физических задач;  
решать геометрические задачи методом координат, применять линейные преобразования к решению геометрических задач;  
производить матричные вычисления, находить обратную матрицу, вычислять детерминанты.

### владеть:

Общими понятиями и определениями, связанными с векторами: линейная независимость, базис, ориентация плоскости и пространства;  
ортогональной и аффинной классификацией линий и поверхностей второго порядка.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы, отражаются в электронной системе контроля и учитываются в БРС.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течение учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

Прикрепляется БРС по изучаемому предмету.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Вычислите. Являются ли строки этого определителя линейно зависимыми? Если да, укажите эту линейную зависимость.

2. В треугольнике ABC медианы АВ и ВК пересекаются в точке О. Найдите координаты векторов АМ и ВО в базисе СА, СВ.
3. Запишите уравнение прямой  $[r, \vec{a}] = b$  в векторно-параметрическом виде.
4. Укажите какой-нибудь нормальный вектор прямой на плоскости, имеющей в прямоугольной системе координат угловой коэффициент К.
5. Является ли кривая, заданная уравнением  $2x^2 - 4xy + 5y^2 + 8x - 2y = 0$ , центральной? Найдите координаты ее центра. Определите тип кривой.
6. Пусть А и В – две квадратные матрицы одного размера. Обязаны ли совпадать ранги матриц АВ и ВА?
7. Запишите общее решение уравнения  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$  в виде суммы частного решения и произвольной линейной комбинации фундаментальной системы решений.
8. Образует ли линейное пространство с обычными операциями сложения и умножения на число:
  - а) множество функций, интегрируемых по Риману на отрезке  $[a, b]$ ;
  - б) множество функций, определенных на  $[a, b]$  и таких, что  $f(a) = 0$ .

#### Примеры билетов Билет № 1

- 1) Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью или компланарностью векторов.
- 2) На эллипсе  $x^2 + 3y^2 = 3$  найти точку М, ближайшую к прямой  $x + y = 10$ . Вычислить расстояние от точки М до этой прямой. Система координат декартова прямоугольная.

#### Билет № 2

- 1) Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. Выражение скалярного произведения в координатах. Биортогональный базис.
- 2) При каком значении параметра  $\alpha$  точки  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, 4, 5)$ ,  $C(1, -1, 4)$ ,  $D(2, 3, \alpha)$  лежат в одной плоскости? Написать общее уравнение плоскости при найденном значении параметра. Система координат общая декартова.

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении зачета обучающемуся предоставляется один час (астрономический) на подготовку.

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.

## Балльно-рейтинговая система оценки знаний

Дисциплина: «Аналитическая геометрия», 1 курс, 1 семестр, диф.зачет Кафедра: высшей математики

| №  | Виды занятий                                | Сумма баллов   |
|----|---|----------------|
| 1. | Контрольная работа № 1 по сдаче 1 задания   | 0 — 6          |
| 2. | Контрольная работа № 2 по сдаче 2 задания   | 0 — 6          |
| 3. | Контрольная работа № 3 по сдаче 3 задания   | 0 — 6          |
| 4. | Задание № 1                                 | 0 — 2          |
| 5. | Задание № 2                                 | 0 — 2          |
| 6. | Задание № 3                                 | 0 — 2          |
| 7. | Проверка теоретических знаний               | 0 — 3          |
| 8. | Работа на семинарах                         | 0 — 3          |
| 9. | Итоговый контроль. Дифференцированный зачет | 0 — 70         |
|    | <b>ИТОГО</b>                                | <b>0 — 100</b> |

**Результативная работа на практикуме 0 — 3 балла.** Если при учете этого вида работы итоговая сумма за работу в семестре превосходит 30 баллов, то считать ее равной 30 баллам.

Сумма баллов за устный ответ начисляется по формуле  $N \cdot 7$ , где  $N > 2$  — предварительная оценка за устный ответ по десятибалльной шкале. Если  $N = 1, 2$ , то итоговая оценка совпадает с  $N$ .

Соответствие оценок итоговой академической успеваемости балльно-рейтинговой системе.

| Баллы БРС | Оценки |                     |
|-----------|--------|---------------------|
| 93 — 100  | 10     | отлично             |
| 86 — 92   | 9      |                     |
| 79 — 85   | 8      |                     |
| 72 — 78   | 7      | хорошо              |
| 65 — 71   | 6      |                     |
| 58 — 64   | 5      |                     |
| 51 — 57   | 4      | удовлетворительно   |
| 44 — 50   | 3      |                     |
| 30 — 43   | 2      | неудовлетворительно |
| 0 — 29    | 1      |                     |

Регламент принятия домашних заданий и проведения зачета определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».