

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра высшей математики

**Авторы-составители: Балюкина Людмила Анатольевна
Чичагов Владимир Витальевич
Полосков Игорь Егорович**

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА II

Код УМК 81418

Утверждено
Протокол №1
от «30» августа 2019 г.

Пермь, 2019

1. Наименование дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика II

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Интеллектуальный анализ данных и математическое моделирование

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Теория вероятностей и математическая статистика II** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Интеллектуальный анализ данных и математическое моделирование)

ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками

ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Интеллектуальный анализ данных и математическое моделирование)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	7
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	28
Проведение практических занятий, семинаров	0
Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку	14
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (2) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (7 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика II. Первый семестр

Тема 1. Аксиоматическое построение теории вероятностей

Алгебра и сигма-алгебра событий, событие как измеримое (наблюдаемое) множество. Аксиоматическое определение вероятности А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство, примеры вероятностных пространств. Следствия из аксиом: непрерывность вероятностной меры, свойства вероятности. Случайная величина как измеримая функция. Теорема Лебега о разложении функции распределения. Дискретные, сингулярные и абсолютно непрерывные случайные величины. Общее понятие математического ожидания случайной величины. Интеграл Лебега по вероятностной мере и математическое ожидание случайной величины. Определение математического ожидания с помощью интеграла Римана-Стилтьеса. Случайные величины смешанного типа.

Тема 2. Случайные векторы и их характеристики. Преобразование случайных величин и векторов

Совместное, частные и условные распределение вероятностей случайного вектора, их числовые характеристики. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Независимые случайные величины. Нахождение вероятности попадания случайного вектора в заданную область. Математическое ожидание случайного вектора и его свойства. Ковариационный (корреляционный) момент и его свойства. Ковариационная матрица и ее свойства. Коэффициент линейной корреляции и его свойства. Математическое ожидание и дисперсия средней арифметической. Вычисление математического ожидания методом индикаторов. Таблица распределения двумерного дискретного случайного вектора, частные и условные распределения. Плотность распределения многомерной случайной величины, частные и условные плотности распределения. Постановка и решение задачи нахождения распределения функции от случайной величины. Универсальное преобразование непрерывной случайной величины. Моделирование дискретной и непрерывной случайных величин с заданным законом распределения. Основные приемы и формулы, используемые для нахождения закона распределения заданной функции от случайного вектора. Нахождение распределения суммы, разности, произведения и частного двух случайных величин. Нахождение распределения случайного вектора, компоненты которого – заданные функции от случайных величин - с использованием формулы преобразования плотности.

Тема 3. Условное математическое ожидание и построение наилучшего прогноза

Условное математическое ожидание случайной величины и его свойства, функция регрессии. Наилучшее (в среднем квадратичном) оценивание случайных величин и случайных векторов. Условная дисперсия и минимальная ошибка прогноза. Построение прогноза наилучшего в среднеквадратичном в случае нормального распределения.

Тема 4. Наиболее известные многомерные дискретные и абсолютно непрерывные распределения, их числовые характеристики

Биномиальное, пуассоновское, гипергеометрическое, геометрическое, отрицательное биномиальное распределения и их числовые характеристики. Равномерное распределение. Показательное распределение. Распределение Коши. Нормальное и логнормальное распределение. Гамма-распределение. Полиномиальное и многомерное гипергеометрическое распределения. Равномерное распределение в области. Многомерное нормальное распределение, его параметры (вектор средних и матрица ковариаций) и свойства. Распределения вероятностей, наиболее часто применяемые в практике статистических исследований: хи-квадрат, Стьюдента и Фишера.

Тема 5. Введение в теорию случайных процессов

Случайная функция, случайный процесс и случайная последовательность, реализация и сечение

случайного процесса, семейство конечномерных распределений случайного процесса. Стохастически эквивалентные случайные процессы. Основные числовые характеристики случайного процесса. Основные типы случайных процессов: стационарные, с независимыми приращениями, марковские. Однородные цепи Маркова с дискретным временем, ее конечномерные распределения, условные и безусловные вероятности перехода.

Тема 6. Предельные теоремы теории вероятностей

Неравенства Чебышева и Маркова. Основные виды сходимости последовательностей случайных величин. Необходимое и достаточное условие закона больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева, Хинчина и Маркова. Теорема непрерывности для последовательности случайных величин. Критерий Колмогорова усиленного закона больших чисел. Свойства характеристической функции случайной величины и вектора. Формулы обращения, теоремы непрерывности и единственности для характеристической функции. Метод характеристических функций в доказательстве предельных теорем на примере центральной предельной теоремы для независимых одинаково распределенных случайных величин. Интегральная теорема Муавра-Лапласа как частный случай центральной предельной теоремы. Доказательство закона больших чисел (теоремы Хинчина) с помощью метода характеристических функций. Теоремы Линдберга и Ляпунова. Понятия устойчивого и безгранично-делимого распределений, сходимость к устойчивым и безгранично-делимым распределениям. Многомерная центральная предельная теорема.

Коллоквиум 1

По разделу "Теория вероятностей"

Тема 7. Основные понятия и модели математической статистики

Вероятностная и статистическая модели случайного эксперимента. Основные типы статистических моделей: параметрическая, непараметрическая, байесовская; достоинства и недостатки каждой из моделей. Параметрическое и непараметрическое семейства распределений. Основные виды статистического вывода: точечное и доверительное оценивание, проверка гипотез. Независимая повторная выборка как частный случай линейной модели наблюдений. Выборочное пространство. Сужение выборочного пространства. Достаточные статистики. Функция правдоподобия. Критерий факторизации. Минимальные достаточные статистики.

Тема 8. Первичный анализ данных статистических данных, распределения выборочных характеристик

Основные выборочные характеристики. Законы распределения выборочных характеристик в нормальной генеральной совокупности. Асимптотическая нормальность эмпирических начальных моментов. Теоремы Гливленко и Колмогорова, их содержательный смысл. Асимптотическая нормальность выборочной квантили. Плотность распределения одного и двух членов вариационного ряда. Распределение минимума и максимума случайных величин. Совместное распределение минимума и максимума.

Тема 9. Теория точечного статистического оценивания

Постановка задачи точечного оценивания (в параметрической и непараметрической постановке). Методы параметрического оценивания: методы моментов и квантилей, максимального правдоподобия и подстановки. Построение оценок максимального правдоподобия с использованием принципа инвариантности (теорема Зехна). Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия в условиях регулярности Рао-Крамера. Несмещенность, смещение, асимптотическая несмещенность и состоятельность точечных оценок. Несмещенная оценка дисперсии случайной величины. Достаточные условия состоятельности. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок, получаемых по

методам моментов, квантилей и подстановки.

Тема 10. Сравнение точечных статистических оценок с помощью функции риска

Некоторые понятия теории оценивания: функции потерь (ущерба) и риска, допустимые и недопустимые оценки. квадратичный риск и оптимальная оценка. Неравенство информации (неравенство Рао - Крамера) для регулярных однопараметрических семейств. Эффективная оценка, достаточное условие эффективности несмещенной оценки.

Тема 11. Интервальное статистическое оценивание

Интервальные оценки и доверительные области. Доверительные интервалы двусторонние и односторонние. Доверительные области и интервал предсказания. Основные принципы построения доверительных интервалов: доверительные интервалы минимальной длины и с равновероятными хвостами. Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Асимптотические методы построения доверительных интервалов: использование центральной предельной теоремы; преобразования, стабилизирующего дисперсию, использование асимптотических свойств точечных оценок и выборочных характеристик.

Тема 12. Проверка статистических гипотез

Наиболее мощный и равномерно наиболее мощный статистические критерии. Построение наиболее мощного критерия с использованием теоремы Неймана-Пирсона. Другие примеры применения статистики отношения правдоподобия. Проверка гипотез случайности и независимости с помощью критериев серий и инверсий, критерия хи-квадрат. Критерии согласия хи-квадрат и Колмогорова. Критерии однородности хи-квадрат и Колмогорова-Смирнова. Решение задач проверки статистических гипотез в условиях асимптотической нормальности статистики критерия. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка параметрической гипотезы о числовых значениях параметров. Проверка гипотез о вероятностях и долях генеральной совокупности, о средних и дисперсиях. Связь между процедурами доверительного оценивания и проверки гипотез.

Тема 13. Элементы корреляционного и регрессионного анализа

Понятия корреляционной и регрессионной зависимостей. Основные задачи корреляционного анализа. Регрессионная модель и уравнение регрессии, спецификация модели. Регрессионные модели со случайными независимыми переменными, выборочные уравнения прямых регрессий. Оценивание неизвестных параметров парной регрессионной модели с помощью метода наименьших квадратов.

Тема 14. Общая линейная модель наблюдений и ее анализ при классических предположениях

Описание линейной модели наблюдений. Частные случаи общей линейной модели: парная линейная, полиномиальная, множественная линейная регрессионные модели. МНК-оценка коэффициентов линейной модели и ее основные свойства. Проверка гипотез о коэффициентах множественной регрессионной модели.

Коллоквиум 2

По разделу "Математическая статистика"

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения: учебно-методическое пособие для студентов механико-математического и экономического факультетов/ Министерство образования и науки Российской Федерации, Пермский государственный национальный исследовательский университет.-Пермь, 2012, ISBN 978-5-7944-2013-5.-142.
2. Прохоров А. В. Задачи по теории вероятностей : основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы : учебное пособие / А. В. Прохоров, В. Г. Ушаков, Н. Г. Ушаков. — М. : КДУ, 2009. — 328 с. — ISBN 978-5-98227-320-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://psu.bibliotech.ru/Reader/Book/7058>
3. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И., Чистяков А. В. Задачи с решениями по математической статистике: учебное пособие для вузов/ Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, А. В. Чистяков.- Москва: Дрофа, 2007, ISBN 978-5-358-00772-7.-318.
4. Климов, Г. П. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Г. П. Климов. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. — 368 с. — ISBN 978-5-211-05846-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13115>

Дополнительная:

1. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению "Физика", "Прикладная математика и информатика", специальностям "Физика", "Прикладная математика"/ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005, ISBN 5-9221-0633-3.-296.-Библиогр. в конце разд.
2. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. — 254 с. — ISBN 978-5-211-06234-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13173>
3. Коршунов Д. А., Фосс С. Г., Эйсымонт И. М. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей: учебное пособие/ Д. А. Коршунов, С. Г. Фосс, И. М. Эйсымонт.- Санкт-Петербург: Лань, 2004, ISBN 5-8114-0587-1.-192.-Библиогр.: с. 174-175

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Теория вероятностей и математическая статистика II** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения лабораторных занятий - компьютерный класс. Состав оборудования определен в Паспорте компьютерного класса.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Теория вероятностей и математическая статистика II**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>Знать основные вероятностно-статистические методы</p>	<p align="center">Неудовлетворител Не знает основные вероятностно-статистические методы</p> <p align="center">Удовлетворительн Разрозненные представления о возможностях основных вероятностно-статистических методов</p> <p align="center">Хорошо Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о возможностях основных вероятностно-статистических методов</p> <p align="center">Отлично Имеет сформированные знания о возможностях основных вероятностно-статистических методов</p>
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Знать основные понятия, положения и утверждения теории вероятностей и математической статистики</p>	<p align="center">Неудовлетворител Не знает основные понятия и утверждения теории вероятностей и математической статистики.</p> <p align="center">Удовлетворительн Общие, но не структурированные знания основных понятий теории вероятностей и математической статистики.</p> <p align="center">Хорошо Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий теории вероятностей и математической статистики.</p> <p align="center">Отлично Сформированные систематические знания основных понятий теории вероятностей и математической статистики.</p>
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и</p>	<p>Уметь: производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных</p>	<p align="center">Неудовлетворител Не умеет производить вероятностно-статистические расчеты, давать содержательную интерпретацию</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<p>постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений, приобретать самостоятельно новые знания; проводить статистический анализ данных с использованием вероятностных моделей, компьютерных программ и функций.</p>	<p>Неудовлетворител результатов вычислений, контролировать правильность вычислений.</p> <p>Удовлетворительн Демонстрирует частично сформированное умение производить вероятностно-статистические расчеты, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Имеет представление о теоретическом и статистическом анализе данных с использованием вероятностных моделей, компьютерных программ и функций.</p> <p>Хорошо В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить вероятностно-статистические расчеты, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p> <p>Отлично Сформированное умение производить вероятностно-статистические расчеты, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p>
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Уметь применять знания по теории вероятностей и математической статистике к решению задач.</p>	<p>Неудовлетворител Не умеет решать задачи по теории вероятностей и математической статистике.</p> <p>Удовлетворительн Умеет решать лишь отдельные типы задач по теории вероятностей и математической статистике.</p> <p>Хорошо Умеет решать задачи по теории вероятностей и математической статистике в стандартной постановке.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p align="center">Отлично</p> <p>Умеет решать все типы задач по теории вероятностей и математической статистике.</p>
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>Владеть навыками теоретического и статистического анализа данных с использованием вероятностно-статистических моделей, компьютерных программ и функций.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Демонстрирует отсутствие навыков статистического анализа данных с использованием вероятностных моделей, компьютерных программ и функций.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Имеет представление о теоретическом и прикладном анализе вероятностно-статистических моделей. Фрагментарное применение навыков статистического анализа данных с использованием вероятностных моделей, компьютерных программ и функций.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков статистического анализа данных с использованием вероятностных моделей, компьютерных программ и функций.</p> <p align="center">Отлично</p> <p>Успешное и систематическое применение навыков статистического анализа данных с использованием вероятностных моделей, компьютерных программ и функций.</p>
<p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Владеть навыками вероятностно-статистического анализа данных.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Демонстрирует отсутствие навыков вероятностно-статистического анализа данных.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Имеет представление об основах вероятностно-статистического анализа данных.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков вероятностно-статистического анализа данных.</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		Отлично Успешное и систематическое применение навыков вероятностно-статистического анализа данных.

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 47 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 47 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
-------------	----------------------------------	---

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>Входной контроль ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Тема 2. Случайные векторы и их характеристики. Преобразование случайных величин и векторов Входное тестирование</p>	<p>1. Представление сложных событий через элементарные с использованием операций над событиями. 2. Вычисление условных вероятностей. 3. Применение формул сложения для несовместных и совместных событий. 4. Применение формул умножения вероятностей для независимых и зависимых событий. 5. Применение свойств полной группы событий и противоположных событий, а также принципа двойственности операций объединения и пересечения. 6. Формулы полной вероятности и Байеса. 7. Нахождение закона распределения дискретной случайной величины на основесодержательной постановки задачи. 8. Вычисление математического ожидания, дисперсии, моды, медианы, функции распределения и вероятностей по таблице распределения вероятностей. Решение обратных задач. 9. Нахождение распределения функции от дискретной случайной величины. 10. Вычисление математического ожидания, дисперсии, моды, медианы, квантили, плотности распределения, функции распределения и вероятностей в случае непрерывной случайной величины. Нахождение нормирующей константы распределения. 11. Применение известных непрерывных распределений: нормального, равномерного и показательного. 12. Вычисление числовых характеристик и вероятностей по таблице распределения вероятностей двумерного дискретного вектора. Нахождение частных и условных распределений. 13. Применение свойств числовых характеристик случайных величин и векторов. 14.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>Вычисление числовых характеристик выборки (начальные и центральные моменты, среднее, дисперсия и несмещенная оценка дисперсии, мода, медиана, квантиль, квартиль).15.</p> <p>Интерпретация и построение гистограмм частот и относительных частот, ихназначение.16. Вычисление эмпирической функции распределения. 17. Запись функции правдоподобия.18.</p> <p>Нахождение точечных оценок по методам моментов, максимального правдоподобия иподстановки.</p> <p>Примечание. Будут использоваться материалы итогового теста по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика».</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Коллоквиум 1</p> <p>Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Знание общего понятия математического ожидания случайной величины, условного математического ожидания и метода построения наилучшего в среднеквадратичном прогноза, известных дискретных и непрерывных многомерных распределений, наиболее известных классов случайных процессов. Знание формул, используемых для нахождения числовых характеристик, частных и условных распределений непрерывного случайного вектора, а также для преобразования непрерывных случайных векторов. Умение применять эти формулы в стандартных постановках. Умение доказывать предельные теоремы методом характеристических функций, обосновывать формулы, используемые для нахождения частных и условных распределений случайного вектора, обосновывать оптимальные свойства условного математического ожидания.</p> <p>Коллоквиум 1. Теория вероятностей для продолжающих (содержание) Часть 1 1. Аксиоматическое определение вероятности А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство, примеры вероятностных пространств. Непрерывность вероятностной меры (Д). Примечание. Использовать аксиому счетной аддитивности, теорему о монотонной сходимости числовой последовательности. 2. Условная функция распределения и условная плотность распределения непрерывного случайного вектора (Д). Примечание. Использовать формулу условной вероятности, представление вероятности</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>попадания случайной величины в заданную область в интегральной форме, выделение дифференциала функции.3. Основные приемы и формулы, используемые для нахождения закона распределения заданной функции от случайного вектора. Нахождение распределения суммы, разности, произведения и частного двух случайных величин (Д). Примечание. Использовать универсальный подход к решению задачи о нахождении распределения функции от случайного вектора, представление вероятности попадания случайной величины в заданную область в интегральной форме, запись двойного интеграла в виде повторного, правило нахождения производной от интеграла с переменным верхним и нижним пределами.</p> <p>Часть 2 4. Условное математическое ожидание случайной величины и его свойства, функция регрессии. Условная дисперсия и минимальная ошибка прогноза. Построение прогно</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Расчетная работа 1</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Знание общего понятия математического ожидания случайной величины, условного математического ожидания и метода построения наилучшего в среднеквадратичном прогноза, известных дискретных и непрерывных многомерных распределений, наиболее известных классов случайных процессов. Знание формул, используемых для нахождения числовых характеристик, частных и условных распределений непрерывного случайного вектора, а также для преобразования непрерывных случайных векторов. Умение применять эти формулы в стандартных постановках. Умение пользоваться методом характеристических функций. Умение проводить расчеты для однородных цепей Маркова, пользоваться методом статистического моделирования.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Коллоквиум 2</p> <p>Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Знание основных понятий и моделей математической статистики, основных выборочных числовых характеристик и методов точечного статистического оценивания. Знание методов построения интервальных оценок и статистических критериев, элементов корреляционного и регрессионного анализа. Умение проводить сравнение статистических оценок с помощью функции риска.</p> <p>Умение строить частные регрессионные модели, основываясь на общей линейной модели наблюдений.</p> <p>Коллоквиум 2. Часть 1</p> <p>1. Понятия статистической оценки, несмещенной оценки. Примеры трех несмещенных статистических оценок с обоснованием их несмещенности.</p> <p>2. Понятия статистической оценки, состоятельной оценки. Две теоремы с достаточными условиями состоятельности.</p> <p>3. Установление факта состоятельности оценки на основе ее асимптотической нормальности на примере выборочной медианы.</p> <p>4. Понятие эффективной статистической оценки. Нахождение эффективной оценки математического ожидания в классе линейных несмещенных оценок.</p> <p>5. Оценка по методу моментов: ее определение, проверка состоятельности и асимптотическая дисперсия.</p> <p>6. Нахождение ОМП в случае двухпараметрического нормального распределения.</p> <p>7. Нахождение ОМП в случае двухпараметрического показательного распределения.</p> <p>8. Формулы для вычисления информации Фишера и неравенство Рао-Крамера.</p> <p>9.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
		<p>Асимптотическая нормальность ОМП.</p> <p>10. Нахождение доверительного интервала минимальной длины в случае равномерного распределения.</p> <p>Коллоквиум 2. Часть 2</p> <p>1. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.</p> <p>2. Построение асимптотического доверительного интервала в условиях асимптотической нормальности.</p> <p>3. Построение асимптотического доверительного интервала с помощью преобразования, стабилизирующего дисперсию.</p> <p>4. Теорема Неймана-Пирсона о наиболее мощном критерии.</p> <p>5. Пример построения наиболее мощного критерия с помощью теоремы Неймана-Пирсона).</p> <p>6. Постановка и решение задачи классификации с помощью байесовского решающего правила.</p> <p>7. Описание общей линейной модели наблюдений, ее частные случаи.</p> <p>8. Система нормальных уравнений и МНК-оценка вектора параметров общей линейной моде</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Расчетная работа 2</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Знание основных понятий и моделей математической статистики, основных выборочных числовых характеристик и методов точечного статистического оценивания. Знание методов построения интервальных оценок и статистических критериев, элементов корреляционного и регрессионного анализа. Умение проводить сравнение статистических оценок с помощью функции риска.</p> <p>Умение строить частные регрессионные модели, основываясь на общей линейной модели наблюдений.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с математическими и компьютерными науками</p>	<p>Итоговый контроль</p> <p>Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Знание общего понятия математического ожидания случайной величины, условного математического ожидания и метода построения наилучшего в среднеквадратичном прогноза, известных дискретных и непрерывных многомерных распределений, наиболее известных классов случайных процессов. Знание формул, используемых для нахождения числовых характеристик, частных и условных распределений непрерывного случайного вектора, а также для преобразования непрерывных случайных векторов. Умение применять эти формулы в стандартных постановках. Умение пользоваться методом характеристических функций. Умение проводить расчеты для однородных цепей Маркова. Знание основных понятий и моделей математической статистики, основных выборочных числовых характеристик и методов точечного статистического оценивания. Знание методов построения интервальных оценок и статистических критериев, элементов корреляционного и регрессионного анализа. Умение проводить сравнение статистических оценок с помощью функции риска. Умение строить частные регрессионные модели, основываясь на общей линейной модели наблюдений.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Тема 2. Случайные векторы и их характеристики. Преобразование случайных величин и векторов

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Безошибочное выполнение отдельного задания коллоквиума (решение задачи или ответ на теоретические вопросы). Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	.5
Задание выполнено неверно или отсутствует	0

Коллоквиум 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Безошибочное выполнение отдельного задания коллоквиума (решение задачи или ответ на теоретические вопросы). Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	.5
Задание выполнено неверно или отсутствует	0

Расчетная работа 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Задание выполнено безошибочно. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножения на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножения на максимальный рейтинговый балл.	.5

балл.	
Задание выполнено неверно или отсутствует	0

Коллоквиум 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Безошибочное выполнение отдельного задания коллоквиума (решение задачи или ответ на теоретические вопросы). Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	.5
Задание выполнено неверно или отсутствует	0

Расчетная работа 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **10**

Показатели оценивания	Баллы
Задание выполнено безошибочно. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножения на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножения на максимальный рейтинговый балл.	.5
Задание выполнено неверно или отсутствует	0

Итоговый контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
-----------------------	-------

Безошибочное выполнение отдельного задания коллоквиума (решение задачи или ответ на теоретические вопросы). Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками. Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножением на максимальный рейтинговый балл.	.5
Задание выполнено неверно или отсутствует	0