

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: **Скачкова Елена Александровна**

Рабочая программа дисциплины

УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Код УМК 70013

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Уравнения с запаздывающим аргументом и их приложения

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление подготовки: **01.03.01** Математика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Уравнения с запаздывающим аргументом и их приложения** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ПК.1 Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Индикаторы

ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований

ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

4. Объем и содержание дисциплины

Направление подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	10
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	14
Проведение практических занятий, семинаров	28
Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку	0
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (10 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Уравнения с запаздывающим аргументом и их приложения. Первый семестр

Основы теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Классификация уравнений с отклоняющимся аргументом. Основная начальная задача для дифференциальных уравнений с запаздыванием. Принцип сглаживания решений уравнений с запаздыванием. Принцип сжатых отображений. Теорема существования и единственности решения основной начальной задачи для уравнения с несколькими сосредоточенными запаздываниями. Теорема существования и единственности решения основной начальной задачи для системы уравнений с распределенным запаздыванием. Непрерывная зависимость решений основной начальной задачи от параметров и начальных функций. Специфические особенности решений уравнений с запаздыванием. Возможность продолжения решения. Перенос начальной точки. Теоремы о достаточных условиях интервалов слияния. Теорема о достаточных условиях нелокальной продолжимости решений. Вывод формулы общего решения для линейной системы с линейными запаздываниями.

Методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом.

Метод шагов решения дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и с запаздыванием. Линейные дифференциальные уравнения с запаздыванием. Дифференциальные уравнения Бернулли с запаздыванием. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах с запаздыванием. Необходимые и достаточные условия. Примеры.

Периодические решения.

Периодические решения линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и с запаздыванием. Периодические решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и с запаздыванием. Комплексная форма ряда Фурье для периодической функции. Отыскание частного периодического решения линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами и с запаздыванием разложением правой части уравнения в ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье для периодической функции. Отыскание частного периодического решения линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами и с запаздыванием разложением правой части уравнения в ряд Фурье.

Практическая работа №1

Проверяются знания, умения и навыки, полученные при изучении следующих тем:
Основные теоремы теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.
Методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом.
Периодические решения уравнений.

Приближенное решение дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Метод разложения по степеням запаздывания. Приближенный метод Пуанкаре нахождения периодического решения квазилинейного уравнения с малым параметром и с запаздыванием. Примеры.

Применение дифференциальных уравнений с запаздыванием к решению прикладных задач.

Экономический цикл Колецкого. Дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом, описывающее изменение запаса наличного капитала
Дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом, описывающее динамику национального дохода в моделях с лагами (потребление пропорционально национальному доходу)
Дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом, описывающее динамику национального дохода в моделях с лагами (потребление экспоненциально растет с темпом прироста)

Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом в биологии и экологии.
Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом в медицине.

Практическая работа №2

Проверяются знания, умения и навыки, полученные при изучении следующих тем:

Приближенное решение дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Применение дифференциальных уравнений с запаздыванием к решению прикладных задач.

Итоговое контрольное мероприятие

Проверяются знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Геворкян, Э. А. Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом : учебное пособие / Э. А. Геворкян. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011. — 155 с. — ISBN 978-5-374-00568-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/10662>
2. Гусаренко С. А. Функционально-дифференциальные уравнения. Элементы теории: учебно-методическое пособие/С. А. Гусаренко.-Пермь:Пермский государственный национальный исследовательский университет,2018, ISBN 978-5-7944-3106-3 <https://elis.psu.ru/node/508646>
3. Беллман Р. и К., Кеннет Л. Дифференциально-разностные уравнения: перевод с английского/Р. и К. Беллман, Л. Кеннет ; пер. А. М. Зверкин ; ред. Л. Э. Эльсгольц.-Москва:Мир,1967.-548.

Дополнительная:

1. Пинни Э. Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения/Э. Пинни ; пер. с англ.: А. М. Зверкин, Г. А. Каменский ; ред. Л. М. Эльсгольц.-Москва:Издательство иностранной литературы,1961.-248.-Библиогр.: с. 228-242
2. Норкин Сим Борисович Дифференциальные уравнения второго порядка с запаздывающим аргументом:Некоторые вопросы теории колебаний систем с запаздыванием/Сим Борисович Норкин.-М.:Наука,1965.-354.
3. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/433869>
4. Мышкис А. М. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом/А. М. Мышкис.-Москва:Наука,1972.-352.-Библиогр.: с. 340-349. - Указ. имен: с. 350-351. - Предм. указ.: с. 352

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Уравнения с запаздывающим аргументом и их приложения** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Уравнения с запаздывающим аргументом и их приложения**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>Знает способы решения задач, касающихся области уравнений с запаздывающим аргументом, умеет решать задачи, связанные с уравнениями с запаздывающим аргументом</p>	<p align="center">Неудовлетворител Не знает способы решения задач, касающихся области уравнений с запаздывающим аргументом, не умеет решать задачи, связанные с уравнениями с запаздывающим аргументом</p> <p align="center">Удовлетворительн Демонстрирует частично сформированные знания способов решения задач, касающихся области уравнений с запаздывающим аргументом, частично сформированные умения решать задачи, связанные с уравнениями с запаздывающим аргументом</p> <p align="center">Хорошо Демонстрирует сформированные, но содержащие пробелы знания способов решения задач, касающихся области уравнений с запаздывающим аргументом, сформированные, но содержащие пробелы умения решать задачи, связанные с уравнениями с запаздывающим аргументом</p> <p align="center">Отлично Демонстрирует сформированные знания способов решения задач, касающихся области уравнений с запаздывающим аргументом, сформированные умения решать задачи, связанные с уравнениями с запаздывающим аргументом</p>
<p>ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Знает понятие корректной постановки математической задачи, умеет математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p align="center">Неудовлетворител Не знает понятие корректной постановки математической задачи, не умеет математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>Демонстрирует частично сформированное знание понятие корректной постановки математической задачи, частично сформированное умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Демонстрирует сформированное, но содержащее пробелы знание понятие корректной постановки математической задачи, сформированное, но содержащее пробелы умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Демонстрирует сформированное знание понятие корректной постановки математической задачи, сформированное умение математически корректно формулировать проблемы научных и прикладных исследований</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований	Практическая работа №1 Письменное контрольное мероприятие	Основные теоремы теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом. Периодические решения уравнений.
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований	Практическая работа №2 Письменное контрольное мероприятие	Приближенное решение дифференциальных уравнений с запаздыванием. Применение дифференциальных уравнений с запаздыванием к решению прикладных задач.
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие	Основные теоремы теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом. Периодические решения уравнений. Приближенное решение дифференциальных уравнений с запаздыванием. Применение дифференциальных уравнений с запаздыванием к решению прикладных задач.

Спецификация мероприятий текущего контроля

Практическая работа №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные теоремы теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Умеет воспроизвести доказательство основных теорем теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Контролирует правильность преобразований.	10
Знает основные приемы нахождения периодических решений уравнений с запаздывающим аргументом. Умеет применить основные приемы нахождения периодических решений уравнений с запаздывающим аргументом. Контролирует правильность преобразований.	10
Знает основные методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом. Умеет применить основные методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом. Контролирует правильность преобразований.	10

Практическая работа №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные методы приближенного решения дифференциальных уравнений с запаздыванием. Умеет применить основные методы приближенного решения дифференциальных уравнений с запаздыванием. Контролирует правильность преобразований.	10
Умеет провести анализ математических моделей, описываемых с помощью дифференциальных уравнений с запаздыванием. Контролирует правильность преобразований.	10
Знает основные математические модели, описываемые с помощью дифференциальных уравнений с запаздыванием. Умеет воспроизвести вывод математических моделей, описываемых с помощью дифференциальных уравнений с запаздыванием. Контролирует правильность преобразований.	10

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные теоремы теории дифференциальных уравнений с запаздывающим	10

<p>аргументом. Умеет воспроизвести доказательство основных теорем теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Контролирует правильность преобразований.</p>	
<p>Знает основные математические модели, описываемые с помощью дифференциальных уравнений с запаздыванием. Умеет воспроизвести вывод математических моделей, описываемых с помощью дифференциальных уравнений с запаздыванием. Контролирует правильность преобразований.</p>	10
<p>Знает основные методы приближенного решения дифференциальных уравнений с запаздыванием. Умеет применить основные методы приближенного решения дифференциальных уравнений с запаздыванием. Контролирует правильность преобразований.</p>	10
<p>Знает основные методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом. Умеет применить основные методы интегрирования уравнений с запаздывающим аргументом. Контролирует правильность преобразований.</p>	10