

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: **Волочков Александр Андреевич**

Рабочая программа дисциплины
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ
Код УМК 95225

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Дополнительные главы линейной алгебры

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление подготовки: **01.03.01** Математика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Дополнительные главы линейной алгебры** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ПК.1 Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Индикаторы

ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований

ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

4. Объем и содержание дисциплины

Направление подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	8
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	14
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (8 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Введение

Минимальные необходимые сведения из теории множеств, алгебры, общей топологии и теории категорий.

Множества и отображения

Минимальный необходимый набор сведений о множествах и отображениях.

Основные алгебраические структуры

Минимальный необходимый набор сведений об основных алгебраических структурах - группы, кольца, модули, их морфизмы.

Общая топология

Минимальный необходимый набор сведений из общей топологии - определение топологических пространств, примеры, непрерывные отображения, их простейшие свойства, связность, линейная связность, компоненты связности, компактность, нормальность.

Категории

Минимальный необходимый набор сведений о категориях и функторах - определение категории, примеры, определение, простейшие свойства и примеры функторов, естественные преобразования функторов, категория функторов, категория малых категорий.

Гомологическая алгебра

Здесь развивается аппарат гомологической алгебры, который потребуется в будущем для теории сингулярных гомологий и ее приложений. Эти сведения могут быть использованы в последующих курсах алгебры, алгебраической геометрии, топологии.

Стандартные леммы гомологической алгебры, включая лемму о змее и лемму о пяти морфизмах

Некоторые стандартные леммы гомологической алгебры, включая лемму о змее и лемму о длинной точной последовательности.

Комплексы, градуированные модули и их морфизмы

Первые сведения о комплексах, градуированных модулях и их морфизмах - определения, примеры и первые замечания.

Цепные комплексы, дифференциальные модули и их морфизмы

Первые сведения о цепных комплексах, дифференциальных градуированных модулях и их морфизмах - определения, примеры и первые замечания.

Гомологии, гомологическая последовательность короткой точной последовательности

Гомологии цепных комплексов, длинная точная последовательность.

Цепные гомотопии

Цепные гомотопии цепных отображений. Совпадение цепно гомотопных отображений на уровне гомологий.

Практическая работа 1

Работа на базовую гомологическую алгебру и контроль владения материалом из введения.

Сингулярные гомологии

Сингулярные гомологии - от основ до классических приложений.

Функторы сингулярных цепей

Построение функтора сингулярных цепей - стандартные симплексы, сингулярные симплексы, свободные модули, ими порожденные, сингулярные цепи, индуцированные отображения.

Оператор границы, функтор сингулярного комплекса

Грани стандартных симплексов, стандартные вложения граней, тождество для данных вложений, граница сингулярной цепи, равенство $d^2 = 0$, сингулярный комплекс, функтор сингулярного комплекса.

Сингулярный функтор и гомотопии

Доказательство цепной гомотопности цепных отображений, индуцированных гомотопными непрерывными отображениями.

Гомологическая последовательность короткой точной последовательности

Гомологическая последовательность короткой точной последовательности сингулярных комплексов.

Теорема о покрытиях

Доказательство теоремы о покрытиях с развитием необходимой для него техники подразделений.

Последовательность Майера-Вьеториса

Приложение теоремы о покрытиях к получению точной последовательности Майера-Вьеториса гомологий.

Гомологии сфер

Приложение развитой ранее техники к нахождению модулей гомологий сфер.

Приложения

Ретракции шара на его границу, теорема Брауэра о неподвижной точке, степень непрерывного отображения сфер, векторные поля на сферах, теорема Жордана-Брауэра о разделении, теорема Брауэра о сохранении области

Практическая работа 2

Проверка понимания конструкции сингулярного функтора, его основных свойств и приложений.

CW-комплексы и их гомологии

Клеточные комплексы и их приложения к изучению гомологий.

Приклеивание пространств по отображениям

Фактормножества, факторпространства, фактортопологии, замкнутые отношения эквивалентности, критерий отделимости факторпространства, склеивание топологических пространств по непрерывным отображениям их подмножеств, приклеивание клеток, аксиома вырезания.

Клеточные комплексы

CW-комплексы, их гомологии.

Гомологии графов и поверхностей

Приложение развитой ранее техники к изучению гомологий графов и поверхностей.

Гомологии проективных пространств

Приложение развитой ранее техники к изучению гомологий проективных пространств.

Итоговое контрольное мероприятие

Вычисление гомологий несложно устроенных CW-комплексов.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Хатчер А. Алгебраическая топология/А. Хатчер ; пер. с англ. В. В. Прасолова ; под ред. Т. Е. Панова.- Москва:Издательство МЦНМО,2011, ISBN 978-5-94057-748-5.-688.-Библиогр.: с. 676-681
2. Гельфанд С. И.Методы гомологической алгебры.в 2-х т. Т. 1.Введение в теорию кохомологий и производные категории/С. И. Гельфанд, Ю. И. Манин.-Москва:Наука,1988, ISBN 5-02-013723-5
3. Ленг Серж Алгебра/Серж Ленг.-Москва:Мир,1968.-564.
4. Келли Дж. Общая топология:[учебник]/Дж. Келли ; пер. А. В. Архангельский.-Москва:Наука,1981.-432.-Библиогр.: с. 410. - Предм. указ.: с. 426
5. Бурбаки Н.Элементы математики Ч. 1. Кн. 2.Алгебра,Гл. 10:Гомологическая алгебра/Н. Бурбаки ; пер. Е. С. Голод ; ред. А. И. Кострикин.-Москва:Мир,1987.-182.-Библиогр.: с. 681
6. Цыбуля, Л. М. Алгебра: основные структуры алгебры, линейная алгебра. Курс лекций : учебное пособие / Л. М. Цыбуля, Е. Е. Ширшова. — Москва : Московский педагогический государственный университет, 2022. — 112 с. — ISBN 978-5-4263-1058-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. <https://www.iprbookshop.ru/122485>

Дополнительная:

1. Ряднов, А. В. Алгебраические системы. Кольца и поля : учебно-методическое пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, М. Е. Булатникова. — Москва : Российский университет транспорта (МИИТ), 2021. — 56 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. <https://www.iprbookshop.ru/122047.html>
2. Архангельский А. В. Канторовская теория множеств/А. В. Архангельский.-Москва:Издательство МГУ,1988, ISBN 5-211-00080-3.-110.

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<https://elis.psu.ru> Электронная библиотека ПГНИУ.

<https://link.springer.com> Книги издательства Springer.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Дополнительные главы линейной алгебры** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF и DJVU-файлов - «Adobe Acrobat Reader DC», "STDU Viewer";
- Источники информации: Электронные интернет-библиотеки.
- Средства для подготовки текстов: LaTeX, TeXstudio.
- Системы компьютерной алгебры, средства визуализации: SageMath, SymPy.
- Общение и орг. вопросы: Discord.
- Поиск: Google.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Дополнительные главы линейной алгебры**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Овладел основами теории множеств, общей топологии, алгебры, гомологической алгебры, знает ее основные приложения, умеет решать стандартные задачи.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Студент не владеет определениями и базовыми фактами, касающимися теории множеств, общей топологии, алгебры, гомологической алгебры, не может решить простейшие задачи на указанные темы.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Студент может воспроизвести определения и базовые факты, касающиеся теории множеств, общей топологии, алгебры, гомологической алгебры. Способен решить простейшие задачи.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Студент в основном понимает базовую теорию множеств, общую топологию, алгебру, гомологическую алгебру. Способен решать стандартные задачи.</p> <p align="center">Отлично</p> <p>Студент хорошо понимает базовую теорию множеств, общую топологию, алгебру, гомологическую алгебру. Способен решать задачи, слегка отклоняющиеся от стандартных.</p>
<p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>Знает актуальные проблемы, стоящие перед гомологической алгеброй и алгебраической топологией, умеет находить интересные вопросы и исследовать их.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Студент не знает конструкцию сингулярного функтора, или его основные свойства и приложения, или не умеет решать простейшие задачи на указанные темы.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Студент знает построение сингулярного функтора, владеет его основными свойствами, может сформулировать некоторые классические теоремы алгебраической топологии, умеет решать простейшие задачи на указанные темы.</p> <p align="center">Хорошо</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Студент в основном понимает построение функтора сингулярных гомологий, вывод его главных свойств, умеет решать стандартные задачи на указанные темы.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Студент хорошо понимает построение функтора сингулярных гомологий, вывод его главных свойств, может решать задачи на указанные темы, чуть отклоняющиеся от стандартных.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Практическая работа 1 Письменное контрольное мероприятие	Множества, отображения, осн. алг. стр-ры, об. топология, категории, цепные комплексы, цепные отображения, гомологии, гомологические последовательности, цепные гомотопии.
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований	Практическая работа 2 Письменное контрольное мероприятие	Функтор сингулярного комплекса, длинная точная последовательность гомологий, теорема о покрытиях, гомологии сфер.
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие	Клеточные комплексы, гомологии графов, поверхностей, проективных пространств.

Спецификация мероприятий текущего контроля

Практическая работа 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Множества, отображения, осн. алг. стр-ры.	10
Цепные комплексы, цепные отображения, гомологии, гомологические последовательности, цепные гомотопии.	10
Общая топология, категории.	10

Практическая работа 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Теорема о покрытиях.	9
Гомологии сфер.	7
Функтор сингулярного комплекса.	7
Длинная точная последовательность гомологий.	7

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Гомологии графов, поверхностей, проективных пространств.	20
Клеточные комплексы.	20