

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

**Авторы-составители: Скачкова Елена Александровна  
Шилова Елена Алексеевна  
Левко Светлана Владимировна**

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 1**  
Код УМК 95718

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Математический анализ 1

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика  
направленность Программа широкого профиля

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математический анализ 1** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.01** Математика (направленность : Программа широкого профиля)

**ОПК.1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

#### **Индикаторы**

**ОПК.1.1** Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности

#### 4. Объем и содержание дисциплины

|   |  |
|---|--|
| <b>Направления подготовки</b>                                     | 01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)   |
| <b>форма обучения</b>   | очная  |
| <b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>          | 1,2,3,4  |
| <b>Объем дисциплины (з.е.)</b>                                    | 17   |
| <b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>                                 | 612  |
| <b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b> | 238  |
| <b>Проведение лекционных занятий</b>                              | 98   |
| <b>Проведение практических занятий, семинаров</b>                 | 140  |
| <b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>                           | 374  |
| <b>Формы текущего контроля</b>                                    | Входное тестирование (1)<br>Итоговое контрольное мероприятие (4)<br>Письменное контрольное мероприятие (8) |
| <b>Формы промежуточной аттестации</b>                             | Экзамен (1 триместр)<br>Экзамен (2 триместр)<br>Экзамен (3 триместр)<br>Экзамен (4 триместр)               |

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### 1 триместр

#### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверка знаний элементарной математики.

#### Тема 1. Теория пределов

Понятие последовательности и ее сходимости. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей: арифметические операции; свойства, выраженные неравенствами. Сходимость монотонных последовательностей, число  $e$ . Подпоследовательности, предельные точки последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности, понятие фундаментальности последовательности. Определение функции. Определение предельного значения функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы. Предел функции по базе. Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши существования предела функции. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Эквивалентность различных определений непрерывности. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Предел и непрерывность монотонной функции. Теорема существования обратной функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойство непрерывной функции сохранять знак. Свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Больцано-Коши, теоремы Вейерштрасса: равномерная непрерывность, теорема Кантора.

#### КТ1

Нахождение пределов последовательности и функций, раскрытие неопределённости. Исследование функций на непрерывность, определение характера точек разрыва. Сравнение бесконечно малых, определение порядка малости.

#### Тема 2. Дифференцирование ФОП

Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции в точке, связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Основные правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Основные свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределённости. Формула Тейлора. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций.

#### КТ2

Исследование функций с помощью производных. Условия постоянства функций, возрастания и убывания функций. Локальный экстремум функции, необходимые и достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Лабораторные работы проводятся в терминальном классе, с помощью пакетов аналитических вычислений рассматривается и реализуется алгоритм исследования функции и построения её графика, исследуется положение касательных к графику в различных характерных точках

#### ИКМ 1

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной переменной. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре.

## **2 триместр**

### **Тема 3. Интегрирование ФОП**

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов, метод Остроградского. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинома (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений.

Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем. Свойства определенного интеграла с верхним переменным пределом, связь определенного интеграла с неопределенным. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения.

Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимости. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Интегралы от знакоположительной функции: критерий сходимости, признаки сравнения в простой и предельной форме. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимости. Признаки Абеля и Дирихле.

Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.

Замена переменной и интегрирование по частям в несобственном интеграле. Понятие главного значения интеграла.

### **КТ 3**

Нахождение частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных. Вычисление градиента и производной по направлению. Исследование функции двух переменных на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значения на множестве.

### **Тема 4. Дифференцирование ФНП**

Понятие  $n$ -мерного координатного и  $n$ -мерного векторного пространства. Топологические понятия  $n$ -мерного пространства: окрестность точки; открытые и замкнутые множества; предельные, граничные точки множества, точки прикосновения; связные множества, области.

Сходимость последовательности точек, критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел

функции  $n$  переменных в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы. Непрерывность функции  $n$  переменных. Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах.

Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости функции в точке, их эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков, не инвариантность их формы. Формула Тейлора. Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум.

#### **КТ 4**

Вычисление неопределенных интегралов методами: непосредственно, внесение под знак дифференциала, замена переменных, интегрирование по частям, МНК, метод подстановки. Вычисление площадей, длин дуг, объемов тела вращения. Вычисление несобственных интегралов.

#### **ИКМ 2**

Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.

### **3 триместр**

#### **Тема 5. Числовые ряды**

Числовой ряд и его сходимость. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерий сходимости знакоположительного ряда. Признаки сравнения в простой и предельной форме. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак.

Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле.

#### **КТ5**

Исследование числовых рядов на сходимость. Приближенное вычисление суммы ряда.

#### **Тема 6. Функциональные ряды**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование.

Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Оценка погрешностей.

Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.

Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.

### **КТ6**

Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Приближенные вычисления. Разложение функций в ряд Фурье. Построение графика суммы ряда Фурье.

### **ИКМ 3**

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать (в том числе на языке « $\epsilon$ - $n$ »).

Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств числовых и функциональных рядов.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.

## **4 триместр**

### **Тема 7. Кратные интегралы**

Задача об объеме криволинейного цилиндра. Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу, их свойства. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области.

Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.

Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади квадратуемой фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки).

Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле.

### **КТ 7**

Вычисление двойных и тройных интегралов путем сведения к повторным и методом замены переменных. Решение задач на нахождение физических и геометрических приложений кратных интегралов.

### **Тема 8. Криволинейные и поверхностные интегралы**

Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, способ вычисления, механическая интерпретация.

Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, способ вычисления. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Механическая интерпретация.

Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.

Поверхностный интеграл первого рода. Определение, способ вычисления. Механические приложения. Двусторонние поверхности, ориентация поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Определение, сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов. Понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям: абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Остроградского-Гаусса.

#### **КТ 8**

Сведение криволинейного интеграла к определённым. Сведение поверхностного интеграла к двойному. Вычисление потока, циркуляции и других физических приложений.

#### **ИКМ 4**

Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств числовых и функциональных рядов.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-09085-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/427043>
2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 315 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437204>
3. Математический анализ и дискретная математика : учебное пособие для вузов / Е. Г. Плотникова, С. В. Левко, В. В. Логинова, Г. М. Хакимова ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 300 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-07545-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/441347>
4. Аксенов, А. П. Математический анализ в 4 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 282 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03510-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/434527>
5. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/437203>
6. Аксенов, А. П. Математический анализ в 4 ч. Часть 3 : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 361 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-04024-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/434529>
7. Быкова, О. Н. Математический анализ. Часть 1 : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин. — Москва : Московский педагогический государственный университет, 2016. — 120 с. — ISBN 978-5-4263-0391-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/72501.html>
8. Аксенов, А. П. Математический анализ в 4 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 344 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03512-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/434528>

### Дополнительная:

1. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-04617-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/427808>

2. Левко С. В. Математический анализ. Практикум по решению задач. учебно-методическое пособие для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей механико-математического, экономического и физического факультетов, изучающих дисциплину "Математический анализ" Ч. 3/С. В. Левко, Е. А. Скачкова, Е. А. Шилова ; М-во науки и высш. образования РФ, Пермский государственный национальный исследовательский университет.-Пермь:ПГНИУ,2019, ISBN 978-5-7944-3379-1.-92.-Библиогр.: с. 91 <https://elis.psu.ru/node/602721>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математический анализ 1** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.
2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математический анализ 1**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

| <b>Компетенция<br/>(индикатор)</b>  | <b>Планируемые результаты<br/>обучения</b>   | <b>Критерии оценивания результатов<br/>обучения</b>  |
|---|--|--|
| <p><b>ОПК.1.1</b><br/>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности</p> | <p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности; <b>УМЕТЬ:</b> использовать основные понятия, концепции, задачи и методы математического анализа в профессиональной деятельности; <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории математического анализа; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации.</p> | <p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать ограниченный набор задач. Может допускать множественные арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные проблемы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Отлично</b></p> <p>Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p> |

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| Компетенция<br>(индикатор)  | Мероприятие<br>текущего контроля                 | Контролируемые элементы<br>результатов обучения  |
|---|--|--|
| <b>Входной контроль</b>   | Входной контроль<br><b>Входное тестирование</b>  | Преобразование алгебраического выражения. Нахождение значения выражения. Решение логарифмического, тригонометрического неравенства, неравенства с модулем. Нахождение области определения функции. Построение на координатной плоскости множества точек, удовлетворяющих некоторому соотношению. |
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | КТ1<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Вычисление предела последовательности или функции с использованием алгебраических преобразований. Вычисление предела функции с использованием замечательных пределов. Нахождение точек разрыва функции и определение их характера. Нахождение порядка малости и главной части функции.           |

| Компетенция<br>(индикатор)  | Мероприятие<br>текущего контроля                 | Контролируемые элементы<br>результатов обучения  |
|---|--|--|
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | КТ2<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Нахождение производной функции одной переменной с использованием правил дифференцирования.<br>Нахождение производной второго порядка параметрически заданной функции в некоторой точке.<br>Нахождение первого и второго дифференциала функции одной переменной. Нахождение касательной к графику функции.  |
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | ИКМ 1<br><b>Итоговое контрольное мероприятие</b> | Знание основных понятий математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать. Умение сформулировать утверждение на языке окрестностей.<br>Знание основных формул и умение их записать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать. Умение устанавливать связи между понятиями и обосновывать эти связи. Умение определять по графику функции одной переменной её свойства.<br>Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре. |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Решение неравенств  | 4     |
| Нахождение области определения функции.   | 2     |
| Построение на координатной плоскости множества точек, удовлетворяющих некоторому соотношению. | 2     |

|   |   |
|---|---|
| Преобразование алгебраического выражения. | 1 |
| Нахождение значения выражения.            | 1 |

### КТ1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Вычисление предела последовательности или функции с использованием алгебраических преобразований. | 9     |
| Вычисление предела функции с использованием замечательных пределов.                               | 8     |
| Нахождение точек разрыва функции и определение их характера.                                      | 7     |
| Нахождение порядка малости и главной части функции.   | 6     |

### КТ2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Исследование функции и построение её графика.   | 17    |
| Нахождение уравнений касательной и нормали к графику функции, заданной явно, неявно или параметрически. | 7     |
| Вычисление предела с использованием правила Лопиталья.  | 6     |

### ИКМ 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре      | 13    |
| Знание основных понятий математического анализа, используемых в 1 триместре, и умение их формулировать. | 10    |
| Умение устанавливать связи между понятиями и обосновывать эти связи                                     | 10    |
| Умение определять по графику функции одной переменной её свойства                                       | 7     |

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

**Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| <b>Компетенция<br/>(индикатор)</b>  | <b>Мероприятие<br/>текущего контроля</b>                  | <b>Контролируемые элементы<br/>результатов обучения</b>  |
|---|---|--|
| <p><b>ОПК.1.1</b><br/>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности</p> | <p>КТ 3<br/><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p> | <p>Знание и умение использовать методы интегрирования. Умение построить кривую, заданную в декартовых и полярных координатах. Знание формулы и умение вычисления площади области, ограниченной такой кривой. Вычисление длины дуги, объема тела вращения.</p>  |
| <p><b>ОПК.1.1</b><br/>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности</p> | <p>КТ 4<br/><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p> | <p>Уметь находить производные первого и второго порядка функции заданной неявно и параметрически. Уметь находить частные и смешанные производные функции нескольких переменных. Знать формулы и уметь находить производные сложной функции. Знать и уметь находить дифференциалы первого и второго порядка фнп. Уметь проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных.</p> |

| Компетенция<br>(индикатор)  | Мероприятие<br>текущего контроля                 | Контролируемые элементы<br>результатов обучения  |
|---|--|--|
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | ИКМ 2<br><b>Итоговое контрольное мероприятие</b> | Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре. |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### КТ 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания                                    | Баллы |
|--|-------|
| Нахождение неопределенного интеграла различными методами | 12    |
| Вычисление площади плоской фигуры                        | 7     |
| Вычисление объема тела вращения                          | 6     |
| Вычисление длины дуги                                    | 5     |

#### КТ 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Уметь находить дифференциалы первого и второго порядка функции нескольких переменных | 13    |
| Уметь проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению в частных производных. | 7     |
| Уметь находить производные функции нескольких переменных указанного порядка.         | 6     |
| Знать уравнение касательной плоскости, уметь находить для заданной поверхности       | 4     |

#### ИКМ 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

| <b>Показатели оценивания</b>   | <b>Баллы</b> |
|--|--------------|
| Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.     | 16           |
| Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.             | 10           |
| Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. | 7            |
| Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.  | 7            |

**Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен**

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов : 100**

#### **Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| <b>Компетенция (индикатор)</b>  | <b>Мероприятие текущего контроля</b>             | <b>Контролируемые элементы результатов обучения</b>   |
|---|--|---|
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | КТ5<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Знание признаков сходимости числовых рядов. Умение применять эти признаки для исследования сходимости числовых рядов. |

| <b>Компетенция<br/>(индикатор)</b>  | <b>Мероприятие<br/>текущего контроля</b>                 | <b>Контролируемые элементы<br/>результатов обучения</b>   |
|---|--|---|
| <p><b>ОПК.1.1</b><br/>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности</p> | <p>КТ6<br/><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p> | <p>Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций. Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.</p> |
| <p><b>ОПК.1.1</b><br/>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности</p> | <p>ИКМ 3<br/><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p> | <p>Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать (в том числе на языке «<math>\epsilon</math>-<math>\delta</math>»). Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств числовых и функциональных рядов. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.</p>   |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**  
 Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Умение применять достаточные признаки для исследования сходимости числовых рядов. | 17    |
| Знание признаков сходимости числовых рядов.                                       | 8     |
| Исследование на абсолютную и условную сходимость ряд.                             | 5     |

### КТ6

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**  
 Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Умение разложить функцию ряд Тейлора. Умение находить область сходимости получившегося ряда.             | 9     |
| Умение находить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда                            | 9     |
| Умение применить разложения к вычислению определённого интеграла. Умение оценить погрешность вычисления. | 8     |
| Знание основных известных разложений функций в ряд Маклорена.  | 5     |

### ИКМ 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**  
 Проходной балл: **17**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 3 триместре.     | 16    |
| Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной переменной.                         | 10    |
| Знание основных понятий математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать. | 7     |
| Знание основных теорем математического анализа, используемых в 3 триместре, и умение их формулировать.  | 7     |

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

**Конвертация баллов в отметки**

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| <b>Компетенция<br/>(индикатор)</b>  | <b>Мероприятие<br/>текущего контроля</b>          | <b>Контролируемые элементы<br/>результатов обучения</b>  |
|---|---|--|
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | КТ 7<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Умение сводить двойной интеграл по плоской области к повторному интегралу различными способами (внешнее интегрирование по $x$ , внешнее интегрирование по $y$ , в полярных координатах). Умение изобразить пространственное тело, ограниченное некоторыми поверхностями. Знание формулы вычисления объема такого тела. Умение применить эту формулу.   |
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | КТ 8<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b> | Знание формул для вычисления массы кривой. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления работы векторного поля по перемещению материальной точки вдоль кривой. Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Грина, умение применять ее в практических задачах. Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления потока векторного поля. Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Остроградского, умение применять ее в практических задачах. Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля. Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Стокса, умение применять ее в практических задачах. |

| Компетенция<br>(индикатор)  | Мероприятие<br>текущего контроля                        | Контролируемые элементы<br>результатов обучения   |
|---|---|---|
| <b>ОПК.1.1</b><br>Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | <b>ИКМ 4</b><br><b>Итоговое контрольное мероприятие</b> | Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать (в том числе на языке «ε- $\delta$ »). Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре. |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### КТ 7

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Умение сводить двойной и тройной интегралы к повторным интегралам различными способами | 13    |
| Знание формул вычисления объёма тела. Умение применить эти формулы.                    | 11    |
| Умение изобразить пространственное тело, ограниченное некоторыми поверхностями.        | 6     |

#### КТ 8

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания                          | Баллы |
|--|-------|
| Вычисление массы кривой и поверхности          | 13    |
| Вычисление поверхностных интегралов 1 и 2 рода | 10    |
| Вычисление криволинейных интегралов 1 и 2 рода | 7     |

#### ИКМ 4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

| <b>Показатели оценивания</b>  | <b>Баллы</b> |
|---|--------------|
| Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.     | 16           |
| Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.            | 10           |
| Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. | 7            |
| Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.  | 7            |