

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: **Еленский Юрий Наполеонович**

Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ЭКСТРЕМУМОВ И ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ
Код УМК 82274

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Теория экстремумов и выпуклый анализ

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика

направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Теория экстремумов и выпуклый анализ** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ПК.1 Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Индикаторы

ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований

ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	11
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	14
Проведение практических занятий, семинаров	28
Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку	0
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (11 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Теория экстремумов и выпуклый анализ. Первый семестр

Входной контроль

Нахождение экстремума функции одной и нескольких переменных, в том числе неявной функции. Решение задач на условный экстремум.

Производная Фреше. Производная Гато.

Дифференциал Фреше. Производная Фреше. Примеры. Свойства производной Фреше. Дифференциал Гато. Производная Гато.

Необходимые условия экстремума.

Необходимые условия экстремума в свойствах производной Фреше. Необходимые условия экстремума в свойствах производной Гато.

Достаточные условия экстремума.

Достаточные условия экстремума в свойствах производной Фреше.

Элементы выпуклого анализа.

Выпуклые функции. Локальный и глобальный минимумы выпуклой функции. Критерии точки минимума выпуклой функции. Критерий точки минимума выпуклой функции многих переменных.

Субдифференциал.

Субградиент. Субдифференциал. Критерий точки минимума выпуклой функции в свойствах субдифференциала.

Итоговое контрольное мероприятие

Свойства производной Фреше. Исследование выпуклых функций на экстремум.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Магарил-Ильяев Георгий Георгиевич, Тихомиров Владимир Михайлович Выпуклый анализ и его приложения/Георгий Георгиевич Магарил-Ильяев, Владимир Михайлович Тихомиров.-М.:Эдиториал УРСС,2000, ISBN 5-8360-0114-6.-176.-Библиогр.:с.164-170
2. Треногин В. А. Функциональный анализ:учебник/В. А. Треногин.-Москва:Физматлит,2002, ISBN 5-9221-0272-9.-488.-Библиогр.: с. 482
3. Одинец, В. П. Основы выпуклого анализа / В. П. Одинец, В. А. Шлензак ; перевод В. П. Одинец, М. Я. Якубсон ; под редакцией В. Н. Исакова. — Москва, Ижевск : Ижевский институт компьютерных исследований, 2019. — 520 с. — ISBN 978-5-4344-0707-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/91971>

Дополнительная:

1. Лутманов С. В. Элементы выпуклого анализа и методы оптимизации:учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки магистров "Механика и математическое моделирование»/С. В. Лутманов.-Пермь:Пермский государственный национальный исследовательский университет,2018, ISBN 978-5-7944-3114-8.-1.-Библиогр.: с. 180 <https://elis.psu.ru/node/507855>
2. Галеев Эльфат Михайлович, Тихомиров В. М. Оптимизация:теория,примеры,задачи/Эльфат Михайлович Галеев, В. М. Тихомиров.-М.:Эдиториал УРСС,2000, ISBN 5-8360-0041-7.-320.

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Теория экстремумов и выпуклый анализ** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Теория экстремумов и выпуклый анализ**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований</p>	<p>Знать: Определение производной Фреше, свойства производной Фреше. Определение точек экстремума, определение выпуклой функции, условия минимума таких функций. Уметь: Дифференцировать по Фреше конечномерные операторы. Находить точки экстремума выпуклой функции. Владеть: Навыками дифференцирования с применением свойств производной Фреше.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не умеет находить возможность использования производных Гато и Фреше нелинейных операторов, действующих в нормированных пространствах, к исследованию различных математических проблем и к решению прикладных задач. Не понимает, в каких ситуациях надо использовать теорию выпуклых функций для решения задач на экстремум вещественных функционалов.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Умеет находить возможность использования производных Гато и Фреше нелинейных операторов, действующих в нормированных пространствах, к исследованию простейших математических проблем и к решению стандартных прикладных задач.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Умеет находить возможность использования производных Гато и Фреше нелинейных операторов, действующих в нормированных пространствах, к исследованию различных математических проблем и к решению прикладных задач. Понимает, в каких ситуациях надо использовать теорию выпуклых функций для решения задач на экстремум вещественных функционалов.</p> <p align="center">Отлично</p> <p>Умеет находить возможность использования производных Гато и Фреше нелинейных операторов, действующих в нормированных пространствах, к</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>исследованию различных математических проблем и к решению прикладных задач. Понимает, в каких ситуациях надо использовать теорию выпуклых функций для решения задач на экстремум вещественных функционалов. Умеет обосновать выбор соответствующих методов.</p>
<p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>Знать: Определение производной Фреше, свойства производной Фреше. Определение точек экстремума, определение выпуклой функции, условия минимума таких функций. Уметь: решать прикладные задачи с использованием понятий, утверждений и методов теории экстремумов и выпуклого анализа выпуклой функции. Владеть: Навыками дифференцирования с применением свойств производной Фреше при решении прикладных задач.</p>	<p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> <p>Не знает определение производной Фреше, свойства производной Фреше, определение точек экстремума, определение выпуклой функции, условия минимума таких функций.; не умеет дифференцировать по Фреше конечномерные операторы, находить точки экстремума; не владеет навыками дифференцирования с применением свойств производной Фреше.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>Знает определение производной Фреше, свойства производной Фреше. Определение точек экстремума, определение выпуклой функции, условия минимума таких функций.; умеет дифференцировать по Фреше простейшие конечномерные операторы, находить точки экстремума не владеет навыками дифференцирования с применением свойств производной Фреше, допускает многочисленные ошибки в вычислениях.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Знает определение производной Фреше, свойства производной Фреше, определение точек экстремума, определение выпуклой функции, условия минимума таких функций.; умеет дифференцировать по Фреше простейшие конечномерные операторы, находить точки экстремума; владеет навыками дифференцирования с применением свойств производной Фреше, допускает ошибки в вычислениях.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Знает определение производной Фреше, свойства производной Фреше, определение точек экстремума, определение выпуклой</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Отлично</p> функции, условия минимума таких функций.; умеет дифференцировать по Фреше простейшие конечномерные операторы, находить точки экстремума; владеет навыками дифференцирования с применением свойств производной Фреше, не допускает ошибок в вычислениях.

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	Знание основных понятий, утверждений и методов решения задач математического и функционального анализа
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Контрольная работа №1 Письменное контрольное мероприятие	Нахождение производной Фреше композиции операторов разными способами.
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Контрольная работа №2 Письменное контрольное мероприятие	Нахождение точек минимума выпуклых функций.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований ПК.1.1 Математически корректно формулирует проблемы научных и прикладных исследований	Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие	Свойства производной Фреше. Исследование выпуклых функций на экстремум.

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Решение задачи на условный экстремум	3
Нахождение экстремума неявной функции	3
Нахождение экстремума функции одной переменной	2
Нахождение экстремума функции нескольких переменных	2

Контрольная работа №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Нахождение дифференциала Гато.	9
Нахождение производной Гато.	8
Нахождение производной Фреше.	7
Нахождение дифференциала Фреше.	6

Контрольная работа №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы

Нахождение точек минимума выпуклой функции нескольких переменных.	9
Использование достаточных условий экстремума выпуклой функции нескольких переменных.	8
Использование достаточных условий экстремума выпуклой функции одной переменной.	7
Нахождение точек минимума выпуклой функции одной переменной.	6

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Знает доказательства утверждений курса.	15
Решает основные задачи курса.	10
Знает формулировки утверждений курса.	8
Знает определения курса.	7