

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: **Шеремет Галина Геннадьевна
Скачкова Елена Александровна**

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Код УМК 94509

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Теория графов

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Теория графов** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач

ПК.1 Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Индикаторы

ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	5
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	14
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (5 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Входной контроль

Изучение курса опирается на школьные знания по математике и информатике.

Входной контроль проводится на первом практическом занятии, баллами не оценивается и состоит из 5 элементарных заданий.

Основные понятия: ориентированные и неориентированные графы

Краткое содержание лекционных занятий:

1 лекция (2 часа). Определение графа. Классификация графов по типу ребер (простой граф, псевдограф, мультиграф; ориентированный и неориентированный графы). Смежность вершин, инцидентность вершин и ребер, степень вершины неориентированного графа, полустепени исхода и захода вершин ориентированного графа. Способы задания графов: перечисление множеств, графический, матрицы смежности и инцидентности.

2 лекция (2 часа). Операции над графами. Связность ориентированных и неориентированных графов. Компоненты связности (сильной связности). Алгоритм нахождения СК. Мосты и точки сочленения.

3 лекция (2 часа). Деревья. Эквивалентные определения. Свойства. Остовное дерево графа. Теорема о числе остовных деревьев графа. Алгоритм построения всех остовных деревьев. Минимальное остовное дерево. Алгоритм Краскала.

Краткое содержание практических занятий:

1 занятие (2 часа). Построение графовых моделей для решения практических задач. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее применение.

2 занятие (2 часа). Матрицы смежности и инцидентности графа.

3 занятие (2 часа). Компоненты связности (сильной связности) графа. Алгоритм нахождения и применение к решению практических задач.

3 занятие (4 часа). Мосты и точки сочленения. Применение к решению практических задач.

КТ №1

Контролируемые элементы результатов обучения

Определение и способы задания графов: перечислением множеств вершин и ребер, графический, матричный: матрицы смежности и инцидентности.

Виды графов. Операции над графами.

Связность неориентируемых и ориентируемых графов, компоненты связности.

Центр, радиус, диаметр графа. Способы их нахождения.

Деревья, их свойства.

Остовное дерево графа. Минимальное остовное дерево графа.

Алгоритмы нахождения компонент связности графа; построения минимального остовного дерева графа.

Разбиения и расстояния на графах

Лекция 1 (2 часа). Цикломатическое число графа. Фундаментальные циклы. Линейное пространство

циклов. Разрезы и разрезающие множества графа. Матрицы циклов и разрезов. Эйлеровы и Гамильтоновы циклы. Задача коммивояжера. Задача китайского почтальона.

Лекция 2 (2 часа). Плоские и планарные графы. Критерии планарности графов. Свойства планарных графов. Формула Эйлера.

Практическое занятие 1. Цикломатическое число графа. Фундаментальные циклы. Линейное пространство циклов. Разрезы и разрезающие множества графа. Матрицы циклов и разрезов.

Практическое занятие 2. Эйлеровы и Гамильтоновы циклы. Задача коммивояжера. Задача китайского почтальона.

Практическое занятие 3. Плоские и планарные графы. Критерии планарности графов.

Практическое занятие 4. Свойства планарных графов. Формула Эйлера.

КТ №2

Контролируемые элементы результатов обучения:

Цикломатическое число графа. Фундаментальные циклы. Линейное пространство циклов. Разрезы и разрезающие множества графа. Матрицы циклов и разрезов. Эйлеровы и Гамильтоновы циклы. Задача коммивояжера. Задача китайского почтальона.

Плоские и планарные графы. Критерии планарности графов. Свойства планарных графов. Формула Эйлера.

Алгоритм построения фундаментальных циклов и разрезающих множеств; алгоритм построения плоской укладки графа.

Потоки в сетях

Лекция 1. Потоки в сетях. Основная задача о максимальном потоке.

Лекция 2. Паросочетания. Транспортная задача. Задача о назначениях.

Практическое занятие 1. Потоки в сетях. Основная задача о максимальном потоке.

Практическое занятие 2. Паросочетания. Транспортная задача. Задача о назначениях.

ИКМ

Контролируемые элементы результатов обучения:

Основные понятия теории графов.

Знание формулировок основных теорем теории графов и полностью сформированное умение их доказательства. Владение навыками построения и анализа графовых моделей прикладных задач.

Знания основных алгоритмов решения задач теории графов. Умение обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи. Владение навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов : учебное пособие / Р. Хаггарти. — Москва : Техносфера, 2012. — 400 с. — ISBN 978-5-94836-303-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/12723>
2. Новиков, Ю. В. Основы локальных сетей : учебное пособие / Ю. В. Новиков, С. В. Кондратенко. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 405 с. — ISBN 978-5-4497-0676-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/97563>

Дополнительная:

1. Веретенников, Б. М. Дискретная математика. Часть 1 : учебное пособие / Б. М. Веретенников, В. И. Белоусова ; под редакцией Н. В. Чуксина. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 132 с. — ISBN 978-5-7996-1199-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/66149.html>
2. Дискретная математика. Часть 1 : учебное пособие / И. П. Болодурина, Т. М. Отрыванкина, О. С. Арапова, Т. А. Огурцова. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 108 с. — ISBN 978-5-7410-1579-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/69898.html>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<https://intuit.ru/studies/courses/3466/708/info> Практикум по решению задач теории графов

<https://intuit.ru/studies/courses/3466/708/info> Практикум по решению задач теории графов

Приводятся начальные сведения о графах, основные понятия и определения, способы представления графов. Рассматриваются основные о Теория графов

<https://intuit.ru/studies/courses/3466/708/info> Практикум по решению задач теории графов

<https://intuit.ru/studies/courses/58/58/info> Теория графов

<https://intuit.ru/studies/courses/1033/241/info> Теория графов

<https://intuit.ru/studies/courses/3466/708/info> Практикум по решению задач теории графов

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Теория графов** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);

- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- офисный пакет (LibreOffice или Microsoft Office)

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Теория графов**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Знает основные понятия теории графов. Умеет строить графовую модель задачи и исследовать ее структуру. Владеет навыками применения методов теории графов при решении прикладных задач.	Неудовлетворител Не умеет строить графовую модель задачи и исследовать ее структуру. Удовлетворительн Умеет строить графовую модель, но исследование структуры графа выполняется с ошибками. Хорошо Умеет строить графовую модель задачи, исследовать структурные особенности графа. При этом в исследовании допущены некоторые неточности. Отлично Умеет исследовать графы, находить их основные характеристики и структурные особенности.

ПК.1

Способен решать профессиональные задачи, возникающие при проведении научных и прикладных исследований

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований	Знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Умеет обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи. Владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	Неудовлетворител Не знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Не умеет обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи. Не владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов. Удовлетворительн Знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Частично умеет обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи.

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>Слабо владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Умеет обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи. Частично владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Умеет обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи. Владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	Знание основных понятий теории множеств: множество, способы его задания, операции над множествами.
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	КТ №1 Письменное контрольное мероприятие	Определение и способы задания графов: перечислением множеств вершин и ребер, графический, матричный: матрицы смежности и инцидентности. Виды графов. Операции над графами. Связность неориентируемых и ориентируемых графов, компоненты связности. Центр, радиус, диаметр графа. Способы их нахождения. Деревья, их свойства. Остовное дерево графа. Минимальное остовное дерево графа. Алгоритмы нахождения компонент связности графа; построения минимального остовного дерева графа.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>КТ №2 Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Цикломатическое число графа. Фундаментальные циклы. Линейное пространство циклов. Разрезы и разрезающие множества графа. Матрицы циклов и разрезов. Эйлеровы и Гамильтоновы циклы. Задача коммивояжера. Задача китайского почтальона. Плоские и планарные графы. Критерии планарности графов. Свойства планарных графов. Формула Эйлера. Алгоритм построения фундаментальных циклов и разрезающих множеств; алгоритм построения плоской укладки графа.</p>
<p>ПК.1.2 Решает профессиональные задачи, предполагающие многообразие выбора, при проведении научных и прикладных исследований</p>	<p>ИКМ Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Основные понятия теории графов. Знание формулировок основных теорем теории графов и полностью сформированное умение их доказательства. Владение навыками построения и анализа графовых моделей прикладных задач. Знания основных алгоритмов решения задач теории графов. Умение обосновать выбор подходящего математического метода и построение алгоритма решения задачи. Владение навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Знание элементарных комбинаторных операций: выборка, повторная выборка; числа размещений и сочетаний.	35
Знание основных элементов теории множеств: множество и способы его задания, объединение,	35

пересечение, дополнение, разность, усеченная разность множеств.	
Матрицы (определение) и операции над ними (сложение, умножение на число, произведение).	30

КТ №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Сформированные систематические знания основных понятий теории графов. Демонстрирует знание формулировок основных теорем теории графов и полностью сформированное умение их доказательства. В совершенстве владеет навыками построения и анализа графовых моделей	40
Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий теории графов. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить доказательства теорем теории графов. Демонстрирует умение строить графовые модели типичных прикладных задач.	30
Общие, но не структурированные знания основных понятий теории графов. Знает формулировки основных теорем теории графов. Демонстрирует частично сформированное умение построения графовых моделей типичных прикладных задач.	20
Не знает основные понятия теории графов. Не умеет формулировать и доказывать основные теоремы теории графов. Не владеет навыками построения и анализа моделей типичных прикладных задач с помощью графов.	10

КТ №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Сформированные систематические знания основных алгоритмов решения задач теории графов. Демонстрирует полностью сформированное умение обосновать выбор подходящего математического метода и может привести алгоритм решения задачи. Демонстрирует уверенное владение навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	20
Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных алгоритмов решения задач теории графов. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи. Демонстрирует владение навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	15

Общие, но не структурированные знания основных алгоритмов решения задач теории графов. Умеет привести алгоритм решения задачи без его обоснования. Демонстрирует частично сформированное умение пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	10
Не знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Не умеет обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи. Не владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	5

ИКМ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Сформированные систематические знания основных алгоритмов решения задач теории графов. Демонстрирует полностью сформированное умение обосновать выбор подходящего математического метода и может привести алгоритм решения задачи. Демонстрирует уверенное владение навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	40
Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных алгоритмов решения задач теории графов. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи. Демонстрирует владение навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	30
Общие, но не структурированные знания основных алгоритмов решения задач теории графов. Умеет привести алгоритм решения задачи без его обоснования. Демонстрирует частично сформированное умение пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	20
Не знает основные алгоритмы решения задач теории графов. Не умеет обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи. Не владеет навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	10