

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра высшей математики

Авторы-составители: **Жекина Наталья Валерьевна
Полосков Игорь Егорович**

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Код УМК 87606

Утверждено
Протокол №1
от «30» августа 2019 г.

Пермь, 2019

1. Наименование дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика

направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Теория вероятностей и математическая статистика** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	5,6
Объем дисциплины (з.е.)	6
Объем дисциплины (ак.час.)	216
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	84
Проведение лекционных занятий	28
Проведение практических занятий, семинаров	56
Самостоятельная работа (ак.час.)	132
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Итоговое контрольное мероприятие (2) Письменное контрольное мероприятие (6)
Формы промежуточной аттестации	Зачет (5 триместр) Экзамен (6 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика. Первый семестр

Входной контроль

Знание основ математического анализа и аналитической геометрии.

Умение решать логические задачи, умение производить алгебраические преобразования, изображать на плоскости области, заданные с помощью неравенств, применять методы интегрального и дифференциального исчисления.

Раздел 1. Исчисление вероятностей случайных событий

1. Введение. Первичные понятия теории вероятностей и простейшие способы определения вероятности.

Экскурс в историю развития теории вероятностей. Случайные явления и предмет теории вероятностей. Основные типы задач, решаемых с применением вероятностно-статистических методов и моделей. Понятия случайного эксперимента (испытания) и события. Случайное, невозможное и достоверное события. Статистическая устойчивость частот событий и интуитивное представление о вероятности. Пространство элементарных событий с конечным числом исходов и классическое определение вероятности. Геометрический и статистический способы определения вероятностей.

2. Аксиоматическое построение теории вероятностей.

Операции над событиями: пересечение, объединение, дополнение, разность, импликация. Основные свойства операций над событиями. Алгебра и σ -алгебра событий, событие как измеримое (наблюдаемое) множество. Аксиоматическое определение вероятности А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство, примеры вероятностных пространств. Следствия из аксиом: непрерывность вероятностной меры, свойства вероятности для объединения несовместных и совместных событий, а также для объединения событий, образующих полную группу.

3. Вычисление вероятностей сложных событий.

Условная вероятность события. События независимые попарно и в совокупности, пример Бернштейна. Формулы умножения вероятностей, полной вероятности и Байеса. Примеры вычисления вероятностей сложных событий.

4. Схема независимых повторных испытаний.

Описание схемы независимых повторных испытаний. Вычисление вероятностей с помощью формулы Бернулли. Приближенные вычисления в схеме независимых повторных испытаний с помощью предельных теорем. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и следствия из нее.

Раздел 2. Анализ распределений одномерных случайных величин

5. Общие сведения о случайной величине.

Основные типы случайных величин: дискретная, непрерывная, смешанного типа и их примеры. Функция распределения случайной величины и ее основные свойства.

6. Анализ распределения случайной величины

Дискретная случайная величина. Различные способы описания случайных величин дискретного типа. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины. Нахождение вероятностей и числовых характеристик по таблице распределения вероятностей.

7. Наиболее известные дискретные распределения и их числовые характеристики.

Распределения вероятностей: биномиальное, пуассоновское, гипергеометрическое, отрицательно биномиальное. Числовые и вероятностные характеристики этих распределений. Описание ситуаций, в которых возможно использование этих распределений.

8. Общее понятие математического ожидания случайной величины.

Интеграл Лебега по вероятностной мере и математическое ожидание случайной величины. Определение математического ожидания с помощью интеграла Римана-Стилтьеса. Простейшие свойства математического ожидания и дисперсии случайной величины. Неравенство для начальных моментов, неравенства Коши-Буняковского и Йенсена. Общее понятие характеристической функции случайной величины.

9. Анализ абсолютно непрерывного распределения случайной величины.

Описание закона распределения случайной величины непрерывного типа с помощью функции плотности распределения вероятностей и функции распределения вероятностей. Соотношения, связывающие плотность и функцию распределения вероятностей. Основные числовые характеристики случайной величины непрерывного типа. Производящие функции моментов и их применение к вычислению числовых характеристик случайной величины. Особенности анализа случайных величин смешанного типа.

10. Наиболее известные абсолютно непрерывные распределения и их числовые характеристики

Распределения вероятностей: показательное, равномерное, нормальное, Парето, Коши. Числовые и вероятностные характеристики этих распределений. Описание ситуаций, в которых возможно использование этих распределений.

Раздел 3. Анализ распределений многомерных случайных величин (случайных векторов)

11. Распределение вероятностей и числовые характеристики случайного вектора.

Многомерные случайные величины дискретного и непрерывного типов. Основные числовые характеристики многомерных случайных величин: математическое ожидание, коэффициент корреляции, ковариация, ковариационная и корреляционная матрицы. Свойства числовых характеристик одномерных и многомерных случайных величин. Примеры многомерных распределений: полиномиальное, многомерное гипергеометрическое и многомерное нормальное распределения.

12. Частные и условные распределения, числовые характеристики дискретного и непрерывного случайных векторов.

Частное, условное и совместное распределения случайных величин. Нахождение вероятностей, частных и условных распределений, числовых характеристик многомерных случайных величин. Условное математическое ожидание, функция регрессии.

13. Преобразование многомерных случайных величин.

Постановка задачи. Основные приемы и формулы, используемые для нахождения закона распределения заданной функции от случайной величины. Моделирование случайных величин с заданным законом распределения. Универсальное преобразование случайных величин. Нахождение распределения суммы, разности, произведения и частного двух случайных величин. Законы распределения вероятностей, наиболее распространенные в практике статистических исследований: хи-квадрат, Стьюдента и Фишера.

Теория вероятностей и математическая статистика. Второй семестр

Раздел 4. Предельные теоремы теории вероятностей

14. Вероятностные неравенства, основные виды сходимости последовательности случайных величин и законы больших чисел.

Неравенства Чебышева и Маркова. Понятие о законе больших чисел. Сходимость по вероятности и почти наверное, сходимость по распределению и асимптотическая нормальность; взаимосвязи между различными видами сходимости. Необходимое и достаточное условие закона больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева, Хинчина и Маркова. Теорема непрерывности для последовательности случайных величин. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком математического ожидания, ее применение к доказательству теоремы Вейерштрасса о приближении функции. Усиленный закон больших чисел и его применение к методу Монте-Карло. Критерии Колмогорова усиленного закона больших чисел.

15. Метод характеристических функций в доказательстве предельных теорем.

Свойства характеристической функции случайной величины и вектора. Формулы обращения, теоремы непрерывности и единственности для характеристической функции. Характеристическая функция для вырожденного, нормального и пуассоновского распределений. Характеристическая функция многомерного нормального распределений, инвариантность этого распределения относительно невырожденного линейного преобразования. Композиционная устойчивость пуассоновского и одномерного нормального распределений. Метод характеристических функций в доказательстве предельных теорем на примере центральной предельной теоремы для независимых одинаково распределенных случайных величин. Интегральная теорема Муавра-Лапласа как частный случай центральной предельной теоремы. Доказательство закона больших чисел (теоремы Хинчина) с помощью метода характеристических функций. Теоремы Линдеберга и Ляпунова. Понятия устойчивого и безгранично-делимого распределений, сходимость к устойчивым и безгранично-делимым распределениям. Многомерная центральная предельная теорема. Особенности вероятностного анализа сумм со случайным числом слагаемых.

Раздел 5. Основы статистического описания результатов наблюдений

16. Основные понятия и модели математической статистики.

Вероятностная и статистическая модели случайного эксперимента. Основные типы статистических моделей: параметрическая, непараметрическая, байесовская; достоинства и недостатки каждой из моделей. Параметрическое и непараметрическое семейства распределений. Основные виды статистического вывода: точечное и доверительное оценивание, проверка гипотез. Генеральная совокупность, выборка и основные способы организации выборки. Результаты наблюдений, планы испытаний. Понятия статистики и статистической оценки. Независимая повторная выборка и ее совместный закон распределения. Независимая повторная выборка как частный случай линейной модели наблюдений. Выборочное пространство. Сужение выборочного пространства. Достаточные статистики. Функция правдоподобия. Критерий факторизации. Минимальные достаточные статистики.

17. Основные выборочные характеристики и их свойства, первичный анализ данных.

Выборочное распределение. Вариационный ряд и порядковые статистики. Выборочные начальные и центральные моменты, эмпирическая функция распределения и выборочная квантиль, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса. Нахождение выборочных характеристик по группированной выборке (по интервальным данным), распределение группированной выборки. Гистограмма и другие непараметрические оценки плотности распределения случайной величины, полигон частот. Основные статистические распределения. Законы распределения выборочных характеристик в нормальной генеральной совокупности. Асимптотическая нормальность эмпирических начальных моментов. Теоремы Гливленко и Колмогорова, их содержательный смысл. Асимптотическая нормальность

выборочной квантили. Плотность распределения одного и двух членов вариационного ряда. Распределение минимума и максимума случайных величин. Совместное распределение минимума и максимума.

Раздел 6. Статистическое оценивание параметров и характеристик распределения

18. Основные методы точечного статистического оценивания.

Постановка задачи точечного оценивания (в параметрической и непараметрической постановке). Основные методы параметрического оценивания: методы моментов и квантилей, максимального правдоподобия и подстановки. Построение оценок максимального правдоподобия с использованием принципа инвариантности (теорема Зехна). Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия в условиях регулярности Рао-Крамера.

19. Несмещенность и состоятельность точечных оценок.

Смещение и несмещенность точечной оценки, асимптотическая несмещенность. Получение несмещенных оценок с помощью Байесовского метода и путем линейного преобразования смещения. Несмещенная оценка дисперсии случайной величины. Нахождение несмещенной оценки дисперсии несмещенной оценки. Состоятельность и строгая состоятельность статистической оценки. Достаточные условия состоятельности, другие способы проверки состоятельности (использование законов больших чисел, теорем непрерывности, асимптотической нормальности). Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок, получаемых по методам моментов, квантилей и подстановки.

20. Сравнение точечных статистических оценок с помощью функции риска.

Некоторые понятия теории оценивания: функции потерь(ущерба) и риска, допустимые и недопустимые оценки. квадратичный риск, оптимальная оценка. Полные достаточные статистики: определение, примеры, единственность наилучшей несмещенной оценки. Улучшение несмещенных оценок путем их усреднения относительно достаточной статистики с помощью теоремы Блэквелла-Рао-Колмогорова. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Полнота и оптимальность несмещенной оценки. Неравенство информации (неравенство Крамера-Рао) для регулярных однопараметрических семейств. Многомерное неравенство Крамера-Рао, неравенства Бхаттачария. Эффективная оценка, достаточное условие эффективности несмещенной оценки. Эффективность и экспоненциальные семейства распределений.

21. Интервальное оценивание.

Интервальные оценки и доверительные области. Доверительные интервалы двусторонние и односторонние. Доверительные области и интервал предсказания. Основные принципы построения доверительных интервалов: доверительные интервалы минимальной длины и с равновероятными хвостами, Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Асимптотические методы построения доверительных интервалов: использование центральной предельной теоремы; преобразования, стабилизирующего дисперсию, использование асимптотических свойств точечных оценок и выборочных характеристик. Построение доверительных интервалов для вероятности, доли генеральной совокупности и математического ожидания.

Раздел 7. Проверка статистических гипотез

22. Основные понятия и подходы в теории проверки статистических гипотез.

Гипотезы простые и сложные. Статистика критерия. Критическая область. Ошибки 1-го и 2-го рода. Статистическая проверка гипотез: основные типы гипотез и общая логическая схема статистического

критерия. Критерии согласия и значимости. Характеристики качества критерия: функция мощности, уровень значимости, вероятности ошибок первого и второго рода, функция риска. Состоятельность критерия. Наблюденный уровень значимости. Наиболее мощный и равномерно наиболее мощный статистический критерий. Построение наиболее мощного критерия с использованием теоремы Неймана-Пирсона. Другие примеры применения статистики отношения правдоподобия.

23. Наиболее часто применяемые статистические критерии.

Проверка гипотез случайности и независимости с помощью критериев серий и инверсий, критерия хи-квадрат. Критерии согласия хи-квадрат и Колмогорова. Критерии однородности хи-квадрат и Колмогорова-Смирнова. Решение задач проверки статистических гипотез в условиях асимптотической нормальности статистики критерия. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка параметрической гипотезы о числовых значениях параметров. Проверка гипотез о вероятностях и долях генеральной совокупности, о средних и дисперсиях. Связь между процедурами доверительного оценивания и проверки гипотез.

Раздел 8. Основы статистического исследования зависимостей

24. Элементы корреляционного и регрессионного анализа

Понятия корреляционной и регрессионной зависимостей. Основные задачи корреляционного анализа. Основные типы переменных. Измерение силы связи между переменными с помощью коэффициентов корреляции Пирсона и Спирмена, свойства этих коэффициентов. Регрессионная модель и уравнение регрессии, спецификация модели. Регрессионные модели со случайными независимыми переменными, выборочные уравнения прямых регрессий. Решение проблемы оценивания неизвестных параметров парной регрессионной модели с помощью метода наименьших квадратов.

25. Линейные статистические модели

Общая линейная модель наблюдений и классические предположения. Частные случаи общей линейной модели: простейшая линейная модель, полиномиальная, множественная линейная регрессионная модель. Регрессионный анализ и планирование регрессионных экспериментов. Дисперсионный анализ (однофакторный и многофакторный). МНК-оценка коэффициентов линейной модели и ее основные свойства

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Математическая статистика: учебник для студентов вузов/В. Б. Горяинов [и др.] ; ред.: В. С. Зарубин, А. П. Крищенко.-2-е изд., стер..-Москва:Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана,2002, ISBN 5-7038-1730-7.-424.-Библиогр.: с. 414-416
2. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина ; под редакцией В. А. Колемаев. — 2-е изд. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — ISBN 5-238-00560-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/71075>
3. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей: учебное пособие для студентов вузов/В.Н. Тутубалин.- Москва:Академия,2008, ISBN 978-5-7695-4200-8.-3581.-Библиогр.: с. 353

Дополнительная:

1. Полосков И. Е. Теория вероятностей: курс лекций : учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности "Компьютерная безопасность" и по направлению подготовки бакалавров "Механика и математическое моделирование"/И. Е. Полосков.-Пермь,2014, ISBN 978-5-7944-2466-9.-1. <http://k.psu.ru/library/node/309211>
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/475438>
3. Коршунов Д. А., Фосс С. Г., Эйсымонт И. М. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей: учебное пособие/Д. А. Коршунов, С. Г. Фосс, И. М. Эйсымонт.-Санкт-Петербург:Лань,2004, ISBN 5-8114-0587-1.-192.-Библиогр.: с. 174-175
4. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для прикладного бакалавриата / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 130 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-10082-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/433980>
5. Климов, Г. П. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Г. П. Климов. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. — 368 с. — ISBN 978-5-211-05846-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/13115>
6. Математическая статистика : учеб. пособие / Н. И. Чернова; Новосиб. гос. ун-т — 2-е изд., испр. и доп. — Новосибирск : РИЦ НГУ, 2014. — 150 с. — ISBN 978-5-4437-0304-6. — Текст: электронный. — URL: https://nsu.ru/mmftvims/chernova/ms/ms_nsu14.pdf (Дата обращения: 17.08.2022). https://nsu.ru/mmftvims/chernova/ms/ms_nsu14.pdf
7. Коршунов Д. А., Чернова Н. И. Сборник задач и упражнений по математической статистике: учебное пособие/Д. А. Коршунов, Н. И. Чернова.-Новосибирск:Издательство Института математики,2004, ISBN 5-86134-121-4.-128.-Библиогр.: с. 116-117
8. Чернова, Н. М. Основы теории вероятностей : учебное пособие / Н. М. Чернова. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. —

107 с. — ISBN 978-5-4497-0348-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/89462.html>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Теория вероятностей и математическая статистика** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- презентационные материалы (слайды по темам лекционных и практических занятий);
 - доступ в режиме online в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
 - доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
- Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение;
- офисный пакет приложений Apache OpenOffice;
 - приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов Adobe Acrobat Reader DC;
 - программа просмотра интернет контента (браузер) Google Chrome;
 - офисный пакет приложений LibreOffice.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

В рамках учебных занятий по данной дисциплине использование специализированного программного обеспечения не предусмотрено.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Описание необходимой материально-технической базы

Лекционные занятия: аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Занятий семинарского типа (семинары, практические занятия): аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Групповые (индивидуальные) консультации: аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Текущий контроль: аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа: аудитория для самостоятельной работы, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения теории вероятностей; УМЕТЬ: производить вероятностные расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории вероятностей; навыками теоретического анализа вероятностных моделей.</p>	<p align="center">Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории вероятностей . Не умеет производить вероятностные расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического анализа вероятностных моделей.</p> <p align="center">Удовлетворительн</p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий теории вероятностей. Демонстрирует частично сформированное умение производить вероятностные расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Имеет представление о теоретическом анализе вероятностных моделей.</p> <p align="center">Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий теории вероятностей. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить вероятностные расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории вероятностей . В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического анализа</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>вероятностных моделей.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий теории вероятностей. Сформированное умение производить вероятностные расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического анализа вероятностных моделей.</p>
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения математической статистики; УМЕТЬ: производить статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом математической статистики; навыками теоретического анализа статистических моделей; навыками статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p>	<p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории вероятностей и математической статистики. Не умеет производить статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений. Демонстрирует отсутствие навыков теоретического и статистического анализа статистических моделей.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий математической статистики. Демонстрирует частично сформированное умение производить статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Имеет представление о теоретическом анализе статистических моделей и статистическом анализе данных. Фрагментарное применение навыков статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий математической статистики. В целом</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков теоретического анализа статистических моделей и статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий математической статистики. Сформированное умение производить статистические расчеты в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков теоретического анализа статистических моделей и статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : 2019

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Зачет

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 45 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 45 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	1. Решение логических задач.2. Преобразование выражений, записанных с помощью символов суммирования и произведения.3. Изображение на плоскости областей, заданных с помощью неравенств.4. Вычисление функций по заданным формулам и табличным данным.5. Вычисление интегралов, заданных с помощью условного выражения.6. Значение математических терминов и понятий общего характера.7. Чтение математических записей.8. Проверка знания свойств логарифмов и степеней.
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Контрольная работа №1 Письменное контрольное мероприятие	Знать различные подходы к решению задачи вычисления вероятности случайного события. Знать основные формулы. Уметь применять формулы классической и геометрической вероятности, формулы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и Байеса, формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа для решения задачи вычисления вероятности случайного события.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Контрольная работа №2 Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Знать понятие закона распределения случайных величин, основные свойства закона распределения, формулы для вычисления основных характеристик случайных величин. Методы преобразования законов распределений случайных величин. Типовые законы распределения дискретных случайных величин. Уметь вычислять основные числовые характеристики случайных величин, содержательно интерпретировать полученный результат, контролировать правильность результатов вычислений; применять типовые законов распределения к решению содержательных задач. Владеть навыками анализа дискретных случайных величин.</p>
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Контрольная работа №3 Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Знать понятие закона распределения случайных величин, основные свойства закона распределения, формулы для вычисления основных характеристик случайных величин. Методы преобразования законов распределений случайных величин. Типовые законы распределения непрерывных случайных величин.</p>
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Итоговый контроль Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Знание основных понятий и утверждений теории вероятностей; умение производить математические расчеты в стандартных постановках и давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; владение основным понятийным аппаратом теории вероятностей; навыками теоретического анализа вероятностных моделей.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Задание выполнено безошибочно.Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножения на максимальный рейтинговый балл.	1
Задание выполнено в основном верно, но с ошибками.Примечание. Количество баллов в рейтинг за отдельное задание определяется путем деления количества баллов, полученных за задание, на общее количество заданий и умножения на максимальный рейтинговый балл.	.5
Задание выполнено неверно.	0

Контрольная работа №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Знает схему независимых испытаний Бернулли. Знает формулу Бернулли и приближенные формулы. Умеет применять формулы для вычисления вероятностей случайного события в схеме независимых испытаний Бернулли. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1,5.	4
Знает формулу условной вероятности события. Умеет вычислить условную вероятность события. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1,5.	4
Знает формулу полной вероятности. Знает формулу Байеса. Умеет применять формулу классической вероятности (формулу Байеса) для решения содержательных задач. Контролирует правильность расчетов вероятности случайного события. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1,5.	4
Знает формулу классической вероятности. Знает условия применимости формулы классической вероятности. Умеет применять формулу классической вероятности для решения задач. Контролирует правильность расчетов вероятности случайного события В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1,5.	4
Знает формулу геометрической вероятности. Знает условия применимости формулы геометрической вероятности. Умеет применять формулу геометрической вероятности для решения задач. Контролирует правильность расчетов вероятности случайного события В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1,5.	4

Контрольная работа №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные числовые характеристики и правила их вычисления для дискретной случайной величины. Умеет строить закон распределения функции дискретной случайной величины. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает свойства числовых характеристик случайных величин. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Умеет строить таблицу распределения дискретной случайной величины по содержательной задаче. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает типовые законы распределения дискретной случайной величины и умеет применять их для решения содержательных задач. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает типовые законы дискретной случайной величины и умеет применять их для решения содержательных задач. Знает свойства числовых характеристик случайных величин. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2	6

Контрольная работа №3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **14**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные числовые характеристики и правила их вычисления для непрерывной случайной величины. Умеет строить закон распределения функции от непрерывной случайной величины. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 5 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 3.	10
Знает типовые законы непрерывной случайной величины и умеет применять их для решения содержательных задач. Знает свойства числовых характеристик случайных величин. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 5 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 3.	10
Знает свойства числовых характеристик случайных величин. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 5 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 3.	10

Итоговый контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Знает тему "Непрерывная случайные величины". Умеет оценивать основные характеристики непрерывных случайных величин, производить преобразования случайных величин. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	5
Знает тему "Дискретная случайные величины". Умеет оценивать основные характеристики дискретных случайных величин, производить преобразования случайных величин. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	5
Знает тему "Многомерные случайные величины". Умеет находить основные характеристики многомерных случайных величин, частные и условные законы распределения системы случайных величин. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	5
Знает темы "Классическое определение вероятности", "Теоремы сложения и умножения вероятностей", "Независимые повторные испытания". Может написать формулы и решить типовые задачи. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	5

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Контрольная работа №1 Письменное контрольное мероприятие	Знать различные виды сходимости случайных величин, неравенство Маркова и Чебышева, теорему Чебышева и ее следствия. Усиленный закон больших чисел. Уметь находить характеристическую функцию, контролировать правильность результатов вычислений, применять центральную предельную теорему к решению содержательных задач.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Контрольная работа №2 Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Знать методы сбора статистической информации, план постановки статистического эксперимента; основные выборочные характеристики; формулы для вычисления основных выборочных характеристик; методы точечного и интервального оценивания неизвестных параметров распределений . Уметь вычислять основные выборочные характеристики; применять различные методы статистического оценивания неизвестных параметров распределений. Владеть навыками статистического анализа выборки наблюдений с помощью приложения MS Excel.</p>
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Контрольная работа №3 Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Знать основные подходы при проверке гипотез. Уметь решать основные типы задач, связанных проверкой статистических гипотез. Владеть навыками статистического анализа выборки наблюдений с помощью приложения MS Excel.</p>
<p>ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Итоговый контроль Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Знание основных понятий и утверждений теории вероятностей и математической статистики; умение производить вероятностно-статистические расчеты в стандартных постановках и давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; владение основным понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики; навыками теоретического анализа вероятностно-статистических моделей; навыками статистического анализа данных и вероятностных моделей с использованием компьютерных технологий.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Контрольная работа №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Знает определение и свойства характеристикой функции. Умеет использовать характеристические функции для нахождения числовых характеристик. Контролирует правильность расчетов. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	4
Знает различные виды сходимости случайных величин, неравенство Маркова и Чебышева. Умеет доказывать утверждения с помощью неравенств Маркова и Чебышева. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	3
Знает центральную предельную теорему и закон больших чисел. Умеет применять центральную предельную теорему к решению содержательных задач. В случае частичного решения задачи снимается 2 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 1.	3

Контрольная работа №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает формулу для вычисления информации Фишера. Умеет проверять эффективность оценок параметров распределения. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает методы точечного оценивания неизвестных параметров распределений по выборке. Умеет применять метод моментов, максимального правдоподобия, квантилей для решения задачи оценивания параметров распределения по выборке. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает свойства точечных оценок. Умеет применять проверять несмещенность и состоятельность оценок неизвестных параметров распределения. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает понятие интервального оценивания неизвестных параметров распределений. Умеет строить доверительные интервалы для неизвестных параметров биномиального распределения. В случае частичного решения задачи снимается 3 балл, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает понятие интервального оценивания неизвестных параметров распределений. Умеет строить доверительные интервалы для неизвестных параметров нормального распределения. В случае частичного решения задачи снимается 3 балл, в случае неполного ответа	6

на теоретический вопрос снимается 2.	
--------------------------------------	--

Контрольная работа №3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные понятия задачи проверки гипотез. Умеет проверять гипотезу о виде распределения с помощью критерия хи-квадрат или критерия Колмогорова. В случае частичного решения задачи снимается 5 баллов.	9
Знает основные понятия задачи проверки гипотез. Умеет проверять гипотезу о параметрах биномиального закона. В случае частичного решения задачи снимается 4 балла.	7
Знает основные понятия задачи проверки гипотез. Умеет проверять гипотезу об однородности. В случае частичного решения задачи снимается 4 балла.	7
Знает основные понятия задачи проверки гипотез. Умеет проверять гипотезу о параметрах нормального закона. В случае частичного решения задачи снимается 4 балла.	7

Итоговый контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает основные понятия интервального оценивания. Умеет строить доверительные интервалы для параметров нормального и биномиального распределения. Умеет строить доверительный интервал для математического ожидания. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает основные понятия математической статистики. Умеет находить выборочные характеристики, строить точечные и интервальные для параметров распределения выборки. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает описание линейной модели наблюдений при классических предположениях, МНК-оценку коэффициентов и ее основные свойства. Умеет строить МНК-оценки для параметров линейных и нелинейных моделей, проверять свойства оценок. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает основные задачи корреляционного анализа, формулы выборочных коэффициентов корреляции Пирсона и Спирмена; умеет находить и анализировать коэффициенты корреляции, умеет строить уравнение линейной регрессии и строить прогноз. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	6
Знает основные понятия задачи проверки гипотез. Умеет проверять гипотезы о виде	6

распределения, однородности, случайности выборки. В случае частичного решения задачи снимается 3 балла, в случае неполного ответа на теоретический вопрос снимается 2.	