

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра вычислительной и экспериментальной механики

Авторы-составители: **Лутманов Сергей Викторович**

Рабочая программа дисциплины

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Код УМК 94506

Утверждено
Протокол №6
от «16» июня 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Вариационное исчисление и методы оптимизации

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Вариационное исчисление и методы оптимизации** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	11
Объем дисциплины (з.е.)	4
Объем дисциплины (ак.час.)	144
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	56
Проведение лекционных занятий	28
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	88
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (2)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (11 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Рассмотрены задачи оптимизации в конечномерных пространствах: задачи безусловной оптимизации, задачи на условный экстремум с ограничениями типа равенств и не равенств, линейное программирование

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Ставится задача оптимизации. Рассмотрены вопросы существования и единственности решения. Приведены примеры.

Входной контроль

Лекция 1

Постановка задач оптимизации. Примеры

Лекция 2

Существование и единственность решение задачи оптимизации

Практика 1

Решение классических (старинных) задач на экстремум

2. ЭКСТРЕМУМ ГЛАДКИХ ФУНКЦИЙ

Приводятся необходимые и достаточные условия в задачах на условный экстремум с ограничениями типа равенств и неравенств, в которых функции, участвующие в постановке задачи, являются непрерывно дифференцируемы

Лекция 1

Постановка задачи на условный экстремум с ограничениями типа равенств и неравенств

Лекция 2

Необходимые условия минимума в задачах на условный экстремум с ограничениями типа равенств и неравенств

Лекция 3

Достаточные условия минимума в задачах на условный экстремум с ограничениями типа равенств и неравенств

Практика 1

Решения задач на достаточные условия минимума в задачах на условный экстремум с ограничениями типа равенств и неравенств

Практика 2

Решения задач на необходимые условия минимума в задачах на условный экстремум с ограничениями типа равенств и неравенств

Контрольная по теме « ЭКСТРЕМУМ ГЛАДКИХ ФУНКЦИЙ

3. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Рассмотрены различные постановки задач линейного программирования, графический метод их решения, симплекс метод

Лекция 1

Постановка задачи линейного программирования. Графический метод решения

Лекция 2

Симплекс метод решения задач линейного программирования

Практика 1

Решение задач линейного программирования графическим методом

Практика 2

Решение задач линейного программирования симплекс методом

Индивидуальное задание по теме «ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ»

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Исследуется простейшая задача вариационного исчисления и ее обобщения на случай, когда под знаком интеграла находятся производные неизвестной функции высших порядков, несколько неизвестных функций и на случай условного экстремума.

1. ПРИМЕРЫ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Рассмотрены: задача о брахистохроне, простейшая изопериметрическая задача, задача о наборе ракетой максимальной скорости

Лекция 1

Вывод выражений для функционалов в задаче о брахистохроне и изопериметрической задаче.

Практика 1

Анализ решения задачи о брахистохроне и изопериметрической задачи

2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ФУНКЦИОНАЛОВ, ОПРЕДЕЛЕННЫХ НА ЛИНЕЙНЫХ НОРМИРОВАННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Вводится понятие вариации функционала первого и второго порядка. Формулируются необходимые условия экстремума функционала.

Лекция 1

Определение вариации функционала. Вывод необходимых условий экстремума функционала.

Практика 1

Определение расстояний первого и второго порядков между функциями

3. ПРОСТЕЙШАЯ ВАРИАЦИОННАЯ ЗАДАЧА

Приводится постановка простейшей вариационной задачи. Доказываются необходимые условия экстремума первого порядка и приводятся необходимые условия второго порядка в простейшей задаче вариационного исчисления

Лекция 1

Вывод дифференциального уравнения Эйлера-Лагранжа

Лекция 2

Частные случаи интегрирования уравнения Эйлера-Лагранжа

Лекция 3

Необходимые условия минимума второго порядка. Достаточные условия минимума

Практика 1

Решение дифференциального уравнения Эйлера-Лагранжа

Практика 2

Применение необходимых условий минимума второго порядка при исследовании простейшей вариационной задачи

Контрольная по теме «ПОЛНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЕЙШЕЙ ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ»

4. ОБОБЩЕНИЯ ПРОСТЕЙШЕЙ ВАРИАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ

Проводится обобщение простейшей вариационной задачи на случай производных неизвестной функции высшего порядка и случай неизвестной вектор-функции.

Лекция 1

Вариационные задачи, содержащие производные неизвестной функции высших порядков и содержащие неизвестные вектор функции

Практика 1

Решение вариационных задач, содержащих производные неизвестной функции высших порядков и содержащие неизвестные вектор функции

5. УСЛОВНЫЙ ЭКСТРЕМУМ В ЗАДАЧАХ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Рассмотрены: простейшая изопериметрическая задача, задача Лагранжа с голономной и не голономной связями.

Лекция 1

Изопериметрическая задача, Задача Лагранжа

Практика 1

Решение изопериметрической задачи, и задачи Лагранжа с голономной и не голономной связью

ЭКЗАМЕН

Экзамен

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Лутманов С. В. Вариационное исчисление и теория оптимального управления в примерах и упражнениях: учебное пособие для студентов, обучающихся по группе математических и механических специальностей/С. В. Лутманов.-Пермь,2010, ISBN 978-5-7944-1279-6.-200.-Библиогр.: с. 198-199
2. Лутманов С. В.,Аюпов В. В.,Гамилова Л. В. Задачи оптимизации в конечномерных пространствах: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по группе математических и механических специальностей/С. В. Лутманов, В. В. Аюпов, Л. В. Гамилова.-Пермь:Пермский государственный университет,2007, ISBN 5-7944-0929-0.-160.-Библиогр.: с. 157-159
3. Лутманов С. В. Курс лекций по методам оптимизации/С. В. Лутманов.-Ижевск:Издательство РХД,2001, ISBN 5-93972-061-7.-368.-Библиогр.: с. 361 - 363

Дополнительная:

1. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика"/Ф. П. Васильев.-Москва:Наука,1988, ISBN 5-02-013796-0.-552.-Библиогр.: с. 531-545

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ
<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Вариационное исчисление и методы оптимизации** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
 - доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
- Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:
- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
 - офисный пакет приложений «LibreOffice», Alt Linux;

При освоении материала и выполнении заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Вариационное исчисление и методы оптимизации**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	В результате обучения студент должен знать основные положения вариационного исчисления, уметь применять полученные знания к решению задач в предметной области, владеть навыками применения методов оптимизации.	<p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> Не знает положения вариационного исчисления, не умеет применять полученные знания к решению задач в предметной области, не владеет навыками применения методов оптимизации. <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> Знает базовые положения вариационного исчисления, пытается применять полученные знания к решению задач в предметной области. <p style="text-align: center;">Хорошо</p> Знает базовые положения вариационного исчисления, пытается применять полученные знания к решению задач в предметной области, имеет представление о методах оптимизации. <p style="text-align: center;">Отлично</p> Знает положения вариационного исчисления, умеет применять полученные знания к решению задач в предметной области, владеет навыками применения методов оптимизации.

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	Входной контроль Входное тестирование	Проверка базовых знаний, необходимых для освоения курса.
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Контрольная по теме « ЭКСТРЕМУМ ГЛАДКИХ ФУНКЦИЙ » Письменное контрольное мероприятие	Знание положений по теме, умение решать задачи.
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Индивидуальное задание по теме « ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ » Защищаемое контрольное мероприятие	Знание базовых положений по теории линейного программирования.
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Контрольная по теме « ПОЛНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЕЙШЕЙ ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ » Письменное контрольное мероприятие	Знание основ вариационного исчисления
ОПК.1.2 Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Экзамен Итоговое контрольное мероприятие	Итоговая проверка по курсу

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**
Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**
Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**
Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
базовые знания по математическим дисциплинам.	10

Контрольная по теме «ЭКСТРЕМУМ ГЛАДКИХ ФУНКЦИЙ»

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**
Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**
Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**
Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет решать предложенную задачу	5
Знает основные теоретические положения.	5

Индивидуальное задание по теме «ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ»

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**
Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**
Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**
Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знает теоретические основы линейного программирования.	10
Владеет навыками анализа полученного результата.	10
Умеет решать предложенную задачу.	10

Контрольная по теме «ПОЛНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЕЙШЕЙ ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ»

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**
Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**
Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**
Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Умение решать предложенную задачу	10
Знание теоретических основ вариационного исчисления	10

Экзамен

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**
Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**
Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**
Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Теоретические знания по задачам оптимизации	10
Решение вариационной задачи	10
Теоретические знания по вариационному исчислению	10
Решение задачи по линейному программированию	10