

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

**Авторы-составители: Скачкова Елена Александровна  
Левко Светлана Владимировна**

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 3**  
Код УМК 80801

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Математический анализ 3

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика  
направленность Программа широкого профиля

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математический анализ 3** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.01** Математика (направленность : Программа широкого профиля)

**ОПК.1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

**ОПК.1.2** Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	7
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	4
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	144
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	56
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	28
<b>Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку</b>	0
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	88
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (2) Итоговое контрольное мероприятие (1)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (7 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Математический анализ 3 [УГНС ФМ]. Первый семестр

#### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверка знаний математического анализа: предел, производная, неопределенный и определенный интегралы, ряды. Проверка знаний теории обыкновенных дифференциальных уравнений

#### Ряды Фурье

Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.

Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье. Интеграл и преобразование Фурье.

#### Интеграл и преобразование Фурье

Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.

Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье. Интеграл и преобразование Фурье.

#### Цилиндрические функции

Общее уравнение теории специальных функций. Поведение решений в окрестности 0 и на бесконечности. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя 1-го рода  $n$ -го порядка. Рекуррентные формулы. Функции полуцелого порядка. Асимптотический порядок цилиндрических функций. Функции Ханкеля и Неймана.

#### Краевая задача на собственные значения и собственные функции

Постановка краевых задач.

Одномерная задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова.

Краевые задачи для Уравнения Бесселя.

Многомерная задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.

#### Контрольное мероприятие №1

Постановка краевых задач.

Одномерная задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова.

Краевые задачи для Уравнения Бесселя.

Многомерная задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.

#### Практическая работа №2

Знание интеграла и преобразования Фурье, умение применить преобразование на практике. Умение решать различные задачи с помощью преобразования Фурье.

#### Итоговое контрольное мероприятие

Знание основных понятий математического анализа, используемых в триместре, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа, используемых в триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы на практике.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в триместре.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Зорич В. А. Математический анализ. учебник для вузов Ч. 2/В. А. Зорич.-4-е изд., испр.- Москва:МЦНМО,2002, ISBN 5-94057-057-7.-794.-Библиогр.: с. 762-765. - Предм. указ.: с. 770-784. - Указ. имен: с. 785-787
2. Норина Т. В.,Скачкова Е. А. Математический анализ. Задачи на собственные значения:практикум по решению задач : учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров и магистров «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Механика и математическое моделирование»/Т. В. Норина, Е. А. Скачкова.-Пермь:Пермский государственный национальный исследовательский университет,2019, ISBN 978-5-7944-3385-2.-92. <https://elis.psu.ru/node/618530>
3. Привалов, И. И. Ряды Фурье : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 164 с. — (Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-03203-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/433811>
4. Волков, В. А. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона : учебно-методическое пособие / В. А. Волков ; под редакцией Р. М. Минькова. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 32 с. — ISBN 978-5-7996-1252-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/66202.html>

### Дополнительная:

1. Никольский С. М. Курс математического анализа. учебник для студентов физических и механико-математических специальностей вузов Т. 1/С. М. Никольский.-4-е изд., перераб. и доп.- Москва:Наука,1990, ISBN 5-02-014424-X.-528
2. Курс математического анализа. Учеб./Сергей Михайлович Никольский.Т.2.-М.:Наука,1991, ISBN 5-02-014425-8.-544



## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математический анализ 3** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математический анализ 3**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.  
Индикаторы и критерии их оценивания**

**ОПК.1**

**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1.2</b> Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач</p>	<p>Знать: основные понятия, методы и теоремы математического анализа и его приложений; методы доказательства и возможные сферы приложений утверждений Уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера, грамотно формулировать результаты вычислений и строго доказывать утверждения</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Отсутствие знаний основных понятий, методов и теорем математического анализа и его приложений; методов доказательства и возможных сфер приложений утверждений. Отсутствие умений решать задачи вычислительного и теоретического характера, грамотно формулировать результаты вычислений и строго доказывать утверждения</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Фрагментарные знания основных понятий, методов и теорем математического анализа и его приложений; методов доказательства и возможных сфер приложений утверждений. Фрагментарные умения решать задачи вычислительного и теоретического характера, грамотно формулировать результаты вычислений и строго доказывать утверждения</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> Неполные представления об основных понятий, методов и теорем математического анализа и его приложений; методов доказательства и возможных сфер приложений утверждений. В целом успешное, но содержащие определенные пробелы умения решать задачи вычислительного и теоретического характера, грамотно формулировать результаты вычислений и строго доказывать утверждения</p> <p align="center"><b>Отлично</b> Сформированные систематические представления об основных понятий, методов и теорем математического анализа и</p>

<b>Компетенция (индикатор)</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания результатов обучения</b>
		<p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>его приложений; методов доказательства и возможных сфер приложений утверждений. Сформированное умение использовать полученные умения решать задачи вычислительного и теоретического характера, грамотно формулировать результаты вычислений и строго доказывать утверждения</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 41 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 41 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Проверка знаний математического анализа: предел, производная, неопределенный и определенный интегралы, ряды. Проверка знаний теории обыкновенных дифференциальных уравнений
<b>ОПК.1.2</b> Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Контрольное мероприятие №1 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Постановка краевых задач. Одномерная задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова. Краевые задачи для Уравнения Бесселя. Многомерная задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
<b>ОПК.1.2</b> Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Практическая работа №2 <b>Защищаемое контрольное мероприятие</b>	Знание интеграла и преобразования Фурье, умение применить преобразование на практике. Умение решать различные задачи с помощью преобразования Фурье.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>ОПК.1.2</b> Применяет фундаментальные знания в области математики для решения прикладных задач	Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b>	Знание основных понятий математического анализа, используемых в триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы на практике. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в триместре.

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Математически корректно решено задание на вычисление производной функции одной переменной	5
Математически корректно решено задача Коши для линейного дифференциального уравнения	5
Математически корректно решено задание на вычисление предела функции одной переменной	5
Математически корректно решено задание на вычисление области сходимости ряда	5

#### Контрольное мероприятие №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **6 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **12**

Показатели оценивания	Баллы
Знание свойств функции Бесселя 1 рода, умение применить их на практике. Контролирует правильность преобразований.	10
Знание методов решения одномерной задачи Штурма-Лиувилля, умение применить их на практике. Контролирует правильность преобразований.	10
Знание методов решения многомерной задачи Штурма-Лиувилля, умение применить их на практике. Контролирует правильность преобразований.	10

#### Практическая работа №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **6 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **12**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Умение решать различные задачи с помощью преобразования Фурье. Контролирует правильность преобразований.	15
Знание интеграла и преобразования Фурье, умение применить преобразование на практике. Контролирует правильность преобразований.	15

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

<b>Показатели оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Знание основных теорем математического анализа, используемых в триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы при исследовании. Контролирует правильность преобразований.	16
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в триместре. Контролирует правильность преобразований.	16
Знание основных понятий математического анализа, используемых в триместре, и умение их формулировать.	8