

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

Авторы-составители: **Волочков Александр Андреевич  
Скачкова Елена Александровна**

Рабочая программа дисциплины  
**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ**  
Код УМК 61557

Утверждено  
Протокол №  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Дополнительные главы линейной алгебры

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика

направленность Программа широкого профиля

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Дополнительные главы линейной алгебры** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.01** Математика (направленность : Программа широкого профиля)

**ПК.2** способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

**ПК.4** способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

**ПК.5** способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления

**ПК.6** способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	11
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	4
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	144
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	56
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	28
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	88
<b>Формы текущего контроля</b>	Защищаемое контрольное мероприятие (2) Итоговое контрольное мероприятие (1)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Экзамен (11 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Дополнительные главы линейной алгебры. Первый семестр

Введение в теорию обыкновенных представлений конечных групп.

#### Введение в теорию представлений и характеров конечных групп

Обзор основных понятий и фактов линейной алгебры и теории групп, необходимых в дальнейшем.

#### Леммы Шура

Первая и вторая леммы Шура.

#### Теорема Машке

Теорема Машке, ее доказательство для комплексных представлений с помощью построения инвариантного скалярного произведения, и доказательство для общего случая произвольного поля, характеристики, не делящей порядок группы.

#### Соотношения ортогональности для матричных элементов представлений

Соотношения ортогональности для матричных элементов неприводимых обыкновенных представлений (поле не обязательно имеет характеристику 0)

#### Характеры и соотношения ортогональности для характеров

Характер линейного представления, простейшие свойства характеров, соотношения ортогональности для неприводимых комплексных характеров.

#### Регулярное представление

Групповая алгебра, определение регулярного представления, его матрица и характер, полнота системы неприводимых характеров в пространстве классовых функций на группе.

#### Индукированные представления и характеры.

Построение индуцированного представления в матричном духе, нахождение индуцированного характера, простейшие свойства индуцированных характеров, закон взаимности Фробениуса.

#### Перестановочные представления групп

Переход от перестановочных представлений к линейным представлениям, характер перестановочного представления, лемма Бернсайда, дважды транзитивные группы.

#### Свойства целозначности характеров

Теорема: любое значение любого комплексного характера конечной группы является целым алгебраическим числом.

#### Приложения к теории конечных групп

Лемма Бернсайда,  $p^\alpha$ -лемма Бернсайда,  $p^\alpha q^\beta$ -теорема Бернсайда, теорема Фробениуса о группах Фробениуса.

#### Контрольная точка 1

Леммы Шура, теорема Машке, соотношения ортогональности для матричных элементов неприводимых обыкновенных представлений, характеры, соотношения ортогональности для неприводимых характеров, регулярное представление.

#### Контрольная точка 2

Индукированные представления и характеры, простейшие их свойства, закон взаимности Фробениуса, перестановочные представления, свойства целозначности характеров, приложения.

**Экзамен**  
Экзамен по всем темам.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Белоногов В. А., Фомин А. Н. Матричные представления в теории конечных групп / В. А. Белоногов, А. Н. Фомин. - Москва: Наука, 1976. - 126. - Библиогр.: с. 123. - Предм. указ.: с. 124
2. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов : учебное пособие / В. С. Монахов. — Минск : Высшая школа, 2014. — 207 с. — ISBN 985-06-1114-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/20264>

### Дополнительная:

1. Ленг Серж Алгебра / Серж Ленг. - Москва: Мир, 1968. - 564.
2. Алгебра : учебное пособие / А. Е. Устьян, В. Н. Безверхний, И. В. Добрынина [и др.]. — 2-е изд. — Тула : Тульский государственный педагогический университет имени Л.Н. Толстого, 2020. — 434 с. — ISBN 978-5-6043745-0-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <https://www.iprbookshop.ru/107693>
3. Кремер, Н. Ш. Элементы линейной алгебры : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 422 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09975-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/450697>



## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Дополнительные главы линейной алгебры** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с

доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Дополнительные главы линейной алгебры**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и  
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ПК.6</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Знать: методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере. Уметь: использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Неспособность использовать методы линейной алгебры при анализе управленческих задач в научно-технической сфере даже в простых ситуациях.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> способность использовать методы линейной алгебры при анализе управленческих задач в научно-технической сфере в простых ситуациях.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> способность использовать методы линейной алгебры при анализе управленческих задач в научно-технической сфере в стандартных ситуациях.</p> <p align="center"><b>Отлично</b> способность свободно использовать методы линейной алгебры при анализе управленческих задач в научно-технической сфере.</p>
<p><b>ПК.4</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>ЗНАТЬ: методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач. УМЕТЬ: использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Неспособность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении круга теоретических и прикладных задач даже в простых ситуациях.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Некоторая способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении круга теоретических и прикладных задач в простых ситуациях.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> Способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении круга теоретических и прикладных задач в</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>стандартных ситуациях.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Способность свободно использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении широкого круга теоретических и прикладных задач.</p>
<p><b>ПК.2</b> способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>	<p>Знать способы математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики. Уметь использовать для своих целей.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Студент не знает даже простейших способов математически корректно ставить естественнонаучные задачи, не знает постановок классических задач математики.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Студент знает простейшие способы математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знает постановки некоторых классических задач математики. Умеет использовать их в простейших ситуациях.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Студент знает способы математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знает постановки классических задач математики. Умеет использовать их в стандартных ситуациях.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Студент знает способы математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знает постановки классических задач математики. Умеет использовать для своих целей.</p>
<p><b>ПК.5</b> способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p>	<p>Знать способы передавать результат проведенных теоретико-групповых исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах теории групп. Уметь доводить их до практических приложений.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Студент не знаком со способами передавать результат проведенных теоретико-групповых исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах линейной алгебры.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Студент до некоторой степени знаком со способами передавать результат проведенных теоретико-групповых исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах линейной алгебры.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Студент знает способы передавать результат проведенных теоретико-групповых исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах линейной алгебры.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Студент знает способы передавать результат проведенных теоретико-групповых исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах линейной алгебры. Умеет доводить их до практических приложений.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : СУОС

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ПК.2</b> способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p><b>ПК.4</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p> <p><b>ПК.5</b> способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p> <p><b>ПК.6</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Контрольная точка 1</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Введение в теорию представлений и характеров конечных групп. Леммы Шура. Теорема Машке. Соотношения ортогональности для матричных элементов представлений. Характеры и соотношения ортогональности для характеров.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ПК.2</b> способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p><b>ПК.4</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p> <p><b>ПК.5</b> способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p> <p><b>ПК.6</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Контрольная точка 2</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Регулярное представление. Индуцированные представления и характеры. Перестановочные представления групп. Свойства целозначности характеров. Приложения к теории конечных групп.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ПК.2</b> способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p><b>ПК.4</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p> <p><b>ПК.5</b> способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p> <p><b>ПК.6</b> способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Экзамен</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Введение в теорию представлений и характеров конечных групп. Леммы Шура. Теорема Машке. Соотношения ортогональности для матричных элементов представлений. Характеры и соотношения ортогональности для характеров. Регулярное представление. Индуцированные представления и характеры. Перестановочные представления групп. Свойства целозначности характеров. Приложения к теории конечных групп.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Контрольная точка 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Характеры и соотношения ортогональности для характеров.	6
Введение в теорию представлений и характеров конечных групп.	6
Соотношения ортогональности для матричных элементов представлений.	6
Теорема Машке.	6
Леммы Шура.	6



## Контрольная точка 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Регулярное представление.	6
Индукцированные представления и характеры.	6
Приложения к теории конечных групп.	6
Свойства целозначности характеров.	6
Перестановочные представления групп.	6

## Экзамен

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Введение в теорию представлений и характеров конечных групп.	4
Леммы Шура.	4
Теорема Машке.	4
Соотношения ортогональности для матричных элементов представлений.	4
Приложения к теории конечных групп.	4
Регулярное представление.	4
Индукцированные представления и характеры.	4
Перестановочные представления групп.	4
Свойства целозначности характеров.	4
Характеры и соотношения ортогональности для характеров.	4