

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: **Волочков Александр Андреевич
Половицкий Яков Давидович
Скачкова Елена Александровна**

Рабочая программа дисциплины

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРУПП

Код УМК 61663

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Основы теории групп

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика

направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Основы теории групп** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

ПК.4 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

ПК.5 способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления

ПК.6 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	10
Объем дисциплины (з.е.)	3
Объем дисциплины (ак.час.)	108
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	42
Проведение лекционных занятий	14
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	66
Формы текущего контроля	Защищаемое контрольное мероприятие (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (1)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (10 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Основы теории групп. Первый семестр

Введение в теорию групп.

Раздел 1. Нормальные подгруппы. Фактор-группы. Сопряженные подмножества

Нормальные подгруппы, фактор-группы, сопряженные подмножества - основные факты.

Тема 1. Нормальные подгруппы. Фактор-группы

Алгебраические операции на множествах, группоиды (магмы), полугруппы, моноиды, обратимые элементы, группы, их морфизмы, первые примеры. Подгруппы, пересечение и произведение подгрупп, модулярное тождество, порождение подгрупп, циклические группы, максимальные подгруппы, классы смежности, сопряжение, нормальные подгруппы, дедекиндовы и гамильтоновы группы - примеры и без классификации, простые группы, первое упоминание о роли простых конечных групп и их классификации, нормализаторы, нормальное замыкание, простейшие замечания о субнормальных подгруппах, морфизмы групп, ядро, образ, фактор-группы, естественный эпиморфизм, его ядро.

Тема 2. Сопряженные элементы и подгруппы

Отношение сопряженности подмножеств группы, отношение сопряженности элементов группы, классы сопряженности, порядок класса сопряженности, формула классов.

Раздел 2. Основные типы подгрупп в теории групп

Некоторые часто встречающиеся типы подгрупп.

Тема 1. Нормализаторы и централизаторы. Центр группы

Основные сведения о нормализаторах, централизаторах, центре группы.

Тема 2. Порождающие множества. Коммутант группы

Порождение, свободные группы, свободные абелевы группы, первые примеры - циклические группы, диэдральные группы, кватернионные группы, коммутант группы.

Раздел 3. Прямые произведения. Конечнопорожденные абелевы группы

Описание конечнопорожденных абелевых групп.

Тема 1. Прямые произведения

Декартовы произведения, прямые произведения - внешние и внутренние.

Тема 2. Конечнопорожденные абелевы группы

Описание конечнопорожденных абелевых групп.

Контрольная точка 1

Контрольная точка по нормальным подгруппам, фактор-группам, сопряженным подмножествам

Контрольная точка 2

Контрольная точка по основным типам подгрупп в теории групп.

Зачет

Зачет по нормальным подгруппам, фактор-группам, сопряженным подмножествам, основным типам подгрупп в теории групп, прямым произведениям, конечнопорожденным абелевым группам

Основы теории групп. Второй семестр

Гомоморфизмы, автоморфизмы, действия, представления - первичные сведения.

Раздел 1. Гомоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах. Автоморфизмы групп.

Основные сведения о гомоморфизмах групп, теоремы о гомоморфизмах, автоморфизмы групп.

Тема 1. Гомоморфизмы групп.

Морфизмы групп, ядро, образ, критерий инъективности, теорема об эпиморфизмах, фактор-группы, естественный эпиморфизм, его ядро, следствия из теоремы об эпиморфизмах, примеры фактор-групп, теоремы об изоморфизмах, лемма Цассенхауза о бабочке, теорема о связи подгрупп группы и ее образа.

Тема 2. Автоморфизмы групп.

Аutomорфизмы и их группы с точки зрения теории категорий, группы автоморфизмов в различных категориях, характеристические, вполне характеристические подгруппы, внутренние автоморфизмы, полные группы, внешние группы автоморфизмов,

Раздел 2. Действия и перестановочные представления групп, их приложения

Первые сведения о действиях и перестановочных представлениях групп, их приложениях.

Тема 1. Действия и перестановочные представления групп на множествах

Правые, левые действия групп на множествах, перестановочные представления, их связь. Категория G -множеств, категория перестановочных представлений группы G . Основные примеры действий. Ядро действия, точные действия, орбиты, стабилизаторы, длина орбиты, транзитивные действия, сердцевина подгруппы, ядро транзитивного действия, вложения в симметрические группы, морфизмы транзитивных G -множеств, аргумент Фраттини,

Тема 2. Теоремы Силова.

Теоремы Силова и их следствия.

Контрольная точка 1

Гомоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах. Автоморфизмы групп.

Контрольная точка 2

Действия и перестановочные представления групп, их приложения.

Зачет

Гомоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах. Автоморфизмы групп. Действия и перестановочные представления групп, их приложения

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 160 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/441295>
2. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп: учебное пособие / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. — Санкт-Петербург: Лань, 2009, ISBN 978-5-8114-0894-8. — 287 с. — Библиогр.: с. 280-281
3. Курош А. Г. Теория групп: учебник / А. Г. Курош. — Санкт-Петербург: Лань, 2005, ISBN 5-8114-0616-9. — 648 с.

Дополнительная:

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры: учебник / А. Г. Курош. — Санкт-Петербург: Лань, 2007, ISBN 978-5-8114-0521-3. — 432 с.
2. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 160 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/441295>
3. Алгебра : учебное пособие / А. Е. Устьян, В. Н. Безверхний, И. В. Добрынина [и др.]. — 2-е изд. — Тула : Тульский государственный педагогический университет имени Л.Н. Толстого, 2020. — 434 с. — ISBN 978-5-6043745-0-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <https://www.iprbookshop.ru/107693>
4. Введение в теорию групп. методические указания / сост. Я. Д. Половицкий. — Пермь, 2002. Ч. 2. — 2002. — 36 с. — Библиогр.: с. 35
5. Горчаков Ю. М. Теория групп: учебное пособие / Ю. М. Горчаков. — Тверь, 1998. — 112 с.
6. Курош А. Г. Теория групп: учебник / А. Г. Курош. — Санкт-Петербург: Лань, 2005, ISBN 5-8114-0616-9. — 648 с.

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Основы теории групп** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Основы теории групп**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ПК.6 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Знать: методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере. Уметь: использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере.</p>	<p align="center">Неудовлетворител Отсутствие способности использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач даже простейших случаях.</p> <p align="center">Удовлетворительн способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в простейших случаях.</p> <p align="center">Хорошо способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере в стандартных ситуациях.</p> <p align="center">Отлично способность свободно использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, при необходимости изменяя их сообразно ситуации.</p>
<p>ПК.4 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>ЗНАТЬ: методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач. УМЕТЬ: использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач.</p>	<p align="center">Неудовлетворител Неспособность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач даже в простейших ситуациях.</p> <p align="center">Удовлетворительн способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач в простейших ситуациях.</p> <p align="center">Хорошо</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач в стандартных ситуациях.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>способность свободно использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач, как в стандартных, так и в новых ситуациях.</p>
<p>ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>	<p>Знать постановки классических задач математики, уметь математически корректно ставить естественнонаучные задачи</p>	<p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> <p>Неспособность выявлять классические постановки задач, пользоваться готовыми решениями.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>способность выявлять классические постановки задач, пользоваться готовыми решениями.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>способность математически корректно ставить классические естественнонаучные задачи, знание постановок типичных задач математики, способность использовать их в стандартных ситуациях.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, возникающие из практики, знание постановок классических задач математики, способность творчески использовать их сообразно обстановке.</p>
<p>ПК.5 способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p>	<p>Уметь передавать результат проведенных теоретико-групповых исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах теории групп, уметь доводить их до практических приложений.</p>	<p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> <p>Неспособность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления даже в простейших ситуациях.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>терминах предметной области изучавшегося явления, в простейших ситуациях.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления, в наиболее типичных ситуациях.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления, в том числе в нестандартных ситуациях.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : СУОС

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики ПК.4 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач ПК.5 способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления ПК.6 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере	Контрольная точка 1 Письменное контрольное мероприятие	Нормальные подгруппы. Фактор-группы. Сопряженные подмножества

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p>ПК.4 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p> <p>ПК.5 способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p> <p>ПК.6 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Контрольная точка 2</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Действия и перестановочные представления групп на множествах. Теоремы Силова.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p>ПК.4 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p> <p>ПК.5 способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления</p> <p>ПК.6 способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере</p>	<p>Зачет</p> <p>Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Гомоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах. Автоморфизмы групп. Действия и перестановочные представления групп на множествах. Теоремы Силова.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Контрольная точка 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Аutomорфизмы групп.	15
Гомоморфизмы групп.	15

Контрольная точка 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Теоремы Силова.	15
Действия и перестановочные представления групп на множествах.	15

Зачет

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Действия и перестановочные представления групп на множествах.	10
Теоремы Силова.	10
Гомоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах.	10
Автоморфизмы групп.	10