

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

**Авторы-составители: Андреева Зинаида Ивановна
Скачкова Елена Александровна
Волочков Александр Андреевич**

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Код УМК 59426

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Теория чисел

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Теория чисел** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.01 Математика (направленность : Программа широкого профиля)

ПК.1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

ПК.3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	11
Объем дисциплины (з.е.)	4
Объем дисциплины (ак.час.)	144
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	56
Проведение лекционных занятий	28
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	88
Формы текущего контроля	Защищаемое контрольное мероприятие (1) Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (1)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (11 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Теория чисел. Седьмой семестр

Основы теории делимости в кольце целых чисел. Непрерывные дроби. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Взаимнопростые числа.

1. Теория делимости в кольце целых чисел

Простейшие факты элементарной теории чисел - простые числа, факторизации, их существование и единственность. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, непрерывные дроби.

1. Основные понятия и теоремы. Простые числа. Каноническое разложение числа.

Основные понятия и теоремы. Простые числа. Каноническое разложение числа.

2. Непрерывные дроби.

Непрерывные дроби.

3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Взаимнопростые числа.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Взаимнопростые числа.

2. Некоторые числовые функции

Наиболее распространенные в теории чисел функции - целая и дробная части, функции Мебиуса и Эйлера. Мультипликативные функции.

1. Входной контроль

Проверка базовых знаний на арифметику целых чисел, деление с остатком, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

2. Функции Мёбиуса и Эйлера. Целая и дробная часть числа

Функции Мёбиуса и Эйлера. Целая и дробная часть числа

3. Числовые сравнения

Основные факты о сравнениях целых чисел по модулю.

1. Кольцо классов вычетов по данному модулю. Полная и приведённая системы вычетов.

Кольцо классов вычетов по данному модулю. Полная и приведённая системы вычетов.

2. Определение и свойства числовых сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма.

Определение и свойства числовых сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма.

4. Алгебраические сравнения с одним неизвестным

Базовые сведения об алгебраических уравнениях в кольцах классов вычетов.

1. Основные понятия. Сравнения первой степени с одним неизвестным.

Основные понятия. Сравнения первой степени с одним неизвестным.

2. Системы сравнений первой степени с одним неизвестным.

Системы сравнений первой степени с одним неизвестным.

3. Основные теоремы для сравнений n -ой степени с одним неизвестным.

Основные теоремы для сравнений n -ой степени с одним неизвестным.

4. Сравнения n -ой степени по простому модулю.

Сравнения n -ой степени по простому модулю.

5. Сравнения n -ой степени по составному модулю.

Сравнения n -ой степени по составному модулю.

6. Квадратичные сравнения. Символы Лежандра и Якоби.

Квадратичные сравнения. Символы Лежандра и Якоби.

Контрольная точка 1

Теория делимости в кольце целых чисел. Некоторые числовые функции. Числовые сравнения. Алгебраические сравнения с одним неизвестным

5. Первообразные корни и индексы

Структура мультипликативной группы кольца классов вычетов.

1. Показатель, которому целое число принадлежит по данному модулю.

Показатель, которому целое число принадлежит по данному модулю.

2. Первообразные корни по данному модулю.

Первообразные корни по данному модулю.

3. Индексы и их применения.

Индексы и их применения.

Контрольная точка 2

Первообразные корни и индексы.

6. Различные применения теории чисел

Некоторые приложения развитой ранее теории.

1. Вывод признаков делимости.

Вывод признаков делимости.

2. Диофантовы уравнения первой и второй степени с двумя переменными.

Диофантовы уравнения первой и второй степени с двумя переменными.

3. Уравнения Пелля.

Уравнения Пелля.

4. Представление натурального числа в виде суммы n -ых степеней. Проблема Ферма.

Представление натурального числа в виде суммы n -ых степеней. Проблема Ферма.

5. Нахождение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

Нахождение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

Приложения теории чисел к криптографии

Приложения теории чисел к криптографии

7. Алгебраические и трансцендентные числа

Алгебраические и трансцендентные числа - первые сведения.

1. Поле алгебраических чисел. Теорема Лиувилля.

Поле алгебраических чисел. Теорема Лиувилля.

2. Трансцендентные числа.

Трансцендентные числа.

Итоговая контрольная точка

Контроль всех пройденных тем.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел/Г. А. Кудреватов.-М.:Просвещение,1970.-128.-Библиогр.: с. 125-126
2. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 160 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/441295>
3. Нестеренко Ю. В. Теория чисел:учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности "Математика"/Ю. В. Нестеренко.-Москва:Академия,2008, ISBN 978-5-7695-4646-4.-272.-Библиогр.: с. 262
4. Виноградов И. М. Основы теории чисел:[учебник]/И. М. Виноградов.-Санкт-Петербург:Лань,2004, ISBN 5-8114-0535-9.-176.

Дополнительная:

1. Михелович Ш. Х. Теория чисел:учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов/Ш. Х. Михелович.-Москва:Высшая школа,1967.-336.-Библиогр.: с. 334-336
2. Алгебра : учебное пособие / А. Е. Устьян, В. Н. Безверхний, И. В. Добрынина [и др.]. — 2-е изд. — Тула : Тульский государственный педагогический университет имени Л.Н. Толстого, 2020. — 434 с. — ISBN 978-5-6043745-0-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <https://www.iprbookshop.ru/107693>
3. Бухштаб А. А. Теория чисел:учебное пособие/А. А. Бухштаб.-Санкт-Петербург:Лань,2008, ISBN 978-5-8114-0847-4.-384.
4. Панкратьев, Е. В. Введение в компьютерную алгебру : учебное пособие / Е. В. Панкратьев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 324 с. — ISBN 978-5-4497-0546-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/94849.html>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Теория чисел** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (student.psu.ru).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными

компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Теория чисел**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ПК.1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p>	<p>Знать основные понятия и утверждения элементарной теории чисел. Уметь определять общие формы и закономерности теории чисел. Владеет методами исследования математических объектов</p>	<p align="center">Неудовлетворител Студент не знает основные понятия и утверждения элементарной теории чисел, не способен решать стандартные задачи.</p> <p align="center">Удовлетворительн Студент знает основные понятия и утверждения элементарной теории чисел, способен решать стандартные задачи.</p> <p align="center">Хорошо Студент знает основные понятия и утверждения элементарной теории чисел, понимает в основных деталях главные рассуждения курса, способен решать стандартные задачи.</p> <p align="center">Отлично Студент знает основные понятия и утверждения элементарной теории чисел, понимает во всех деталях все рассуждения курса, способен решать задачи, не самыми тривиальными способами связанные с материалом курса.</p>
<p>ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>	<p>Знать формулировки некоторых классических задач теории чисел, в том числе нерешенных, основные возможности компьютерных программ для исследований в области теории чисел. Уметь систематизировать теоретический материал, контролировать правильность вычислений. Владеть навыками постановки и проверки гипотез и утверждений, в том числе с помощью использования компьютерных программ.</p>	<p align="center">Неудовлетворител Студент знает формулировки основных классических задач теории чисел, простейшие возможности компьютерных программ для исследований в области теории чисел, умеет контролировать правильность вычислений.</p> <p align="center">Удовлетворительн Студент знает формулировки основных классических задач теории чисел, типичные возможности компьютерных программ для исследований в области теории чисел, умеет контролировать правильность вычислений.</p> <p align="center">Хорошо</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Студент знает формулировки основных классических задач теории чисел, типичные возможности компьютерных программ для исследований в области теории чисел, умеет систематизировать теоретический материал, контролировать правильность вычислений, владеет навыками проверки гипотез и утверждений, в том числе с помощью использования компьютерных программ.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Студент знает формулировки классических задач теории чисел, в том числе нерешенных, основные возможности компьютерных программ для исследований в области теории чисел. умеет систематизировать теоретический материал, контролировать правильность вычислений, владеет навыками постановки и проверки гипотез и утверждений, в том числе с помощью использования компьютерных программ.</p>
<p>ПК.3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Знать основные приемы построения доказательств. Уметь сформулировать результат.</p>	<p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> <p>Студент даже в простых ситуациях не способен найти правильную идею, приблизительно строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>Студент в простых ситуациях способен найти правильную идею, приблизительно строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Студент в стандартных ситуациях способен найти правильную идею, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Студент, в том числе в не самых стандартных ситуациях, способен найти правильную идею,. строго доказать</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		Отлично утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : СУОС

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 50 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 50 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ПК.1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики ПК.3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Контрольная точка 1 Письменное контрольное мероприятие	Теория делимости в кольце целых чисел, некоторые числовые функции, числовые сравнения,

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ПК.1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p> <p>ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p>ПК.3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Контрольная точка 2</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Алгебраические сравнения с одним неизвестным, первообразные корни и индексы, Различные применения теории чисел, алгебраические и трансцендентные числа</p>
<p>ПК.1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p> <p>ПК.2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> <p>ПК.3 способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Итоговая контрольная точка</p> <p>Итоговое контрольное мероприятие</p>	<p>Теория делимости в кольце целых чисел. Некоторые числовые функции. Числовые сравнения. Алгебраические сравнения с одним неизвестным. Первообразные корни и индексы. Различные применения теории чисел. Алгебраические и трансцендентные числа.</p>

Спецификация мероприятий текущего контроля

Контрольная точка 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Теория делимости в кольце целых чисел	10
Числовые сравнения	10
Некоторые числовые функции	10

Контрольная точка 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **15**

Показатели оценивания	Баллы
Алгебраические сравнения с одним неизвестным.	8
Первообразные корни и индексы.	8
Различные применения теории чисел.	8
Алгебраические и трансцендентные числа	6

Итоговая контрольная точка

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **20**

Показатели оценивания	Баллы
Теория делимости в кольце целых чисел.	10
Различные применения теории чисел. Алгебраические и трансцендентные числа.	10
Алгебраические сравнения с одним неизвестным. Первообразные корни и индексы.	10
Некоторые числовые функции. Числовые сравнения.	10