

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра фундаментальной математики**

**Авторы-составители: Скачкова Елена Александровна  
Левко Светлана Владимировна**

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 2**  
Код УМК 80794

Утверждено  
Протокол №9  
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Математический анализ 2

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика

направленность Программа широкого профиля

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Математический анализ 2** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.01** Математика (направленность : Программа широкого профиля)

**ОПК.1** способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности

**ПК.3** способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

#### 4. Объем и содержание дисциплины

<b>Направления подготовки</b>	01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)
<b>форма обучения</b>	очная
<b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>	1,2,4
<b>Объем дисциплины (з.е.)</b>	9
<b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>	324
<b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b>	126
<b>Проведение лекционных занятий</b>	28
<b>Проведение практических занятий, семинаров</b>	98
<b>Проведение лабораторных работ, занятий по иностранному языку</b>	0
<b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>	198
<b>Формы текущего контроля</b>	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (2) Итоговое контрольное мероприятие (3) Письменное контрольное мероприятие (5)
<b>Формы промежуточной аттестации</b>	Зачет (1 триместр) Зачет (2 триместр) Экзамен (4 триместр)

## 5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

### Математический анализ 2 [УГНС ФМ]. Первый триместр

#### Входной контроль

Входная контрольная работа. Проверяет знания элементарной математики.

#### Раздел 1. Введение в анализ

Операции над множествами и их свойства. Понятие рационального числа, свойства рациональных чисел, измерение отрезков на числовой прямой. Множество действительных чисел, приближение действительного числа рациональными. Арифметические операции над действительными числами, свойства действительных чисел. Принцип Архимеда, полнота множества действительных чисел. Ограниченные и неограниченные множества, определение точных граней. Теорема существования точных граней у ограниченного множества. Принцип вложенности отрезков, Дедекиндово сечение. Отображение множеств.

Определение функции. Определение предельного значения функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы. Предел функции по базе. Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши существования предела функции. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Эквивалентность различных определений непрерывности. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Предел и непрерывность монотонной функции. Теорема существования обратной функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойство непрерывной функции сохранять знак. Свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Больцано-Коши, теоремы Вейерштрасса: равномерная непрерывность, теорема Кантора.

#### Практическая работа №1 Предел числовой последовательности, предел и непрерывность функции.

Уметь решать квадратные уравнения, кубические уравнения, уравнения с модулем, иррациональные уравнения, тригонометрические уравнения, показательные уравнения, логарифмические уравнения, квадратные неравенства, кубические неравенства, неравенства с модулем, иррациональные неравенства, тригонометрические неравенства, показательные неравенства, логарифмические неравенства.

#### Раздел 2. Дифференцируемость функций одной и нескольких переменных

Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции в точке, связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Основные правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Основные свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Понятие  $n$ -мерного координатного и  $n$ -мерного векторного пространства. Топологические понятия  $n$ -мерного пространства: окрестность точки; открытые и замкнутые множества; предельные, граничные точки множества, точки прикосновения; связные множества, области. Сходимость последовательности точек, критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел функции  $n$  переменных в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы. Непрерывность функции  $n$  переменных. Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах. Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости функции в точке, их

эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков, не инвариантность их формы. Формула Тейлора. Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум.

### **Практическая работа №2 Формулы Тейлора в разных задачах**

Нахождение производных первого и высших порядков явной, неявной, параметрически заданной функций. Формула Лейбница. Приложение к физическим задачам. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей с помощью правила Лопиталя - Бернулли. Приближенные вычисления. Исследование функций с помощью производных. Условия постоянства функций, возрастания и убывания функций. Локальный экстремум функции, необходимые и достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции.

### **Практическая работа №3 Исследование ФНП на экстремум**

Нахождение частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных. Вычисление градиента и производной по направлению. Исследование функции двух и более переменных на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значения на множестве. Исследование функции на условный экстремум.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Знание основных понятий математического анализа, используемых при изучении 1 триместра, и умение их формулировать (в том числе на языке окрестностей).

Знание основных теорем математического анализа и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, освоенных при изучении 1 триместра.

## **Математический анализ 2 [УГНС ФМ]. Второй триместр**

### **Раздел 3. Интегральное исчисление**

Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла.

Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем.

Свойства определенного интеграла с верхним переменным пределом, связь определенного интеграла с неопределенным. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения.

Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимости. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Интегралы от знакоположительной функции: критерий сходимости, признаки сравнения в простой и предельной форме. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимости. Признаки Абеля и Дирихле.

Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.

Замена переменной и интегрирование по частям в несобственном интеграле. Понятие главного значения интеграла.

Задача об объеме криволинейного цилиндра. Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу, их свойства. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области.

Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.

Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади квадратуемой фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки).

Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле.

#### **Практическая работа №4**

Вычисление неопределенных интегралов методами: непосредственно, внесение под знак дифференциала, замена переменных, интегрирование по частям, МНК.

#### **Практическая работа №5**

Вычисление площадей, длин дуг, объемов тел вращения, координат центра тяжести. Сведение кратных интегралов к повторным. Замена переменных. Приложение к физическим задачам. Сведение криволинейного интеграла к определенному. Сведение поверхностного интеграла к двойному. Приложение к физическим задачам.

#### **Итоговое контрольное мероприятие**

Знание основных понятий математического анализа, используемых при изучении 2 триместра, и умение их формулировать.

Знание основных теорем математического анализа и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, освоенных при изучении 2 триместра.

### **Математический анализ 2 [УГНС ФМ]. Четвертый триместр**

#### **Раздел 4. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование.

Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Оценка погрешностей.

Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций.

Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Основная лемма. Принцип локализации. Теорема

о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.

### **Практическая работа №6**

Нахождение области сходимости функциональных и степенных рядов. Исследование на равномерную сходимость функциональных последовательностей и рядов. Разложение функций в ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Фурье. Разложение функций, заданных на отрезке, в неполные ряды Фурье.

### **Раздел 5. Несобственные интегралы, зависящие от параметра**

Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.

Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости.

Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра: непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость; изменение порядка двух несобственных интегрирований.

Эйлеровы интегралы  $\Gamma(a)$  и  $B(a,b)$  и их свойства. Применение Эйлеровых интегралов к вычислению кратных интегралов.

### **Практическая работа №7**

Исследование собственного интеграла, зависящего от параметра на непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.

Исследование на сходимость и равномерную сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Применение Эйлеровых интегралов к вычислению определенных и кратных интегралов.

### **Итоговое контрольное мероприятие**

Знание основных понятий математического анализа, используемых при изучении курса, и умение их формулировать (в том числе на языке окрестностей).

Знание основных теорем математического анализа и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.

Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, освоенных при изучении курса.



## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторские занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — Москва: АСТ, 2005, ISBN 5-17-010062-0.-558.
2. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах. Книга 1 : учебник для академического бакалавриата / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 396 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02792-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/431348>
3. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/454528>
4. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 1 : учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 703 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3701-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/425369>
5. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 323 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-10723-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/431350>
6. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 3 : учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 351 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02795-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/444077>

### Дополнительная:

1. Ильин В. А. Математический анализ. учебник : в 2 ч. Ч. 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов ; ред. А. Н. Тихонов ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Проспект, 2007, ISBN 978-5-482-01431-8.-368
2. Кирьянова, Л. В. Математический анализ. Теория числовых рядов : конспект лекций / Л. В. Кирьянова, Т. А. Матеевич, А. Г. Мясников. — Москва : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018. — 103 с. — ISBN 978-5-7264-1802-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/74476.html>
3. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/454528>
4. Рогова, Н. В. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление : учебное пособие / Н. В. Рогова, Л. А. Соловьева, О. В. Старожилова. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 225 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный //

Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/75384.html>

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Математический анализ 2** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Математический анализ 2**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и  
критерии их оценивания**

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения математического анализа в применении к задачам профессиональной деятельности; <b>УМЕТЬ:</b> использовать основные понятия, концепции, задачи и методы математического анализа в профессиональной деятельности; <b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории математического анализа; навыками анализа полученных результатов, их проверки и интерпретации.</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Не знает основные понятия и утверждения теории математического анализа. Не знает основные формулы математического анализа и не умеет применять их при решении задач. Не контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Имеет общие знания основных понятий и утверждений математического анализа. Умеет решать ограниченный набор задач, используя основные формулы.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные проблемы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать стандартные задачи. Контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Отлично</b> Сформированные систематические знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет решать задачи в усложненных постановках. Контролирует правильность вычислений. Самостоятельно приобретает новые знания.</p>
<p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия, идеи, методы, законы математического анализа, методы строгого доказательства положений. <b>УМЕТЬ:</b> корректно формулировать положения математического анализа; применять основные методы доказательства положений; распознавать ошибки в рассуждениях при доказательстве теорем и</p>	<p align="center"><b>Неудовлетворител</b> Не знает понятия, утверждения и формулы математического анализа(перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Не умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Не контролирует правильность вычислений.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b> Знает понятия и формулы математического анализа; но не знает и не доказывает утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать ограниченный набор задач. Может допускать множественные</p>

Компетенция	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
	<p>утверждений математического анализа.</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> методологией и аксиоматикой фундаментальной математики, навыками корректной формулировки положений математического анализа; основными приемами, используемыми при построении доказательств</p>	<p><b>Удовлетворительн</b> арифметические ошибки в вычислениях. Испытывает затруднения при самостоятельном изучении литературы по математическому анализу.</p> <p><b>Хорошо</b> Сформированные, но содержащие отдельные проблемы знания основных понятий и утверждений теории математического анализа. Умеет доказывать стандартные утверждения. Контролирует правильность вычислений.</p> <p><b>Отлично</b> Знает понятия, утверждения и формулы математического анализа; умеет доказывать утверждения (перечисленные в пункте ЗНАТЬ). Умеет решать задачи математического анализа (перечисленные в пункте УМЕТЬ). Может допускать редкие арифметические ошибки в вычислениях. Самостоятельно приобретает новые знания, используя литературу по математическому анализу.</p>

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 42 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 42 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<b>Входной контроль</b>	Входной контроль <b>Входное тестирование</b>	Нахождение множества значений функции. Построение на координатной плоскости множества точек, координаты которых удовлетворяют некоторому соотношению. Нахождение обратной функции к заданной функции. Построение графиков обеих функций. Решение уравнения, содержащего некоторую функцию и обратную к ней функцию.
<b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности <b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Практическая работа №1 Предел числовой последовательности, предел и непрерывность функции. <b>Письменное контрольное мероприятие</b>	Знание определения предела числовой последовательности. Умение применить его для доказательства предела. Знание методов вычисления пределов последовательности, умение применять их при решении пределов. Знание теорем сходимости пределов, умение применять их на практике.



Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Практическая работа №2 Формулы Тейлора в разных задачах</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формулы Тейлора. Знание основных известных разложений. Умение применить формулу Тейлора к вычислению пределов. Умение применить формулу Тейлора для приближенного вычисления значения функции. Умение оценить погрешность вычисления.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Практическая работа №3 Исследование ФНП на экстремум</p> <p><b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание определения и методов исследования ФНП, заданной явным и неявным образом, на экстремум, умение исследовать ФНП на экстремум. Знание наибольшего и наименьшего значения ФНП, умение находить наибольшее и наименьшее значения ФНП. Знание определения и методов исследования ФНП на условный экстремум.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знать основные понятия математического анализа, используемые в 1 триместре, и уметь их формулировать. Знать основные теоремы математического анализа, используемые в 1 триместре, и уметь их формулировать. Уметь применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Уметь доказывать избранные теоремы. Уметь решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре.</p>

## Спецификация мероприятий текущего контроля

### Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
Построение на координатной плоскости множества точек, координаты которых удовлетворяют некоторому соотношению.	3
Решение уравнения, содержащего некоторую функцию и обратную к ней функцию.	3
Нахождение обратной функции к заданной функции. Построение графиков обеих функций.	2
Нахождение множества значений функции.	2

### Практическая работа №1 Предел числовой последовательности, предел и непрерывность функции.

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **6 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **6.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знание определения предела числовой последовательности. Умение применить его для доказательства предела.	5
Умение применять методы вычисления пределов при решении примеров	3.5
Умение применять теоремы сходимости на практике.	3
Знание теорем сходимости пределов	2
Знание методов вычисления пределов последовательности,	1.5

### Практическая работа №2 Формулы Тейлора в разных задачах

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **25**

Проходной балл: **10.5**

Показатели оценивания	Баллы
Умение оценить погрешность вычисления.	5.5
Умение применить формулу Тейлора к вычислению пределов	5
Знание формулы Тейлора. Знание основных известных разложений.	5
Умение построить ряд Тейлора для функции нескольких переменных.	5
Умение применить формулу Тейлора для приближенного вычисления значения функции.	4.5

### Практическая работа №3 Исследование ФНП на экстремум

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **6 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **25**  
 Проходной балл: **10.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знание определения и методов исследования ФНП, заданной явным образом, на экстремум, умение исследовать ФНП на экстремум.	6
Знание определения и методов исследования ФНП на условный экстремум.	6
Умение исследовать ФНП на экстремум, заданных неявно.	5.5
Знание наибольшего и наименьшего значения ФНП, умение находить наибольшее и наименьшее значения ФНП.	5
Знание определения и методов исследования ФНП, заданной неявным образом, на экстремум.	2.5

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**  
 Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**  
 Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **35**  
 Проходной балл: **14.5**

Показатели оценивания	Баллы
Знать основные теоремы математического анализа, используемые в 1 триместре, и уметь их формулировать. Уметь применять теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	11.5
Уметь доказывать избранные теоремы.	10
Уметь решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 1 триместре.	10
Знать основные понятия математического анализа, используемые в 1 триместре, и уметь их формулировать.	4.5

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
-------------	-------------------------------	--

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Практическая работа №4 <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формул для вычисления массы кривой. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления работы векторного поля по перемещению материальной точки вдоль кривой. Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Грина, умение применять ее в практических задачах.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Практическая работа №5 <b>Письменное контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы на практике. Знание формул для вычисления потока векторного поля . Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Остроградского, умение применять ее в практических задачах. Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля . Умение применять эти формулы на практике. Знание формулы Стокса, умение применять ее в практических задачах.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие <b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.</p>

## Спецификация мероприятий текущего контроля

### Практическая работа №4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знание формул для вычисления работы векторного поля по перемещению материальной точки вдоль кривой. Умение применять эти формулы на практике.	8
Знание формул для вычисления массы кривой. Умение применять эти формулы на практике	6
Вычисление криволинейного интеграла 2 рода.	6
Вычисление криволинейного интеграла 1 рода.	5
Знание формулы Грина, умение применять ее в практических задачах.	5

### Практическая работа №5

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знание формул для вычисления потока векторного поля . Умение применять эти формулы на практике.	7
Знание формулы Стокса, умение применять ее в практических задачах.	6
Знание формул для вычисления массы поверхности. Умение применять эти формулы на практике.	6
Знание формулы Остроградского, умение применять ее в практических задачах.	6
Знание формул для вычисления циркуляции векторного поля . Умение применять эти формулы на практике.	5

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных во 2 триместре.	15
Умение применять теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых во 2 триместре, и	

умение их формулировать.	8
Знание основных теорем математического анализа, используемых во 2 триместре, и умение их формулировать.	7

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Экзамен

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Практическая работа №6</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание определения равномерной непрерывности функции одной переменной, умение применить определение для исследования функции на равномерную непрерывность. Знание достаточных признаков равномерной непрерывности функции одной переменной, умение применять их на практике. Знание определения равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов, умение применить определение для исследования на равномерную сходимость. Знание достаточных признаков равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов, умение применять их на практике.</p>

Компетенция	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Практическая работа №7</p> <p><b>Защищаемое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание определения несобственных интегралов, зависящих от параметра. Умение определять область сходимости интегралов. Знание достаточных признаков равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра, умение применять их на практике. Знание интегралов Эйлера, умение вычислять интегралы с помощью интегралов Эйлера.</p>
<p><b>ОПК.1</b> способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности</p> <p><b>ПК.3</b> способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Итоговое контрольное мероприятие</p> <p><b>Итоговое контрольное мероприятие</b></p>	<p>Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать. Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных. Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.</p>

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Практическая работа №6

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
<p>Знание определения равномерной сходимости функциональных рядов, умение применить определение для исследования на равномерную сходимость. Знание достаточных признаков равномерной сходимости функциональных рядов, умение применять их на практике.</p>	8
<p>Знание определения равномерной непрерывности функции одной переменной, умение</p>	

применить определение для исследования функции на равномерную непрерывность.	7
Знание достаточных признаков равномерной непрерывности функции одной переменной, умение применять их на практике.	6
Знание определения равномерной сходимости функциональных последовательностей, умение применить определение для исследования на равномерную сходимость.	5
Знание достаточных признаков равномерной сходимости функциональных последовательностей, умение применять их на практике.	4

### Практическая работа №7

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

Показатели оценивания	Баллы
Знание определения и достаточных признаков равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра, умение применять их на практике.	10
Знание определения несобственных интегралов, зависящих от параметра. Умение определять область сходимости интегралов.	10
Умение вычислять интегралы с помощью интегралов Эйлера.	7
Знание интегралов Эйлера,	3

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Умение решать практические задания на основании понятий, методов и теорем, изученных в 4 триместре.	16
Умение применять эти теоремы для установления свойств функций одной и нескольких переменных.	10
Знание основных понятий математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.	7
Знание основных теорем математического анализа, используемых в 4 триместре, и умение их формулировать.	7