

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования "Пермский  
государственный национальный исследовательский  
университет"**

**Кафедра вычислительной и экспериментальной механики**

**Авторы-составители: Стрелкова Нина Александровна**

Рабочая программа дисциплины

**ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

Код УМК 48449

Утверждено  
Протокол №6  
от «16» июня 2020 г.

Пермь, 2020

## **1. Наименование дисциплины**

Вариационное исчисление и методы оптимизации

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в вариативную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.01** Математика

направленность Программа широкого профиля

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

В результате освоения дисциплины **Вариационное исчисление и методы оптимизации** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**01.03.01** Математика (направленность : Программа широкого профиля)

**ПК.2** способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

**ПК.3** способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

#### 4. Объем и содержание дисциплины

|   |  |
|---|--|
| <b>Направления подготовки</b>                                     | 01.03.01 Математика (направленность: Программа широкого профиля)   |
| <b>форма обучения</b>   | очная  |
| <b>№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины</b>          | 10   |
| <b>Объем дисциплины (з.е.)</b>                                    | 3  |
| <b>Объем дисциплины (ак.час.)</b>                                 | 108  |
| <b>Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:</b> | 42   |
| <b>Проведение лекционных занятий</b>                              | 14   |
| <b>Проведение практических занятий, семинаров</b>                 | 28   |
| <b>Самостоятельная работа (ак.час.)</b>                           | 66   |
| <b>Формы текущего контроля</b>                                    | Входное тестирование (1)<br>Итоговое контрольное мероприятие (1)<br>Письменное контрольное мероприятие (2) |
| <b>Формы промежуточной аттестации</b>                             | Зачет (10 триместр)  |

## **5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины**

### **Вариационное исчисление и методы оптимизации. Первый семестр**

#### **Гладкие конечномерные задачи оптимизации**

Задачи оптимизации в науке и технике. Формализация задач оптимизации. Гладкая конечномерная задача без ограничений. Принцип Лагранжа для гладких конечномерных задач с ограничениями типа равенств и неравенств.

#### **Задача выпуклого программирования**

Выпуклые множества и функции. Постановка задачи выпуклого программирования. Теорема Куна–Таккера.

#### **Линейное программирование**

Постановка и формы записи задачи задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод. Метод искусственного базиса.

#### **Простейшая задача вариационного исчисления**

Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Дюбуа–Реймона. Уравнение Эйлера. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера.

#### **Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления**

Функционалы от нескольких функций. Функционалы со старшими производными. Задача Больца.

#### **Вариационные задачи на условный экстремум**

Изопериметрическая задача. Задача Лагранжа.

#### **Принцип максимума Понтрягина**

Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина. Простейшая задача о быстродействии.

#### **Итоговое контрольное мероприятие**

Проверка знаний студентов по всему курсу.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

## **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### Основная:

1. Алексеев В. М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: задачник для студентов вузов/В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров.- Москва: Физматлит, 2005, ISBN 5-9221-0590-6.-256.-Библиогр.: с. 252
2. Андреева Е. А., Цирулева В. М. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учебное пособие для студентов математических специальностей и направлений подготовки университетов/Е. А. Андреева, В. М. Цирулева.-Москва: Высшая школа, 2006, ISBN 5-06-004746-6.-584.-Библиогр. в конце глав

### Дополнительная:

1. Краснов М. Л., Макаренко Г. И., Киселев А. И. Вариационное исчисление: учебное пособие для вузов/М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев.-Москва: Наука, 1973.-191.-Библиогр.: с. 189-190 (23 назв.)
2. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика"/Ф. П. Васильев.-Москва: Наука, 1988, ISBN 5-02-013796-0.-552.-Библиогр.: с. 531-545
3. Волков В. Т. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление. Методы решения задач : учебное пособие /В. Т. Волков, А. Г. Ягола. — М.: КДУ, 2007. - 140 с. — ISBN 978-5-98227-315-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://psu.bibliotech.ru/Reader/Book/87>
4. Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации/А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров.-Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005, ISBN 5-9221-0559-0.-368.-Библиогр.: с. 361-363
5. Пантелеев А. В., Летова Т. А. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие для студентов вузов/А. В. Пантелеев, Т. А. Летова.-Москва: Высшая школа, 2005, ISBN 5-06-004137-9.-544.- Библиогр.: с. 543-544
6. Лутманов С. В. Курс лекций по методам оптимизации/С. В. Лутманов.-Ижевск: Издательство РХД, 2001, ISBN 5-93972-061-7.-368.-Библиогр.: с. 361 - 363
7. Галеев Э. М. Оптимизация: Теория, примеры, задачи: учебное пособие/Э. М. Галеев.- Москва: КомКнига, 2010, ISBN 978-5-397-01176-1.-336.-Предм. указ.: с. 333-335

## **9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

<http://www.mathnet.ru/> Общероссийский математический портал

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Образовательный процесс по дисциплине **Вариационное исчисление и методы оптимизации** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

Образовательный процесс по дисциплине предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice»;

Специализированное программное обеспечение не требуется.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ ([student.psu.ru](http://student.psu.ru)).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

- система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).
- система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.
- система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.



Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине  
Вариационное исчисление и методы оптимизации**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции и  
критерии их оценивания**

| Компетенция  | Планируемые результаты обучения   | Критерии оценивания результатов обучения  |
|--|---|---|
| <p><b>ПК.3</b><br/>способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p> | <p><b>ЗНАТЬ:</b> основные понятия и утверждения вариационного исчисления и методов оптимизации;<br/><b>УМЕТЬ:</b> применять методы решения конечномерных задач оптимизации и задач вариационного исчисления в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания;<br/><b>ВЛАДЕТЬ:</b> основным понятийным аппаратом теории оптимизации и вариационного исчисления, методами решения конечномерных задач оптимизации и задач вариационного исчисления, навыками теоретического анализа полученных результатов.</p> | <p align="center"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения вариационного исчисления и методов оптимизации. Демонстрирует отсутствие навыков решения конечномерных задач оптимизации и задач вариационного исчисления.</p> <p align="center"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий вариационного исчисления и методов оптимизации. Демонстрирует частично сформированное умение решать конечномерные задачи оптимизации и задачи вариационного исчисления в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов исследования рассматриваемых задач.</p> <p align="center"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие некоторые пробелы знания основных понятий вариационного исчисления и теории оптимизации. В целом успешные, но содержащие некоторые пробелы умения решать конечномерные задачи оптимизации и задачи вариационного исчисления в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов исследования рассматриваемых задач. Умеет контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом вариационного исчисления и теории оптимизации.</p> <p align="center"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий теории оптимизации и</p> |

| Компетенция   | Планируемые результаты обучения  | Критерии оценивания результатов обучения  |
|---|--|---|
|   |  | <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>вариационного исчисления. Сформированное умение решать гладкие экстремальные задачи с ограничениями типа равенств и неравенств, задачи линейного программирования. Успешное и систематическое применение навыков решения задач вариационного исчисления. Сформированное умение давать содержательную интерпретацию результатов исследования экстремальных задач, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания.</p>  |
| <p><b>ПК.2</b><br/>способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p> | <p>ЗНАТЬ общую теорию экстремальных задач и основные методы решения задач оптимизации, классического вариационного исчисления и теории оптимального управления;<br/>УМЕТЬ решать типовые задачи оптимизации, вариационного исчисления и оптимального управления;<br/>ВЛАДЕТЬ навыками применения современных методов теории экстремальных задач в исследовательской и прикладной деятельности.</p> | <p style="text-align: center;"><b>Неудовлетворител</b></p> <p>Не знает основные понятия и утверждения теории оптимизации и вариационного исчисления. Демонстрирует отсутствие навыков решения задач оптимизации и вариационного исчисления.</p> <p style="text-align: center;"><b>Удовлетворительн</b></p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий теории оптимизации и вариационного исчисления. Демонстрирует частично сформированное умение решать конечномерные задачи оптимизации и вариационного исчисления, давать содержательную интерпретацию результатов исследования экстремальных задач.</p> <p style="text-align: center;"><b>Хорошо</b></p> <p>Сформированные, но содержащие некоторые пробелы знания основных понятий теории оптимизации и вариационного исчисления. В целом успешные, но содержащие некоторые пробелы умения решать конечномерные задачи оптимизации и вариационного исчисления, давать содержательную интерпретацию результатов исследования экстремальных задач. Умеет самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом теории оптимизации и вариационного исчисления.</p> <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий теории вариационного исчисления и методов оптимизации.</p> |

| <b>Компетенция</b> | <b>Планируемые результаты обучения</b> | <b>Критерии оценивания результатов обучения</b>   |
|--------------------|--|---|
|                    |  | <p style="text-align: center;"><b>Отлично</b></p> <p>Сформированное умение решать конечномерные задачи оптимизации и задачи вариационного исчисления в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов исследования задач оптимизации и вариационного исчисления, контролировать правильность вычислений, самостоятельно приобретать новые знания.</p> |

## Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : СУОС

**Вид мероприятия промежуточной аттестации :** Зачет

**Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации :** Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

**Максимальное количество баллов :** 100

### Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| Компетенция  | Мероприятие текущего контроля   | Контролируемые элементы результатов обучения   |
|--|---|--|
| <b>Входной контроль</b>  | Гладкие конечномерные задачи оптимизации<br><b>Входное тестирование</b> | Проверка знаний базовых понятий и методов, необходимых для изучения курса «Вариационное исчисление и методы оптимизации».  |
| <b>ПК.3</b><br>способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата | Контрольная работа 1<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b>       | Знать общую теорию экстремальных задач и основные методы решения задач оптимизации. Уметь решать конечномерные задачи оптимизации с ограничениями типа равенств и неравенств, задачи линейного программирования. Владеть основным понятийным аппаратом и методами решения задач оптимизации. |
| <b>ПК.3</b><br>способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата | Контрольная работа 2<br><b>Письменное контрольное мероприятие</b>       | Знать основные методы решения классических задач вариационного исчисления. Уметь применять основные формулы и изученные методы для решения конкретных задач вариационного исчисления.  |

| Компетенция   | Мероприятие текущего контроля   | Контролируемые элементы результатов обучения  |
|---|---|---|
| <b>ПК.2</b><br>способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики | Итоговое контрольное мероприятие<br><b>Итоговое контрольное мероприятие</b> | Знать общую теорию и основные методы решения конечномерных задач оптимизации и вариационного исчисления. Уметь применять основные формулы и изученные методы для решения типовых задач оптимизации и вариационного исчисления. Владеть основным понятийным аппаратом теории оптимизации и вариационного исчисления, навыками теоретического анализа полученных результатов. |

### Спецификация мероприятий текущего контроля

#### Гладкие конечномерные задачи оптимизации

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

| Показатели оценивания | Баллы |
|-----------------------|-------|
| Входное тестирование  | 0     |

#### Контрольная работа 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **25**

Проходной балл: **11**

| Показатели оценивания   | Баллы |
|---|-------|
| Умеет применять симплекс-метод для решения задач линейного программирования: - обоснованно получен верный ответ - 5 баллов; - решение в целом верное, но содержит вычислительные ошибки - 4 балла;- правильно построена первая симплекс-таблица, верно найден разрешающий элемент симплекс-таблицы, правильно осуществлен переход к следующей симплекс-таблице, неверно выписан окончательный ответ задачи – 3 балла;- правильно построена первая симплекс-таблица, верно найден разрешающий элемент симплекс-таблицы, неправильно осуществлен переход к следующей симплекс-таблице, решение не закончено или получен неверный ответ – 2 балла;- правильно построена первая симплекс-таблица, верно найден разрешающий столбец симплекс-таблицы, но неправильно найден разрешающий элемент симплекс-таблицы, решение не закончено или получен неверный ответ – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов. | 5     |

|   |   |
|---|---|
| <p>Знает методы решения экстремальных задач без ограничений и умеет применять их для решения конкретных задач: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно выписаны необходимые и достаточные условия экстремума, но либо получены не все точки локального экстремума функции, либо не найдены абсолютные минимум и максимум функции; при решении могут быть допущены негрубые ошибки и неточности - 3 балла; - правильно выписаны необходимые условия экстремума, но не рассмотрены достаточные условия экстремума, или не найдены абсолютные минимум и максимум функции, при решении допущены грубые ошибки – 2 балла;- выписаны необходимые условия экстремума, но не рассмотрены достаточные условия экстремума, не найдены абсолютные минимум и максимум функции; решение не закончено – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>                       | 5 |
| <p>Умеет решать, с использованием графического метода задачи линейного программирования: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно построено допустимое множество, но неверно найдены абсолютные минимум и максимум функции; при решении могут быть допущены негрубые ошибки и неточности – 3 балла;- неправильно построено допустимое множество, но для данной области верно найдены абсолютные минимум и максимум функции; при решении могут быть допущены негрубые ошибки и неточности – 2 балла;- неправильно построено допустимое множество, для данной области найдены абсолютные минимум и максимум функции, но при решении допущены грубые ошибки или решение не закончено – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>   | 5 |
| <p>Умеет решать, с использованием метода множителей Лагранжа гладкие экстремальные задачи с ограничениями типа равенств и неравенств: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно выписаны необходимые и достаточные условия экстремума, но либо получены не все точки локального экстремума функции, либо не найдены абсолютные минимум и максимум функции; при решении могут быть допущены негрубые ошибки и неточности – 3 балла;- правильно выписаны необходимые условия экстремума, но не рассмотрены достаточные условия экстремума, или не найдены абсолютные минимум и максимум функции, при решении допущены грубые ошибки – 2 балла;- выписаны необходимые условия экстремума, но не рассмотрены достаточные условия экстремума, не найдены абсолютные минимум и максимум функции; решение не закончено – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p> | 5 |
| <p>Умеет решать, с использованием метода множителей Лагранжа гладкие экстремальные задачи с ограничениями типа равенств: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; -</p>   | 5 |

|   |  |
|---|--|
| <p>решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно выписаны необходимые и достаточные условия экстремума, но либо получены не все точки локального экстремума функции, либо не найдены абсолютные минимум и максимум функции; при решении могут быть допущены негрубые ошибки и неточности – 3 балла;- правильно выписаны необходимые условия экстремума, но не рассмотрены достаточные условия экстремума, или не найдены абсолютные минимум и максимум функции, при решении допущены грубые ошибки – 2 балла;- выписаны необходимые условия экстремума, но не рассмотрены достаточные условия экстремума, не найдены абсолютные минимум и максимум функции; решение не закончено – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p> |  |
|---|--|

## Контрольная работа 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **35**

Проходной балл: **15**

| Показатели оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| <p>Умеет решать, с использованием достаточных условий слабого и сильного экстремумов функционала, простейшие классические задачи вариационного исчисления: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - найдено верное решение уравнения Эйлера, но допущены ошибки при проверке достаточных условий экстремума – 3 балла;- найдено верное решение уравнения Эйлера, но не рассмотрены достаточные условия экстремума – 2 балла;- правильно выписано уравнение Эйлера, но неверно найдено решение уравнения Эйлера, удовлетворяющее заданным граничным условиям. не рассмотрены достаточные условия экстремума – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>  | 5     |
| <p>Умеет решать задачи вариационного исчисления с функционалами со старшими производными: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - получено верное решение уравнения Эйлера-Пуассона, но из граничных условий не найдены постоянные интегрирования – 3 балла; правильно выписано уравнение Эйлера-Пуассона, но неверно найдено решение этого уравнения; для полученного решения из граничных условий определены постоянные интегрирования – 2 балла;- правильно выписано уравнение Эйлера-Пуассона, но неверно найдено решение этого уравнения; для полученного решения из граничных условий неверно определены постоянные интегрирования или решение не завершено – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных</p> | 5     |



|   |          |
|---|----------|
| <p>выше – 0 баллов.</p>   |          |
| <p>Умеет решать задачи вариационного исчисления с функционалами, зависящими от векторных функций: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - получено верное решение системы уравнений Эйлера, но из граничных условий не найдены постоянные интегрирования – 3 балла;- правильно выписана система уравнений Эйлера, но неверно найдено решение этой системы; для полученного решения из граничных условий определены постоянные интегрирования – 2 балла;- правильно выписана система уравнений Эйлера, но неверно найдено решение этой системы; для полученного решения из граничных условий неверно определены постоянные интегрирования или решение не завершено – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>   | <p>5</p> |
| <p>Умеет решать, с использованием принципа максимума Л.С. Понтрягина, задачи оптимального управления: – - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно составлена функция Понтрягина, правильно выписана сопряженная система, получено верное решение рассматриваемой системы уравнений, правильно выписаны условия трансверсальности, но не найдены постоянные интегрирования– 3 балла;- правильно составлена функция Понтрягина и правильно выписана сопряженная система, но неверно найдено решение рассматриваемой системы уравнений или неверно указаны условия трансверсальности – 2 балла;- правильно составлена функция Понтрягина и правильно выписана сопряженная система, но не найдено решение рассматриваемой системы уравнений; не указаны условия трансверсальности – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p> | <p>5</p> |
| <p>Знает методы решения задач вариационного исчисления на условный экстремум и умеет применять их для решения изопериметрических задач: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно составлена функция Лагранжа, получено верное решение системы уравнений Эйлера, но не найдены постоянные интегрирования – 3 балла;- правильно составлена функция Лагранжа и правильно выписана система уравнений Эйлера, но неверно найдено решение этой системы уравнений – 2 балла;- правильно составлена функция Лагранжа и правильно выписана система уравнений Эйлера, но не найдено решение этой системы уравнений; не указаны условия, из которых определяются постоянные интегрирования – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов</p>   | <p>5</p> |
| <p>Знает методы решения задач вариационного исчисления на условный экстремум и умеет</p>  | <p>5</p> |

|  |   |
|--|---|
| <p>применять их для решения задач Лагранжа: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - правильно составлена функция Лагранжа, получено верное решение системы уравнений Эйлера, правильно выписаны условия трансверсальности, но не найдены постоянные интегрирования – 3 балла;- правильно составлена функция Лагранжа и правильно выписана система уравнений Эйлера, но неверно найдено решение этой системы уравнений или неверно указаны условия трансверсальности – 2 балла;- правильно составлена функция Лагранжа и правильно выписана система уравнений Эйлера, но не найдено решение этой системы уравнений; не указаны условия трансверсальности – 1 балл; - решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p> |   |
| <p>Умеет решать задачи Больца: - обоснованно получен верный ответ – 5 баллов; - решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, решение при правильном ответе недостаточно обосновано), либо содержит вычислительные ошибки – 4 балла; - получено верное решение уравнения Эйлера, но из правильно выписанных условий трансверсальности не найдены постоянные интегрирования – 3 балла;- правильно выписано уравнение Эйлера, но неверно найдено решение этого уравнения или неверно выписаны условия трансверсальности – 2 балла;- правильно выписано уравнение Эйлера, но неверно найдено решение этого уравнения, неверно выписаны условия трансверсальности – 1 балл;- решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>  | 5 |

### Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

| <b>Показатели оценивания</b>   | <b>Баллы</b> |
|--|--------------|
| <p>Умеет правильно формализовать экстремальные задачи. Знает постановку гладких экстремальных задач без ограничений, с ограничениями типа равенств, с ограничениями типа равенств и неравенств, необходимые и достаточные условия для гладких экстремальных задач. Умеет использовать теоретические результаты для обоснования правильности решения конкретной задачи: - ответ на вопрос исчерпывающий, изложен без ошибок, все выкладки обоснованы – 10 баллов;- основной материал изложен, однако при проведении математических преобразований допущены описки, неточности – 8 баллов;- ответ не полный, студент не знает отдельных деталей, допускает неточности и неточности при проведении математических преобразований – 6 баллов;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, допущены ошибки при проведении доказательств теорем, математических преобразований, вычислений, выкладок</p> | 10           |

|   |    |
|---|----|
|   |    |
| <p>– 4 балла;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, доказательство теорем отсутствует, допущены грубые математические ошибки при изложении теоретического материала – 2 балла;- ответ на вопрос отсутствует или не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>   |    |
| <p>Владеет методами решения классических задач вариационного исчисления на условный экстремум. Знает постановки задач оптимального управления, формулировку принципа максимума для случаев свободных и закрепленных концов: - ответ на вопрос исчерпывающий, изложен без ошибок, все выкладки обоснованы – 10 баллов;- основной материал изложен, однако при проведении математических преобразований допущены описки, неточности – 8 баллов;- ответ не полный, студент не знает отдельных деталей, допускает негрубые ошибки и неточности при проведении математических преобразований – 6 баллов;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, допущены ошибки при проведении доказательств теорем, математических преобразований, вычислений, выкладок – 4 балла;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, доказательство теорем отсутствует, допущены грубые математические ошибки при изложении теоретического материала – 2 балла;- ответ на вопрос отсутствует или не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p>   | 10 |
| <p>Знает постановку простейшей задачи вариационного исчисления, вывод основного необходимого условия экстремума функционала. Знает простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Владеет навыками решения вариационных задач с функционалами, зависящими от векторных функций, со старшими производными, задач Больца. Знает достаточные условия экстремума функционала в простейшей задаче вариационного исчисления: - ответ на вопрос исчерпывающий, изложен без ошибок, все выкладки обоснованы – 10 баллов;- основной материал изложен, однако при проведении математических преобразований допущены описки, неточности – 8 баллов;- ответ не полный, студент не знает отдельных деталей, допускает негрубые ошибки и неточности при проведении математических преобразований – 6 баллов;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, допущены ошибки при проведении доказательств теорем, математических преобразований, вычислений, выкладок – 4 балла;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, доказательство теорем отсутствует, допущены грубые математические ошибки при изложении теоретического материала – 2 балла;- ответ на вопрос отсутствует или не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p> | 10 |
| <p>Знает определения выпуклого множества и выпуклой функции, формулировку задачи выпуклого программирования. Знает доказательство теоремы Куна–Таккера. Знает постановку и формы записи задач линейного программирования. Умеет привести общую задачу линейного программирования к канонической форме. Знает основные методы решения задач линейного программирования. Умеет применять теоретические результаты для решения конкретных задач линейного программирования: - ответ на вопрос</p>  | 10 |

|  |  |
|--|--|
| <p>исчерпывающий, изложен без ошибок, все выкладки обоснованы – 10 баллов;- основной материал изложен, однако при проведении математических преобразований допущены описки, неточности – 8 баллов;- ответ не полный, студент не знает отдельных деталей, допускает негрубые ошибки и неточности при проведении математических преобразований – 6 баллов;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, допущены ошибки при проведении доказательств теорем, математических преобразований, вычислений, выкладок – 4 балла;- ответ изложен частично, изложение теоретического материала не завершено, доказательство теорем отсутствует, допущены грубые математические ошибки при изложении теоретического материала – 2 балла;- ответ на вопрос отсутствует или не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше – 0 баллов.</p> |  |
|--|--|