ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

А. Л. Гусев

МЕТОДЫ НЕПРЕРЫВНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
"Perm University Press"

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. Л. Гусев

МЕТОДЫ НЕПРЕРЫВНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

*Допущено методическим советом
Пермского государственного национального
исследовательского университета в качестве
учебного пособия для студентов, обучающихся
по направлению подготовки бакалавров
«Прикладная математика и информатика»*

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
"Perm University Press"

Пермь 2021

УДК 519.22(075.8)
ББК 22.17я73
Г962

Гусев А. Л.

Г962 Методы непрерывного статистического контроля [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Л. Гусев ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2021. – 2,25 Мб ; 89 с. – Режим доступа: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/gusev-metody-nepreryvnogo-statisticheskogo-kontrolya.pdf. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-3758-4

В настоящем пособии приводится необходимый математический аппарат для использования планов непрерывного классического контроля и контроля с памятью; для наиболее применяемых правил остановки непрерывного контроля, как важнейшей составляющей любого плана непрерывного статистического контроля, вычисляются вероятностные характеристики, которые служат основой для критерия при принятии управленческих решений; вводится понятие параллельного непрерывного контроля. Сравниваются правила остановки контроля для классического непрерывного контроля и контроля с памятью по математическому ожиданию проконтролированных объектов до остановки контроля.

Учебное пособие адресовано магистрам первого года обучения, изучающим курс «Методы непрерывного статистического контроля».

УДК 519.22(075.8)
ББК 22.17я73

Издается по решению ученого совета механико-математического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета

Рецензенты: кафедра вычислительной математики, механики и биомеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета (зав. кафедрой – д-р тех. наук, профессор ***В. Ю. Столбов***);

доцент кафедры информационных технологий в бизнесе НИУ ВШЭ – Пермь, канд. физ.-мат. наук ***Л. В. Шестакова***

ISBN 978-5-7944-3758-4

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время методы контроллинга внедряются в самые различные сферы человеческой деятельности: определение целей деятельности; отражение этих целей в системе эффективных и сбалансированных показателей; регулярный контроль (измерение) фактических значений показателей; анализ и выявление причин отклонений фактических значений показателей от плановых; принятие на этой основе управленческих решений по минимизации отклонений. Цель контроллинга – построение на предприятии эффективной системы принятия, реализации, контроля и анализа управленческих решений. Основные задачи контроллинга: оптимизация управления; эффективность системы учета операций и результатов; организация систем планирования, контроля и анализа деятельности; эффективность деятельности; автоматизация систем учета и управления.

На сегодняшний день можно отметить следующие распространенные сферы применения контроллинга: оперативное планирование; стратегическое планирование; управленческий учет; анализ затрат; планирование инвестиций и финансирования; информационное обеспечение; координирование; контроль в самом широком смысле этого слова, включая контроль подразделений и контроль продукции; мониторинг и сопоставление различных показателей на взаимосвязь и взаимовлияние.

Непрерывный статистический контроль, основанный на выборе и применении какого-либо плана непрерывного статистического контроля, является одной из важнейших составляющих контроллинга. Правила остановки непрерывного статистического контроля представляют собой самую существенную составляющую в любом плане контроля, так как наступление остановки – это момент принятия управленческого решения. Разработка математических методов непрерывного статистического контроля занимает важное место при решении многих практических задач: контроль качества поточной продукции; управление технологическими процессами; сокращение объема испытаний объектов на надежность; выборочная проверка партии однотипных объектов; получение достоверной информации на основе результатов статистического контроля объектов; мониторинг медицинских и экологических показателей и т. д.

Задачи непрерывного контроля впервые были рассмотрены Х.Ф. Доджем и Х.Г. Ромигом в [40; 41]. В дальнейшем непрерывному контролю были посвящены работы Я.Б. Шора и А.А. Пахомова [34—36], книги Ю.К. Беляева [2], В.С. Мхитаряна [24] и многие др. Исследования по этой теме отражены в различных действующих ГОСТах [6-8]. Вклад автора данного изданияв развитие методов непрерывного статистического контроля отражен в трудах [9—16] и [42-44].

В данном издании приводится математический аппарат для классического непрерывного статистического контроля и непрерывного статистического контроля с памятью; рассматривается алгоритм проведения параллельного непрерывного контроля.

РАЗДЕЛ 1. НЕПРЕРЫВНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ

1.1. Области применения непрерывного контроля

Непрерывный статистический контроль может быть применен для различных целей:

1) приемка готовых партий изделий (объектов);

2) своевременное обнаружение разбалансировки производственного оборудования, выпускающего массовую (поточную) продукцию (объекты);

3) установление повышения уровня заболеваемости на фиксированной территории (объекте) в определенный промежуток времени;

4) обнаружение несоответствия долей принадлежности объектов к классам к установленным требованиям при классификации объектов на несколько классов.

Непрерывный контроль может применяться для решения других производственных, коммерческих и исследовательских задач, требующих принятия решения при определенных сложившихся условиях, вытекающих из потребностей заказчика или аналитика.

1.2. План непрерывного контроля

Пусть на контроль поступает непрерывный поток объектов O_1, O_2, … . Необходимо классифицировать каждый объект, т.е. отнести его к тому или иному классу. Причем не обязательно каждый объект подвергается контролю, при котором однозначно определяется принадлежность объекта к тому или иному классу.

В общем случае планом непрерывного контроля потока объектов можно считать систему переключения четырех стадий произвольного плана контроля:

1) сплошной контроль объектов, когда контролю подвергается каждый объект;

2) выборочный контроль, когда каждый объект с вероятностью α ($0<\alpha<1$) подвергается контролю (в общем случае сплошной контроль может быть включен в выборочный контроль как частный случай при $\alpha=1$);

3) правила остановки при сплошном и выборочном контроле для принятия решения;

4) алгоритм принятия решения о продолжении или прекращении контроля, в т. ч. об изменении параметров контроля, например, переход от выборочного контроля к сплошному или к выборочному же контролю, но с другим значением α.

Произвольный план непрерывного контроля может содержать только две или три стадии контроля из перечисленных стадий контроля.

1.3. Контроль по альтернативному признаку

Наиболее распространены в применении планы непрерывного контроля по альтернативному признаку. Это тот случай, когда каждый объект O_i ($i = 1, 2, \ldots$) может принадлежать только одному из двух классов, иными словами, может быть классифицирован как годный или как дефектный объект. Обычно полагают в этом случае, что каждый объект с вероятностью p является годным и с вероятностью $q=1-p$ является дефектным. Такие планы контроля были, например, исследованы еще в сороковых годах XX столетия Х.Ф. Доджем и Х.Г. Ромигом [40; 41].

Додж предложил следующий план. Контроль объектов начинается со сплошного контроля и продолжается до тех пор, пока не будет обнаружено подряд l годных объектов. После этого переходят к выборочному контролю. При выборочном контроле каждый объект с вероятностью α ($0<\alpha<1$) подвергается контролю до выявления дефектного объекта, после чего переходят вновь к сплошному контролю и т.д.

1.4. Исследования по непрерывному контролю

В [48] изучены планы контроля с несколькими уровнями контроля, при которых задаются пары чисел (l_i,α_i) ($i=\overline{O,N}$). То есть если контроль находится на i-м уровне ($i=\overline{O,N}$), то каждый объект подвергается контролю с вероятностью α_i и после обнаружения l_i годных объектов подряд переходят на (i+1)-й уровень. Здесь полагают:

$$\alpha_N < \alpha_{N-1} < \ldots < \alpha_0=1.$$

Таким образом, нулевой уровень соответствует сплошному контролю и при обнаружении на каком-либо i-м ($i=\overline{1,N}$) уровне дефектного объекта переходят к сплошному контролю.

В 1956 г. А.Х. Боукер [37] написал обзорную работу по планам непрерывного контроля потока объектов. Большое место планам непрерывного контроля уделено в книге [2], где приводятся важные характеристики планов контроля. Системам планов непрерывного контроля посвящены работы Я.Б. Шора и А.А.Пахомова [34-36]. Многие работы и книги, например [1; 3—5; 18—20; 22—25; 29; 30], так или иначе рассматривают задачи, связанные с организацией непрерывного контроля, который направлен на обнаружение повышения уровня дефектности объектов. Остановка контроля происходит по правилам типа «из последних r объектов k дефектных», «из последних r_1 объектов k_1 дефектных» или «из r_2 объектов k_2 дефектных». Такие правила остановки контроля направлены на обнаружение как резкого изменения уровня дефектности поступающих объектов, так и плавного изменения уровня дефектности поступающих на контроль объектов.

Задачи непрерывного контроля тесно связаны с задачами появления некоторых серий. Действительно, например, в самом простом случае, когда каждый объект может быть классифицирован как годный или как дефектный объект, каждому объекту можно ставить в соответствие либо «0» (если объект годный), либо «1» (если объект дефектный). Таким образом, после проведения сплошного контроля будем получать последовательность из нулей и единиц. И остановку контроля можно интерпретировать как получение некой определенной серии или некоторых определенных серий, состоящих из нулей и единиц. Таким задачам были посвящены работы [26; 30; 33; 38; 39].

Важнейшей составляющей каждого плана непрерывного контроля является правило (или правила) остановки контроля. Для зафиксированного правила остановки, которое применяется в конкретном плане контроля, вычисляется математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля. При применении этого плана обычно для принятия управленческого решения применяется критерий, использующий математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля. Так, например, если реальное число проконтролированных объектов до остановки контроля больше или равно математическому ожиданию числа проконтролированных объектов до остановки контроля, то статистический контроль будет продолжаться без каких-либо управленческих действий, так как «произошло то, что и должно было произойти». В противном случае будут приниматься какие-либо управленческие действия: переналадка технологического оборудования; замена производственной линии; профилактические мероприятия и т.п.

После наступления остановки контроля при классическом контроле вся статистическая информация о контроле будет «обнуляться», т.е. статистический контроль будет накапливать информацию заново. При контроле с памятью после наступления остановки контроля будет запоминаться статистическая информация о нескольких последних объектах (чаще всего только о последнем объекте, что и будет предметом рассмотрения в настоящем пособии).

1.5. Виды контроля

Нужно отметить, что существенно отличаются два вида контроля. При первом виде контроля все обнаруженные дефектные объекты заменяются годными объектами. Такой вид контроля в литературе принято обозначать НВК-1 (см., например, [2; 23; 43]). При другом виде контроля, который называют НВК-2, все обнаруженные дефектные объекты просто изымаются.

Особняком стоит непрерывный контроль, когда дефектные объекты только регистрируются. Такой вид контроля осуществляется, например, при замерах показателей заболеваемости. «Дефектным» показателям заболеваемости можно считать показатель заболеваемости, превышающий заранее установленный некоторый порог. Здесь объектом может выступать некая территория (часть субъекта РФ или субъект РФ) в определенный момент времени (день, неделя, месяц, год и т.д.).

1.6. Типы контроля

Контроль может быть неразрушающим и разрушающим. Поясним это. Разрушающим контролем называется такой контроль, который для установления годности объекта подвергает этот объект разрушению. Например, для того чтобы установить годность оружейного патрона, необходимо произвести выстрел из этого патрона, т.е. разрушить его. Понятно, что при разрушающем контроле невозможно постоянно вести непрерывный сплошной контроль. Неразрушающим контролем называется такой контроль, после которого проконтролированный объект не теряет своих полезных свойств. Например, при проверке годности электролампы она не теряет работоспособность.

1.7. Планы первого вхождения

Понятие плана первого вхождения лучше всего объяснить на планах контроля по альтернативному признаку. В этом случае шаги контроля можно представить [2; 11] как блуждание на плоскости, начинающееся из точки с координатами (0,0). Например, при обнаружении дефектного объекта траектория блуждания продвигается на единицу по оси OY, а при обнаружении годного объекта – по оси OX. Остановка контроля наступает, когда ломаная линия блужданий достигает границы – совокупности точек, заранее определенных планом контроля. Такой план называется планом первого вхождения (первого достижения границы остановки). В отличие от планов первого вхождения есть планы, которые имеют границы, состоящие из точек, не однозначно являющимися точками остановки контроля, а именно: точка на плоскости блужданий может быть точкой остановки контроля при условии попадания в нее по определенным траекториям, а может и не являться точкой остановки контроля при условии попадания блуждания в эту точку по другим траекториям. Такой план называется планом не первого вхождения.

1.8. Марковский поток объектов

Ряд статей ([17], [29], [42] и другие) рассматривают задачу непрерывного контроля, когда процесс поступления объектов на контроль образует цепь

Маркова, в случае контроля по альтернативному признаку. Здесь существенным является следующий факт. Если объект O_i оказался годным, то с вероятностью p_{00} объект и O_{i+1} будет годным и с вероятностью (1- p_{00}) объект O_{i+1} будет дефектным. Если же объект O_i оказался дефектным, то с вероятностью p_{11} объект O_{i+1} будет дефектным и с вероятностью (1- p_{11}) объект O_{i+1} будет годным. Таким образом, процесс поступления объектов на контроль имеет матрицу переходных вероятностей

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & 1-p_{00} \\ 1-p_{11} & p_{11} \end{pmatrix},$$

где первая строка матрицы отвечает поступлению на контроль O_i годного объекта, вторая строка матрицы отвечает поступлению на контроль O_i дефектного объекта, первый столбец матрицы отвечает поступлению на контроль O_{i+1} годного объекта, второй столбец матрицы — поступлению на контроль O_{i+1} дефектного объекта (i=1, 2, ...), $0<p_{00}, p_{11}< 1$.

1.9. Правила остановки контроля

Существует достаточно большое множество правил остановки контроля. Выделим из этого множества три группы наиболее интересных правил остановки контроля. Первые две группы будут касаться непрерывного контроля по альтернативному признаку.

Правилом остановки $П_1$ назовем остановку контроля, когда из последних r объектов k объектов являются дефектными ($k\le r$).

Отметим, что для остановки контроля в случае $k<r$ по правилу $П_1$ число проконтролированных объектов может быть меньше r. Например, если первые k объектов оказались дефектными, то тотчас происходит остановка контроля.

Правилом остановки контроля $П_2$ назовем такое правило, когда остановка контроля наступает, если из последних r_1 объектов k_1 объектов дефектные или если из последних r_2 объектов k_2 объектов дефектные ($k_1\le r_1$, $k_2<r_2$, $k_1<k_2$, $r_1<r_2$).

В работах [3; 4; 47] рассмотрены также правила $П_3$. Такие правила остановки контроля применяются, когда каждый объект может быть классифицирован как годный, дефектный и полудефектный. Например, для показателя заболеваемости в этом случае существуют два порога; годным объект признается, если показатель заболеваемости не превосходит меньший из порогов; полудефетным объект признается, если показатель заболеваемости находится в интервале между порогами; дефектным считается объект, если показатель заболеваемости превосходит больший порог.

Правилом остановки Π_3 назовем остановку контроля типа «из последних n_1 объектов два дефектных или из последних n_2 объектов два дефектных и n_3 полудефектных объектов». Очевидно, что эта группа правил остановки контроля применима при классификации объектов на три класса.

1.10. Классический контроль и контроль с памятью

В рамках непрерывного контроля по альтернативному признаку классический непрерывный контроль имеет свою отличительную черту «обнуление» после остановки контроля. Например, после остановки контроля при приемке партии объектов принимается решение о приемке или браковке партии. Понятно, что информацию о проведенном контроле сохранять не имеет смысла. При остановке контроля, который ведется для обнаружения разбалансировки производственного оборудования, устанавливается качество производства: отклоняется ли качество выпускаемой продукции (объектов) от требуемого качества. Если качество не удовлетворяет заданным требованиям, то происходит переналадка или замена производственного оборудования. В этом случае информацию о проведенном контроле сохранять не имеет смысла. В обоих рассмотренных случаях при возобновлении контроля непрерывный контроль начинается с нуля, т.е. заново, не запоминая и не используя накопленную статистическую информацию до остановки контроля.

Однако есть ситуации, где остановка контроля только сигнализирует о снижении качества объектов. Например: пусть на территории раз в месяц фиксируется уровень заболеваемости (объект). Если уровень заболеваемости превышает некоторый наперед заданный порог, то объект признается дефектным, в противном случае – годным. В такой ситуации одномоментно повлиять на входной уровень качества объектов, как это происходит при разбалансировке производственного оборудования, невозможно. В этом случае после остановки контроля и принятия мер, например профилактических, целесообразно, возобновляя контроль, запомнить последний результат контроля или несколько последних результатов контроля. В дальнейшем будем считать, что запоминается только последний результат контроля.

Пример. Пусть наблюдается биномиальная последовательность нулей (показатель здоровья на территории не превышает некоторое пороговое значение) и единиц (показатель здоровья на территории превышает некоторое пороговое значение) с соответствующими вероятностями p и q $(p+q=1)$. При классическом непрерывном контроле с правилом остановки контроля «из последних $r=4$ объектов будет $k=2$ дефектных» — остановка контроля происходит при появлении одного из состояний (серий): $\langle 1,1 \rangle, \langle 1,0,1 \rangle$ и $\langle 1,0,0,1 \rangle$.

Отметим, что при непрерывном контроле с памятью о последнем результате контроля формально считается, что до начала контроля наблюдался дефектный объект. Тогда при непрерывном контроле с памятью с правилом остановки контроля «из последних $r=4$ объектов будет $k=2$ дефектных» — остановка контроля происходит при появлении одного из состояний (серий): $\langle 1 \rangle$, $\langle 0,1 \rangle$, $\langle 0,0,1 \rangle, \langle 0,0,0,1,1 \rangle$, $\langle 0,0,0,1,0,1 \rangle$, $\langle 0,0,0,1,0,0,1 \rangle$.

Рассмотрим в рамках нашего примера следующую последовательность нулей и единиц: (0, 1, 1, 1,0, 1). Тогда остановка контроля по правилу «из последних $r=4$ объектов будет $k=2$ дефектных» при классическом контроле произойдет на 3-м и 6-м шагах контроля, а при контроле с памятью остановка произойдет на 2-м, 3-м, 4-м и 6-м шагах контроля. Это демонстрирует преимущество использования плана непрерывного контроля с памятью при контроле показателя заболеваемости – меры по снижению показателя заболеваемости нужно принимать на 2-м, 3-м, 4-м и 6-м шагах контроля, а не только на 3-м и 6-м шагах контроля.

Основные понятия

● План контроля
● Сплошной контроль
● Выборочный контроль
● Правила остановки контроля
● Принятие решения
● Классический непрерывный статистический контроль
● Непрерывный статистический контроль с памятью

Вопросы для самоконтроля и задания

1. Чем характерен контроль по альтернативному признаку?
2. Назовите виды контроля.
3. Назовите типы контроля.
4. Что такое план первого вхождения?
5. Чем характерен марковский поток объектов?
6. Сформулируйте правила остановки Π_1.
7. Сформулируйте правила остановки Π_2.
8. Сформулируйте правила остановки Π_3.

Задачи

1. Выпишите состояния, приводящие к остановке классического контроля по правилу «из 10 последних объектов – 3 дефектных».
2. Напишите формулу для вероятности наступления остановки классического контроля по правилу «из 10 последних объектов – 3 дефектных».
3. Напишите формулу для вероятности наступления остановки классического контроля по правилу «из 10 последних объектов – 3 дефектных» для марковского потока объектов.
4. Выпишите состояния, приводящие к остановке контроля с памятью по правилу «из 10 последних объектов – 3 дефектных» для памяти в один шаг контроля.
5. Выпишите состояния, приводящие к остановке контроля с памятью по правилу «из 10 последних объектов – 3 дефектных» для памяти в два шага контроля.
6. Чему равно максимально возможное шагов контроля для памяти при контроле с памятью для произвольного правила остановки контроля «из r последних объектов – k дефектных»?

РАЗДЕЛ 2. ОСТАНОВКА КОНТРОЛЯ КАК РЕКУРРЕНТНОЕ СОБЫТИЕ

2.1. Из теории рекуррентных событий

Пусть на контроль поступает непрерывный поток объектов O_1, O_2,…, каждый из которых независимо друг от друга с вероятностью $p_i\,(i=\overline{1,t})$ принадлежит к *i*-му классу, $\sum_{i=1}^{t} p_i = 1$. Результатом контроля (испытания) объекта является вывод о принадлежности объекта к одному из классов, назовем его исходом испытания $D_j\,(j=\overline{1,t})$. Предполагаем, что результат контроля определяется однозначно, т.е. каждый объект принадлежит строго одному из *t* классов и ошибок контроля не может быть. Одно испытание назовем шагом контроля. Будем полагать, что испытания могут продолжаться неограниченно. Таким образом, при непрерывном контроле наблюдается последовательность исходов $D_{j_1},...,D_{j_m},...$

Состоянием длины *n* назовем определенный набор символов $\langle\, D_{j_1},...,D_{j_n}\,\rangle$, где все $D_{j_i}\,(i=\overline{1,n})$ фиксированы. Будем говорить, что на шаге с номером *m* последовательности $D_{j_1},...,D_{j_m},...$ появилось состояние $\langle\, D_{j_1},...,D_{j_n}\,\rangle$, если $D_{i_{m-n+1}} = D_{j_1},...,D_{i_m} = D_{j_n}$.

E – некоторое событие, которому может соответствовать одно или несколько состояний. Будем говорить, что на *m*-м месте последовательности $D_{j_1},...,D_{j_m},...$ произошло событие *E*, если на *m*-м шаге этой последовательности появилось одно из состояний, соответствующих событию *E*.

Пусть ε – некоторое свойство конечных последовательностей, т.е. для любого конечного набора $(D_{j_1},...,D_{j_n})$ можно сказать, обладает он свойством ε или нет.

Следуя [31] и [32], приведем определение 2.1 и утверждение 2.1.

Определение 2.1. Свойство ε определяет рекуррентное событие *E*, если:

а) для того чтобы ε происходило на *n*-м и *(n+m)*-м местах последовательности $D_{j_1},...,D_{j_n},D_{j_{n+1}},...,D_{j_{n+m}}$, необходимо и достаточно, чтобы ε происходило на последних местах каждой из последовательностей $D_{j_1},...,D_{j_n}$ и $D_{j_{n+1}},...,D_{j_{n+m}}$;

б) если ε происходит на n-м месте последовательности $D_{j_1},...,D_{j_n},D_{j_{n+1}},...,D_{j_{n+m}}$, то $P(D_{j_1},...,D_{j_{n+m}}) = P(D_{j_1},...,D_{j_n})P(D_{j_{n+1}},...,D_{j_{n+m}})$.

Введем для n = 1,2,… следующие вероятности: u_n = $P\{\varepsilon$ происходит на n-м месте$\}$, f_n = $P\{\varepsilon$ впервые происходит на n-м месте$\}$ и производящие функции $U(s) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i s^i, F(s) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i s^i$, где $u_0=1$, $f_0=0$, а s – некоторая переменная ($|s|\le 1$).

Утверждение 2.1. Для $U(s)$ и $F(s)$ справедливо соотношение

$$U(s) = (1 - F(s))^{-1}. \qquad (2.1)$$

Введем следующие определения.

Определение 2.2. Событие E назовем простым, если ему соответствует одно состояние $\langle D_{j_1},...,D_{j_n} \rangle$, где n назовем длиной простого события E и будем обозначать его $L(E)$. Вероятность появления такого события $P(E)=P(\langle D_{j_1},...,D_{j_n} \rangle)$. Если событию E соответствуют состояния $\langle D_{j_1},...,D_{j_{n_1}} \rangle$,…, $\langle D_{j_1},...,D_{j_{n_z}} \rangle$, то событие Е назовем сложным с длиной $L(E) = \max\limits_{1\le m\le z} n_m$.

Определение 2.3. События E_1 и E_2 назовем несовместными, если они не могут произойти одновременно на одном шаге контроля.

Определение 2.4. Событие E является объединением событий E_1 и E_2, т.е. $E = E_1 \cup E_2$, если ему соответствуют все состояния, которые соответствуют событиям E_1 и E_2 и только они.

Теперь приведем процедуру отображения, которая значительно упрощает изучение событий.

2.2. Процедура отображения

Пусть наблюдается последовательность исходов испытаний $D_{j_1},...,D_{j_m},...$, на которой определено некоторое событие E, которому соответствует одно или несколько состояний. Такую последовательность испытаний можно отобразить в последовательность успехов и неудач по следующему правилу. Если при испытании с номером i на последовательности $D_{j_1},...,D_{j_m},...$ наступает событие E, то исходом i-го испытания на отображенной последовательности является успех (*У*), в противном случае – неудача (*Н*). Кроме того, следующий успех в отображенной последовательности появляется лишь тогда, когда вновь на последовательности $D_{j_1},...,D_{j_m},...$ появляется событие E, не пересекающееся с предыдущим наступлением события *E*, т.е. не перекрываются состояния предыдущего и последующего появления *E*.

Поясним процедуру отображения на следующих примерах.

Пусть наблюдается биномиальная последовательность нулей и единиц: 1,1,1,1,0,1,1,1,0,1,... . Рассмотрим три события:

- событие E_1 состоит в том, что появится состояние $\langle\ 1{,}1{,}1\ \rangle$;

- событие E_2 состоит в том, что появится состояние $\langle\ 1{,}0{,}1\ \rangle$;

- событие E_3 состоит в том, что появится одно из двух событий: либо событие E_1, либо событие E_2.

Тогда отображенные последовательности примут следующий вид. Для события E_1: (H_1, H_1, $У_1$, H_1, H_0, H_1, H_1, $У_1$, H_0, H_1…); для события E_2: (H_1, H_1, H_1, H_1, H_0, H_1, $У_1$, H_1, H_1, H_0, $У_1$…); для события E_3: (H_1, H_1, $У_1$, H_1, H_0, H_1, $У_1$, H_1, H_1, H_0, $У_1$…). Здесь индексы указывают прообразы в наблюдаемой последовательности. Очевидно, что отображение взаимно однозначно. Легко видеть, что для события *E*, определенного на последовательности $D_{j_1},...,D_{j_m},...$ после процедуры отображения, на последовательности успехов и неудач можно поставить в соответствие событие E^0 на отображенной последовательности, состоящее в появлении успеха.

Причем событие E^0 будет рекуррентным событием на последовательности успехов и неудач (это легко проверяется по определению рекуррентного события), а вероятность появления события E^0 на *n*-м шаге равна вероятности появления события *E* на *n*-м шаге ($P(E^0) = P(E)$). Заметим также, что математические ожидания и дисперсии числа проконтролированных объектов до наступления события *E* на исходной последовательности и до наступления E^0 на отображенной последовательности равны между собой, т.е. $\mu(E) = \mu(E^0)$ и $\sigma^2(E) = \sigma^2(E^0)$. Это обстоятельство далее будем использовать, не указывая на него специально.

2.3. Основная лемма и характеристики правил остановки

Лемма 2.1. (Основная лемма). Всякое событие *E*, определенное на последовательности исходов испытаний $D_{j_1},...,D_{j_m},...$ как конечная совокупность состояний или объединение конечного числа простых событий, при использовании процедуры отображения порождает на последовательности успехов и неудач рекуррентное событие E^0.

Лемма 2.2. Если событие *E* является объединением конечного числа попарно несовместных событий $E_1, E_2, \ldots, E_N$, то $P(E)$ – вероятность появления события *E* равна сумме вероятностей появления $E_1, E_2, \ldots, E_N$ на *n*-м шаге:

$$P(E)=\sum_{i=1}^{N}P(E_i).$$

Действительно, так как событие E есть объединение конечного числа попарно несовместных событий, то и вероятность появления события E на n-м шаге есть сумма вероятностей появления событий $E_1, E_2, \ldots, E_N$ на n –м шаге.

Заметим, что если $E_i\,(i=\overline{1,N})$ являются простыми событиями, то вероятность появления каждого из такого событий есть вероятность появления состояния, соответствующего данному событию. Поэтому в данном случае $P(E)$ – вероятность появления события E равна сумме вероятностей появления состояний, соответствующих событиям $E_1, E_2, \ldots, E_N$.

Из теории марковских цепей [21] хорошо известно, как определяется вероятность перехода из одного состояния в другое.

Далее потребуется рассматривать только вероятности перехода для перекрывающихся состояний. Для этого введем определения.

Определение 2.5. Состояние A_1: $\langle D_{j_1},\ldots,D_{j_n} \rangle$ перекрывается с состоянием A_2: $\langle D_{j_1},\ldots,D_{j_m} \rangle$ основанием $(D_{k_1},\ldots,D_{j_{k_l}})$, если $D_{k_1}=D_{j_{n-l+1}}=D_{i_l}$, ..., $D_{k_l}=D_{j_n}=D_{i_l}$.

Определение 2.6. Пусть имеются два состояния A_1: $\langle D_{j_1},\ldots,D_{j_n} \rangle$ и A_2: $\langle D_{j_1},\ldots,D_{j_m} \rangle$ и h – некоторое число шагов. Будем говорить, что из состояния A_1 с началом $(D_{j_1},\ldots,D_{j_{n-m+h}})$ и основанием $(D_{j_{n-m+h+1}},\ldots,D_{j_n})$ можно перейти в состояние A_2 с окончанием $(D_{i_{m-h-1}},\ldots,D_{i_m})$ за h шагов ($h=\overline{h_0,m-1}$; $h_0 = max\,[1, m-n]$) с вероятностью $P(D_{i_{m-h-1}},\ldots,D_{i_m})$, если $D_{i_k}=D_{j_{n-m+h+k}}\,(k=\overline{1,m-n})$.

Определение 2.7. Пусть имеются N попарно несовместных простых событий $E_1, E_2, \ldots, E_N$, каждому из которых соответствуют состояния $A_1, A_2, \ldots, A_N$. Матрицу $B^h=\left[b_{i,j}^h\right]$ назовем матрицей вероятностей переходов за h шагов, где $b_{i,j}^h\left(i,j=\overline{1,N}\right)$ — вероятность перехода из состояния i в состояние j за h шагов $h=\overline{1,h_0}$; $h_0=\max\limits_{1\le i\le N}(L(E_i)-1)$.

Теперь легко убедиться в справедливости следующего утверждения.

Утверждение 2.2. Пусть событие E является объединением простых попарно несовместных событий $E_1, E_2, \ldots, E_N$, каждому из которых соответствует состояние $A_1, A_2, \ldots, A_N$. Тогда рекуррентное соотношение для вероятности события E имеет следующий вид:

$$P(E)=u_n+c_1u_{n-1}+\cdots+c_{l-1}u_{n-(l-1)}, \qquad (2.2)$$

где $P(E)$ – вероятность появления события E; $l = \max_{1 \le i \le N} L(A_i)$ — максимальная длина состояний, соответствующих событию E; c_h – вероятность перехода за h шагов из состояний A_1, A_2, ..., A_N в эти же состояния. Покажем это. Зафиксируем отрезок последовательности длиной $l = \max_{1 \le i \le N} L(A_i)$ с номерами $n-(l-1), n-(l-2), \cdots, n.$ Вероятность того, что событие E произойдет на n-м шаге этой последовательности, равна $P(E)$. Тогда E происходит при одном из этих l испытаний. Вероятность того, что E происходит при испытании с номером $n-m(m=0, l-1)$, а следующие m испытаний приведут к одному из состояний, отвечающих событию E, равна $u_{n-m}c_m$. Поскольку эти возможности исключают друг друга, то отсюда получаем уравнение (2.2).

Запишем (2.2) в виде $P(E) = \sum_{j=0}^{l-1} c_j u_{n-j}$, где $c_0 = 1$. Умножим левую и правую части на s^n и просуммируем по n $(|s| \le 1)$:

$$P(E) \sum_{n=l_0}^{\infty} s^n = \sum_{j=0}^{l-1} \sum_{n=l_0}^{\infty} u_{n-j} c_j s^n .$$

Суммируем, начиная с l_0 — минимально возможной длины контроля до наступления события E, т.е. минимальной длины состояния, соответствующего событию E. Используя определение производящей функции U(s), получим

$$P(E) \frac{s^{l_0}}{1-s} = [U(s) - 1] \sum_{j=0}^{l-1} c_j s^j .$$

Учитывая, что

$$F(s) = \frac{U(s) - 1}{U(s)},$$

получим

$$F(s) = \frac{s^{l_0} P(E)}{s^{l_0} P(E) + (1-s) \sum_{j=0}^{l-1} c_j s^j} .$$

Из определения $F(s)$ следует [31], что математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления события E и дисперсия соответственно равны:

$\mu(E) = F^{'}(s=1)$ и $\sigma^2(E) = F^{''}(s=1) + F^{'}(s=1) - [F^{'}(s=1)]^2$.

Находим

$$F'(s=1)=\frac{\sum_{j=0}^{l-1}c_j}{P(E)},$$

$$F''(s=1)=\frac{2\left[P(E)\sum_{j=0}^{l-1}jc_j-\sum_{j=0}^{l-1}c_j(l_0P(E)-\sum_{j=0}^{l-1}c_j)\right]}{[P(E)]^2}$$

и получаем, что математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления события Е (наступления остановки контроля) и дисперсия равны

$$\mu(E)=\frac{\sum_{j=0}^{l-1}c_j}{P(E)}, \qquad (2.3)$$

$$\sigma^2(E)=\frac{2P(E)\left[\sum_{j=0}^{l-1}jc_j-l_0\sum_{j=0}^{l-1}c_j\right]+\sum_{j=0}^{l-1}c_j\left[\sum_{j=0}^{l-1}c_j+P(E)\right]}{[P(E)]^2}. \qquad (2.4)$$

Пример. Пусть наблюдается биномиальная последовательность нулей и единиц с соответствующими вероятностями p и q $(p + q = 1)$. Событие E состоит в том, что из четырех последних наблюдений две будут единицы. Причем наблюдения могут закончиться ранее четырех испытаний, если при первых двух или трех испытаниях появятся единицы. Другими словами, испытания продолжаются до появления одного из состояний: $\langle 1,1 \rangle$, $\langle 1,0,1 \rangle$ и $\langle 1,0,0,1 \rangle$. Для такого события E рекуррентное соотношение имеет следующий вид:

$$q^2(1+p+p^2)=u_n+qu_{n-1}+qpu_{n-2}+qp^2u_{n-3}.$$

В левой части уравнения – вероятность появления E на n-м шаге. В правой части – сумма вероятностей несовместных событий.

Основные понятия

- Рекуррентное событие
- Состояние
- Несовместные события
- Простое событие
- Сложное событие

Вопросы для самоконтроля и задания

1. Что позволяет сделать процедура отображения?

2. Сформулируйте основную лемму.

3. Выпишите формулы для математического ожидания и дисперсии числа проконтролированных объектов до наступления рекуррентного события E.

4. Напишите рекуррентное соотношение для события Е, которое состоит в том, что из пяти последних наблюдений две будут единицы.

Задачи

1. Чему равно математическое ожидание проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних 100 объектов – 2 дефектных» при классическом контроле?

2. Чему равно математическое ожидание проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних 15 объектов – 3 дефектных» при классическом контроле?

3. Чему равно математическое ожидание проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних 8 объектов – 3 дефектных» при контроле с памятью в один шаг контроля?

4. Чему равно математическое ожидание проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних 6 объектов – 3 дефектных» при контроле с памятью в два шага контроля?

5. Чему равно математическое ожидание проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних 4 объектов – 3 дефектных» при контроле с памятью в два шага контроля?

6. Сравнить математические ожидания числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних 4 объектов – 2 дефектных» при контроле с памятью в один и два шага контроля.

РАЗДЕЛ 3. ПРАВИЛА ОСТАНОВКИ КОНТРОЛЯ

3.1. Правила П1 при классическом контроле

Правила остановки контроля Π_1 используются для планов непрерывного контроля по альтернативному признаку. Вероятность каждого объекта быть годным равна p и быть дефектным равна $q=1-p$.

Рассмотрим классический случай контроля, т.е. случай, когда информация о контроле после наступления остановки обнуляется. Для правил остановки контроля «из последних r объектов будет k дефектных» при $k\geq 2$, $r\geq k$ выпишем все состояния (серии), которые приводят к наступлению остановки. Это будут следующие состояния:

$$\left\langle \underbrace{1,1,\ldots,1}_{k} \right\rangle, \left\langle \underbrace{1,0,1,\ldots,1}_{k+1} \right\rangle, \left\langle \underbrace{1,1,0,1,\ldots,1}_{k+1} \right\rangle, \ldots,$$

$$\left\langle \underbrace{1,\ldots,1,0,1}_{k+1} \right\rangle, \left\langle \underbrace{1,0,0,1,\ldots,1}_{k+2} \right\rangle, \ldots, \left\langle \underbrace{1,\ldots,1,0,0,1}_{k+2} \right\rangle, \ldots,$$

$$\left\langle \underbrace{1,\underbrace{0,\ldots,0}_{r-k},1,\ldots,1}_{r} \right\rangle, \ldots, \left\langle \underbrace{1,\ldots,1,\underbrace{0,\ldots,0}_{r-k},1}_{r} \right\rangle.$$

Нетрудно видеть, что длину, равную k, имеют всего C_{k-2}^{k-2} состояний (т.е. всего одно состояние), длину равную $(k+1)$, имеют $C_{(k+1)-2}^{k-2}$ состояний. Рассуждая и далее так, получим, что длину, равную r, имеют C_{r-2}^{k-2} состояний. Следовательно, вероятность события E_1, которое состоит в том, что наступит остановка по правилу «из последних r объектов будет k дефектных», равна

$$P(E_1) = q^k \sum_{i=k}^{r} p^{i-k} C_{i-2}^{k-2} \qquad (3.1)$$

или

$$P(E_1) = q^k \sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{j+k-2}^{j}. \qquad (3.2)$$

Далее обозначим l – максимальную длину состояний, соответствующих событию E_1, l будет равна r. Заметим, что $c_0=1$, и найдем c_h – вероятности перехода из состояний, соответствующих событию E_1 , в эти же состояния (h изменяется от 1 до $l-1$).

Будем рассуждать следующим образом. За h шагов может быть i дефектных объектов (i изменяется от 1 до $(k-1)$). При этом число шагов h не должно быть меньше числа дефектных объектов, но не должно превосходить числа равного l-k+i. При этом число вариантов перехода из состояний, соответствующих событию E_1 , в эти же состояния равно C_{h-1}^{i-1}. Следовательно,

$$\sum_{j=1}^{l-1} c_j = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{h=i}^{l-(k-i)} C_{h-1}^{i-1} q^i p^{h-i}$$

или

$$\sum_{j=1}^{l-1} c_j = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{h=i}^{r-(k-i)} C_{h-1}^{i-1} q^i p^{h-i}.$$

Тогда

$$\sum_{j=0}^{l-1} c_j = 1 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{h=i}^{r-(k-i)} C_{h-1}^{i-1} q^i p^{h-i}. \tag{3.3}$$

Для математического ожидания числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних r объектов будет k дефектных объектов» при $k \geq 2$, $r \geq k$, когда вероятность каждого объекта быть годным равна p и быть дефектным равна $q=1-p$, согласно формуле (2.3) получаем выражение

$$\mu(E_1) = \frac{\sum_{j=0}^{l-1} c_j}{P(E_1)} = \frac{1 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i}^{r-k+i} q^i p^{j-i} C_{j-1}^{i-1}}{q^k \sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{j+k-2}^{j}}. \tag{3.4}$$

Фактически была доказана следующая теорема.

Теорема 3.1. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля при классическом контроле по правилу «из последних r объектов k дефектных объектов» при q – вероятности дефектности каждого объекта и $p=1-q$ — вероятности годности каждого объекта выражается формулой (3.4).

Пример. Рассмотрим правила остановки «из последних r объектов будет k дефектных объектов» при $k=2$, $r \geq k$. Вероятность наступления события E_1 – «из последних r объектов будет 2 дефектных объекта» равна

$$P(E_1) = q^k \sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{(j)+k-2}^{j} =$$

$$= q^2 \sum_{j=0}^{r-2} p^j = q^2 \frac{1-p^{r-1}}{1-p} = q(1-p^{r-1}).$$

Сумма вероятностей перехода из состояний, соответствующих событию E_1, в эти же состояния равна

$$\sum_{j=1}^{l-1} c_j = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{h=i}^{l-(k-i)} C_{h-1}^{i-1} q^i p^{h-i} =$$

$$= \sum_{i=1}^{2-1} \sum_{h=i}^{l-(2-i)} C_{h-1}^{i-1} q^i p^{h-i} = \sum_{h=1}^{l-1} C_{h-1}^{0} q^1 p^{h-1} =$$

$$= \frac{q}{p} \sum_{h=1}^{l-1} \; p^h = \frac{q}{p} (\frac{1-p^l}{1-p} - 1) = \frac{q(1-p^l-q)}{pq} =$$

$$= \frac{q(1-p^l-q)}{pq} = \frac{p(1-p^{l-1})}{p} = 1-p^{l-1},$$

$$\sum_{j=0}^{l-1} c_j = 1+1-p^{l-1} = 2-p^{l-1}.$$

Тогда математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних r объектов будет 2 дефектных объектов» при $r \geq k$, когда вероятность каждого объекта быть годным равна p и быть дефектным равна $q=1-p$, равно

$$\mu(E_1) = \frac{\sum_{j=0}^{l-1} c_j}{P(E)} = \frac{2-p^{r-1}}{q(1-p^{r-1})}. \qquad (3.5)$$

Добавим, что по формуле (2.4) нетрудно найти дисперсию, которая равна

$$\sigma^2(E_1) = \frac{2p + p^{2r-1} + p^{r-1}((2r+1)q-2)}{q^2(1-p^{r-1})^2}. \qquad (3.6)$$

Только что доказанное утверждение сформулируем в виде теоремы.

Теорема 3.2. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля и дисперсия при классическом контроле по правилу «из последних r объектов два дефектных объекта» при q – вероятности дефектности каждого объекта и $p=1-q$ —вероятности годности каждого объекта выражается формулами (3.5) и (3.6).

3.2. Правила П1 при контроле с памятью

Теперь рассмотрим случай контроля с памятью, т.е. случай, когда информация о последнем проконтролированном объекте при наступлении остановки контроля запоминается. Формально будем считать, что до начала контроля наблюдался дефектный объект. Для правил остановки контроля «из последних r объектов будет k дефектных» при $k \geq 2$, $r \geq k$ выпишем все состояния (серии), которые приводят к наступлению остановки. Это будут следующие состояния:

$$\Big\langle \underbrace{1,1,\ldots,1}_{k-1} \Big\rangle, \Big\langle \underbrace{0,1,\ldots,1}_{k} \Big\rangle, \Big\langle \underbrace{1,0,1,\ldots,1}_{k} \Big\rangle, \ldots,$$

$$\Big\langle \underbrace{1,\ldots,1,0,1}_{k} \Big\rangle, \Big\langle \underbrace{1,0,0,1,\ldots,1}_{k+1} \Big\rangle, \ldots, \Big\langle \underbrace{1,\ldots,1,0,0,1}_{k+1} \Big\rangle, \ldots,$$

$$\Bigg\langle \underbrace{1,\underbrace{0,\ldots,0}_{r-k},1,\ldots,1}_{r-1} \Bigg\rangle, \ldots, \Bigg\langle \underbrace{1,\ldots,1,\underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k}}_{r-1} \Bigg\rangle;$$

$$\Big\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{1,\ldots,1}_{k} \Big\rangle, \Big\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{1,0,1,\ldots,1}_{k+1} \Big\rangle, \Big\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{1,1,0,1,\ldots,1}_{k+1} \Big\rangle, \ldots,$$

$$\Big\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{1,\ldots,1,0,1}_{k+1} \Big\rangle, \Big\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{1,0,0,1,\ldots,1}_{k+2} \Big\rangle, \ldots, \Big\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{1,\ldots,1,0,0,1}_{k+2} \Big\rangle, \ldots,$$

$$\Bigg\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1},\underbrace{\underbrace{0,\ldots,0}_{r-k},1,\ldots,1}_{r} \Bigg\rangle, \ldots, \Bigg\langle \underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k+1}\underbrace{,\ldots,1,\underbrace{0,\ldots,0,1}_{r-k}}_{r} \Bigg\rangle.$$

Нетрудно видеть, что длину, равную k-1, и длину, равную (r-k+1)+(k), имеют $C^{k-2}_{(k)-2}$ состояний, длину, равную k, и длину, равную (r-k+1)+(k+1), имеют $C^{k-2}_{(k+1)-2}$ состояний. Рассуждая и далее так, получим, что длину, равную r-1, и длину, равную (r-k+1)+(r), имеют $C^{k-2}_{(r)-2}$ состояний.

Следовательно, вероятность события $E_1^{П}$, которое состоит в том, что наступит остановка по правилу «из последних r объектов будет k дефектных» при контроле с памятью, равна

$$P(E_1^{П}) = q^{k-1}\sum_{i=k}^{r} p^{i-k} C^{k-2}_{(i)-2} + q^{k}\sum_{i=k}^{r} p^{(r-k+1)+(i-k)} C^{k-2}_{(i)-2} \tag{3.7}$$

или

$$P(E_1^{П}) = q^{k-1}\sum_{j=0}^{r-k} p^{j} C^{k-2}_{j+(k-2)} + q^{k}\sum_{j=0}^{r-k} p^{j+(r-k+1)} C^{k-2}_{j+(k-2)}. \tag{3.8}$$

Далее введем $l^{П}$ – максимальную длину состояний, соответствующих событию $E_1^{П}$, $l^{П}$ будет равна 2r-k+1. Заметим, что c_0=1, и найдем c_h – вероятности перехода из состояний, соответствующих событию $E_1^{П}$, в эти же состояния (h изменяется от 1 до $l^{П}$-1). Рассуждать будем аналогично предыдущему случаю. В целях наглядности для количества шагов контроля, изменяющихся от 1 до (r-1), и количества шагов контроля от r+1 до (2r-k) представим структуру шагов в виде схем:

$$\left\langle \overbrace{\underbrace{X, X, X, X, X, X, \boxed{1}}_{(k-1)\ \text{дефектных объектов}}}^{h\ \text{шагов от 1 до}\ (r-1)} \right\rangle, \left\langle \overbrace{\underbrace{0,0,\ldots\ldots\ldots,0,}_{(r-k+1)}\underbrace{X, X, X, X, X, \boxed{1}}_{k\ \text{деф. объектов+годные}}}^{h\ \text{шагов от}\ (r+1)\ \text{до}\ (2r-k+1)} \right\rangle,$$

где «1» —дефектный объект, «0» — годный объект, «X» — либо дефектный, либо годный объект.

Тогда $$\sum_{i=1}^{l^{П}-1} c_i = q^{k-1}\sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{j+(k-2)}^{k-2} + q^k \sum_{j=0}^{r-k-1} p^{j+(r-k+1)} C_{j+(k-2)}^{k-2}.$$

Учитывая, что c_0=1 по определению, получим

$$\sum_{i=0}^{l^{П}-1} c_i = 1 + q^{k-1}\sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{j+(k-2)}^{k-2} + q^k \sum_{j=0}^{r-k-1} p^{j+(r-k+1)} C_{j+(k-2)}^{k-2}. \qquad (3.9)$$

Подставляя в формулу (2.3) найденные значения для вероятности наступления события и суммы вероятностей перехода из состояний, соответствующих этому событию в эти же состояния, получаем

$$\mu(E_1^{П}) = \frac{1 + q^{k-1}\sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{j+(k-2)}^{k-2} + q^k \sum_{j=0}^{r-k-1} p^{j+(r-k+1)} C_{j+(k-2)}^{k-2}}{q^{k-1}\sum_{j=0}^{r-k} p^j C_{j+(k-2)}^{k-2} + q^k \sum_{j=0}^{r-k} p^{j+(r-k+1)} C_{j+(k-2)}^{k-2}}. \qquad (3.10)$$

Пример. Рассмотрим правила остановки «из последних r объектов будет k дефектных объектов» при k=2, $r \geq k$ при контроле с памятью. Вероятность наступления события $E_1^{П}$ – «из последних r объектов будет 2 дефектных объекта»:

$$P\left(E_1^{П}\right) = q\sum_{j=0}^{r-2} p^j + q^2 \sum_{j=0}^{r-2} p^{r-1+j} =$$

$$= q\left(\frac{1-p^{r-1}}{q}\right) + q^2 p^{r-1}\frac{1-p^{r-1}}{1-p} = (1-p^{r-1}) + q(p^{r-1} - p^{2r-2}).$$

Сумма вероятностей перехода из состояний, соответствующих событию $E_1^{П}$, в эти же состояния:

$$\sum_{i=0}^{l^{П}-1} c_i = 1 + q\sum_{j=0}^{r-2} p^j + q^2\sum_{j=0}^{r-3} p^{j+(r-1)} = 2 - p^{r-1} + q(p^{r-1} + p^{2r-3}).$$

В результате получаем, что математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля при контроле с памятью по правилу «из последних r объектов будет 2 дефектных объектов» при $r \geq k$, когда вероятность каждого объекта быть годным равна p и быть дефектным равна q=1-p, равно

$$\mu\left(E_1^{П}\right) = \frac{2 - p^{r-1} + q(p^{r-1} - p^{2r-2})}{(1 - p^{r-1}) + q(p^{r-1} - p^{2r-3})}. \qquad (3.11)$$

Теперь сформулируем доказанное утверждение в виде теоремы.

Теорема 3.3. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля при контроле с памятью по правилу «из последних r объектов k дефектных объектов» при q – вероятности дефектности каждого объекта и p=1-q – вероятности годности каждого объекта выражается формулой (3.10).

3.3. Правила П2 при классическом контроле

Правила остановки контроля $П_2$ используются для планов непрерывного контроля по альтернативному признаку, при этом полагают, что вероятность каждого объекта быть годным равна p и быть дефектным равна $q=1-p$. Правило остановки $П_2$ формулируется так: «из последних r_1 объектов – k_1 дефектных объектов или из последних r_2 объектов – k_2 дефектных объектов», где $r_2>r_1$, $k_2>k_1$ и $k_1>1$.

Рассмотрим классический случай контроля, т.е. случай, когда информация о контроле после наступления остановки обнуляется. Для правил остановки контроля $П_2$ положим, что $k_2/(k_1-1)$ – целое число (заметим, что при k_1=2 число будет целым), и опишем все состояния, отвечающие наступлению события E_{r_1,r_2,k_1,k_2} – правилу остановки контроля «из последних r_1 объектов – k_1 дефектных объектов или из последних r_2 объектов – k_2 дефектных объектов».

Сначала выделим состояния, которые соответствуют наступлению события: «из последних r_1 объектов k_1 объектов дефектных». А именно это состояния:

$$\underbrace{\langle\ 1,\dots,1\ \rangle}_{k_1}, \underbrace{\langle\ 1,0,1,\dots,1\ \rangle}_{k_1+1}, \dots, \underbrace{\langle\ 1,\dots,1,0,1\ \rangle}_{k_1+1}, \dots, \underbrace{\langle\ 1,\underbrace{0,\dots,0}_{r_1-k_1},1,\dots,1\ \rangle}_{r_1}, \dots, \underbrace{\langle\ 1,\dots,1,\underbrace{0,\dots,0}_{r_1-k_1},1\ \rangle}_{r_1}.$$

Далее необходимо выписать состояния, отвечающие наступлению события: «из r_2 *(r_2>r_1)* последних объектов k_2 *(k_2>k_1)* объектов дефектных». Заметим, что для наступления такого события состояние, отвечающее ему, может иметь не более чем *(k_1–1)* единиц подряд. В противном случае ранее наступило бы событие: «из последних r_1 объектов k_1 дефектных». Кроме того, между соседними группами из I и j единиц, если $I + j \geq k_1$, должна быть группа не менее чем из *(k_1 – t)* нулей, где $t = max\ (I;j)$. Теперь, учитывая, что $k_2/(k_1–1)$ – целое число, будем полагать его равным k_0. Таким образом, минимальную длину, равную

$$n_0 = k_2 + (k_0 - 1)(r_1 - k_1 + 1) = k_2 + (\frac{k_2}{k_1 - 1} - 1)(r_1 - k_1 + 1)$$

будет иметь состояние $\langle\ \underbrace{1,...,1}_{k_1-1},\underbrace{0,...,0}_{r_1-k_1+1},\underbrace{1,...,1}_{k_1-1},...,\underbrace{1,...,1}_{k_1-1}\ \rangle$,

где k_0 групп — из *(k_1–1)* единиц и *(k_0–1)* групп – из *(r_1–k_1+1)* нулей. Ясно, что длину, равную $k_2 + (\frac{k_2}{k_1 - 1} - 1)(r_1 - k_1 + 1) + 1,$ имеют следующие состояния:

$$\langle\ \underbrace{1,0,...,1}_{k_1},\underbrace{0,...,0}_{r_1-k_1+1},\underbrace{1,...,1}_{k_1-1},...,\underbrace{1,...,1}_{k_1-1}\ \rangle,\langle\ \underbrace{1,1,0,1,...,1}_{k_1},\underbrace{0,...,0}_{r_1-k_1+1},\underbrace{1,...1}_{k_1-1},...,\underbrace{1,...,1}_{k_1-1}\ \rangle,...,$$

$$\langle\ \underbrace{1,...,1}_{k_1-1},\underbrace{0,...,0}_{r_1-k_1+1},\underbrace{1,...,1}_{k_1-1},...\underbrace{1,...1,0,1}_{k_1}\ \rangle.$$

Продолжая рассуждать так и далее, установим, что максимальную длину, равную r_2, имеют такие состояния:

$$\langle\ 1,\underbrace{0,...,0}_{r_2-n_0},\underbrace{1,...,1}_{k_1-2},\underbrace{0,...,0}_{r_1-k_1+1},\underbrace{1,...,1}_{k_1-1},...,\underbrace{1,...,1}_{k_1-1}\ \rangle,...,\langle\ \underbrace{1,...1}_{k_1-1},\underbrace{0,...0}_{r_1-k_1+1},\underbrace{1,...,1}_{k_1-1},...,\underbrace{1,...,1}_{k_1-2},\underbrace{0,...0,1}_{r_2-n_0}\ \rangle.$$

Тогда вероятность наступления события E_{r_1,r_2,k_1,k_2} равна сумме вероятностей вышеописанных состояний:

$$P(E_{r_1,r_2,k_1,k_2}) = q^{k_1}\sum_{i=0}^{r_1-k_1} p^i C_{i+k_1-2}^i + q^{k_2} p^{(k_0-1)(r_1-k_1+1)} \sum_{i=0}^{r_2-(k_0-1)(r_1-k_1+1)-k_2} p^i C_{i+k_2-2}^i. \qquad (3.12)$$

Далее зафиксируем k_1=2 (при этом k_0 – целое число) и вычислим $P(E_{r_1,r_2,2,k_2})$ — вероятность наступления события E_{r_1,r_2,k_1,k_2} :

$$P(E_{r_1,r_2,2,k_2}) = q^2\sum_{i=0}^{r_1-2} p^i + q^{k_2} p^{(k_2-1)(r_1-1)} \sum_{i=0}^{r_2-r_1(k_2-1)-1} p^i C_{i+k_2-2}^i. \qquad (3.13)$$

Теперь необходимо найти $\sum_{j=0}^{l-1} c_j$. Для этого заметим следующее. Основание «1» входит в любое состояние, соответствующее событию E_{r_1,r_2,k_1,k_2} и $c_0=1$. Тогда нетрудно видеть, что

$$\sum_{j=0}^{l-1} c_j = 1 + q\sum_{i=0}^{r_1-2} p^i + q^{k_2-1} p^{(k_2-1)(r_1-1)} \sum_{i=0}^{r_2-r_1(k_2-1)-1} p^i C_{i+k_2-2}^i + \sum_{j=1}^{k_2-2} q^j p^{j(r_1-1)} \sum_{i=0}^{r_2-r(k_{21}-1)-1} p^i C_{i+j-1}^i. \qquad (3.14)$$

Действительно, первое слагаемое отражает тот факт, что $c_0=1$, второе и третье слагаемые отражают вероятность перехода в состояние, соответствующее событию E_{r_1,r_2,k_1,k_2} , из основания «1». Четвертое слагаемое — это сумма вероятностей перехода в состояние, соответствующее событию E_{r_1,r_2,k_1,k_2} , из оснований, отличных от основания «1».

Таким образом, получаем математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних r_1 объектов 2 дефектных объекта или из последних r_2 объектов k_2 дефектных объекта»:

$$\mu(E_{r_1,r_2,2,k_2}) = \frac{1 + q\sum_{i=0}^{r_1-2} p^i + q^{k_2-1} p^{(k_2-1)(r_1-1)} \sum_{i=0}^{r_2-r_1(k_2-1)-1} p^i C_{i+k_2-2}^i + \sum_{j=1}^{k_2-2} q^j p^{j(r_1-1)} \sum_{i=0}^{r_2-r_1(k_2-1)-1} p^i C_{i+j-1}^i}{q^2 \sum_{i=0}^{r_1-2} p^i + q^{k_2} p^{(k_2-1)(r_1-1)} \sum_{i=0}^{r_2-r_1(k_2-1)-1} p^i C_{i+k_2-2}^i}. \qquad (3.15)$$

Фактически была доказана следующая теорема.

Теорема 3.4. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля при классическом контроле по правилу «из последних r_1 объектов 2 дефектных объекта или из последних r_2 объектов k_2 дефектных объекта» при q – вероятности дефектности каждого объекта и $p=1-q$ – вероятности годности каждого объекта выражается формулой (3.15).

Чтобы рассмотреть более общий случай, а именно, когда $k_1>2$, заметим следующее. Иногда бывает сложно вычислить $\sum_{i=0}^{l-1} C_i$. В этом случае можно оценивать снизу и сверху $\sum_{i=0}^{l-1} C_i$ для нахождения нижней и верхней границы математического ожидания числа проконтролированных объектов до наступления события *E*. Действительно, если будут найдены $\sum_{i=0}^{l-1} C_i{*}$ и $\sum_{i=0}^{l-1} C_i{**}$ такие, что

$$\sum_{i=0}^{l-1} C_i * \le \sum_{i=0}^{l-1} C_i \le \sum_{i=0}^{l-1} C_i **, \qquad (3.16)$$

то из (3.2) будет следовать

$$\mu_H(E) = \frac{\sum_{i=0}^{l-1} c_i^*}{P(E)}, \qquad (3.17)$$

$$\mu_B(E) = \frac{\sum_{i=0}^{l-1} c_i^{**}}{P(E)}, \qquad (3.18)$$

что есть, соответственно, нижняя и верхняя границы математического ожидания числа проконтролированных объектов до наступления события *E*. Таким образом, справедлива следующая лемма.

Лемма 3.1.. Если для события *E* найдены такие $\sum_{i=0}^{l-1} C_i *$ и $\sum_{i=0}^{l-1} C_i **$, которые удовлетворяют соотношению (3.16), то нижняя и верхняя границы для математического ожидания числа проконтролированных объектов до наступления события *E* находятся по формулам (3.17) и (3.18).

Теорема 3.5. Нижняя граница математического ожидания числа проконтролированных объектов до наступления события E_{r_1,r_2,k_1,k_2}, если $k_0=k_2/(k_1-1)$ – целое число, равна

$$\mu_H(E_{r_1,r_2,k_1,k_2}) = \frac{1+q^{-1}G_1(q)+q^{-1}G_2(q)}{G_1(q)+G_2(q)}, \qquad (3.19)$$

где

$$G_1(q) = q^{k_1} \sum_{i=0}^{r_1-k_1} p^i C_{i+k_1-2}^i, \qquad (3.20)$$

$$G_2(q) = q^{k_2} p^{(k_0-1)(r_1-k_1+1)} \sum_{i=0}^{r_2-(k_0-1)(r_1-k_1+1)-k_2} p^i C_{i+k_2-2}^i. \qquad (3.21)$$

Доказательство. Ранее были указаны все состояния, соответствующие наступлению события E_{r_1,r_2,k_1,k_2}, если $k_0=k_2/(k_1-1)$ – целое число. Нетрудно видеть, что суммарная вероятность наступления этих состояний, как состояний, отвечающих попарно несовместным простым рекуррентным событиям, равна $G_1(q)+G_2(q)$. Следовательно,

$$P(E_{r_1,r_2,k_1,k_2}) = G_1(q) + G_2(q).$$

Вероятность перехода из основания $\langle 1 \rangle$ в эти состояния равна

$q^{-1}G_1(q)+q^{-1}G_2(q)$, т.е. $\sum_{i=0}^{l-1} c_i^* = \sum_{i=0}^{r_2-1} c_i^* = 1 + q^{-1}G_1(q) + q^{-1}G_2(q)$

и по доказанной лемме: $\mu_H(E_{r_1,r_2,k_1,k_2}) = \dfrac{1+q^{-1}G_1(q)+q^{-1}G_2(q)}{G_1(q)+G_2(q)}$

при k_0 – целом числе. Теорема доказана.

При вычислении нижней границы математического ожидания числа проконтролированных объектов до наступления события E_{r_1,r_2,k_1,k_2}, при условии: $k_0=k_2/(k_1-1)$ – целое число, были найдены вероятности перехода из основания $\langle 1 \rangle$ в состояния, соответствующие этому событию. Вероятности перехода из оснований, отличных от $\langle 1 \rangle$, в состояния, соответствующие событию E_{r_1,r_2,k_1,k_2}, можно определить при конкретных фиксированных значениях r_1, r_2, k_1 и k_2 даже при не целом значении k_0. Тогда можно вычислить математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления события E_{r_1,r_2,k_1,k_2}.

Для правил остановки $П_2$ не будем рассматривать непрерывный контроль с памятью, так как целесообразность их применения в практическом смысле не очевидна.

3.4. Правила остановки контроля П3

Теперь рассмотрим правила $П_3$. Пусть по уровню качества каждый объект независимо от других объектов с вероятностью p_i $(i = 1, 2, 3)$ относится к i-му сорту (классу), $\sum_{i=1}^{3} p_i = 1$. Контроль осуществляется до тех пор, пока не будут обнаружены два объекта третьего сорта, после чего принимается решение об остановке контроля по двум условиям: если число объектов между двумя объектами третьего сорта (включая эти объекты) меньше или равно n_1, то наступает остановка контроля (слишком часто встречаются объекты третьего сорта); если число объектов между двумя объектами третьего сорта (включая эти объекты) больше n_1, но меньше или равно n_2 и при этом число объектов второго сорта между объектами третьего сорта больше или равно n_3, то также наступает остановка контроля (слишком мал удельный вес объектов первого сорта). В противном случае контроль продолжается до выявления объекта третьего сорта, после чего вновь проверяются правила остановки контроля.

Для правил остановки *П3* введем обозначение E_{n_1,n_2,n_3} — событие, состоящее в том, что «из последних n_1 объектов два объекта третьего сорта или из последних n_2 объектов два объекта третьего сорта и не менее n_3 объектов второго сорта».

Теорема 3.6. Событие $\overset{\circ}{E}_{n_1,n_2,n_3}$ является рекуррентным.

Доказательство. Перечислим все состояния, отвечающие наступлению события E_{n_1,n_2,n_3}. В дальнейшем будем использовать следующее цифровое обозначение: «1» – объект первого сорта, «2» – объект второго сорта и «3» – объект третьего сорта. Это такие состояния:

$$\langle\ 3{,}3\ \rangle, \langle\ 3{,}2{,}3\ \rangle, \langle\ 3{,}1{,}3\ \rangle, ..., \langle\ 3,\underbrace{2,...,2}_{n_1-2},3\ \rangle, ..., \langle\ 3,\underbrace{1,...,1}_{n_1-2},3\ \rangle, \langle\ 3,\underbrace{2,...,2}_{n_3},1,...,1{,}3\ \rangle, ...,$$

$$\langle\ 3{,}1,...,1,\underbrace{2,...,2}_{n_3},3\ \rangle, ..., \langle\ 3,\underbrace{2,...,2}_{n_3},\underbrace{1,...,1}_{n_2-n_3-2},3\ \rangle, ..., \langle\ 3,\underbrace{1,...,1}_{n_2-n_3-2},\underbrace{2,...,2}_{n_3},3\ \rangle, ..., \langle\ 3,\underbrace{2,...,2}_{n_2-2},3\ \rangle.$$

Каждое из состояний отвечает простому событию. Попарно такие события несовместны по построению состояний. Кроме того, каждый объект O_j *(j=1,2,…)* с вероятностью $p_i = (i = \overline{1,3})$ принадлежит к i-му классу независимо от других объектов. Из правила остановки контроля следует, что при попадании в любое из этих состояний, т.е. при наступлении простого события, которому отвечает данное состояние, происходит остановка контроля.

Тогда событие $\overset{\circ}{E}_{n_1,n_2,n_3}$ является рекуррентным, что и требовалось доказать.

Теорема 3.7. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления события E_{n_1,n_2,n_3} и его дисперсия соответственно равны

$$\mu(E_{n_1,n_2,n_3}) = \frac{1 + p_3^{-1}V_1(p)}{V_1(p)}, \qquad (3.22)$$

$$\sigma^2(E_{n_1,n_2,n_3}) = \frac{V_1(p)\left[2V_2\ (p) - 3(1 + p_3^{-1}V_1(p)\right] + (1 + p_3^{-1}V_1(p))\left[1 + p_3^{-1}V_1(p) - 2V_3(p)\right]}{V_2^2(p)}, \qquad (3.23)$$

где $$V_1(p)=p_3^2\left[\sum_{i=0}^{n_1-2}(1-p_3)^i+\sum_{j=n_1-1}^{n_2-2}\sum_{i=n_3}^{j}p_1^{j-i}p_2^iC_j^i\right],$$

$$V_2(p)=1+p_3\left[\sum_{j=1}^{n_1-1}(j+1)(1-p_3)^{j-1}+\sum_{j=n_3}^{n_2-1}(j+1)\sum_{i=n_3}^{j-1}p_1^{j-i-1}p_2^iC_{j-1}^i\right],$$

$$V_3(p)=p_3^2\left[\sum_{i=0}^{n_1-2}(i+1)(1-p_3)^i+\sum_{j=n_1-1}^{n_2-2}(j+1)\sum_{i=n_3}^{j}p_1^{j-i}p_2^iC_j^i\right],$$

$$p=(p_1,p_2,p_3).$$

Доказательство. Как было показано в предыдущей теореме, событие $\overset{\circ}{E}_{n_1,n_2,n_3}$ является рекуррентным. Составим рекуррентное соотношение для этого события. Очевидно, что вероятность наступления события E_{n_1,n_2,n_3} равна сумме вероятностей состояний, соответствующих этому событию. Все состояния были перечислены ранее, поэтому здесь выпишем сразу сумму вероятностей этих состояний. Она равна *V₁(p)* и таким образом имеем $P(E_{n_1,n_2,n_3})=V_1(p)$.

Только из основания $\langle 3\rangle$ возможен переход в интересующие состояния, поэтому $\sum_{i=0}^{l-1}c_i=\sum_{i=0}^{n_2-1}c_i=1+p_3^{-1}V_1(p)$.

Подставив в (2.3) найденные значения $P(E_{n_1,n_2,n_3})$ и $\sum_{i=0}^{l-1}c_i$, получим требуемое равенство (3.22).

Далее необходимо найти $\sum_{i=0}^{l-1}(i+1)c_i=\sum_{i=0}^{n_2-1}(i+1)c_i$. Заметим, что $c_h=p_3(1-p_3)^{h-1}$ для $h=\overline{1,n_1-1}$, и $c_h=p_3\sum_{i=n_3}^{h-1}p_1^{h-1-i}p_2^iC_{h-1}^i$ для $h=\overline{n_1,n_2-1}$ и $C_0=1$.

Следовательно,

$$\sum_{i=0}^{l-1}(i+1)c_i=1+\sum_{j=1}^{n_1-1}(j+1)p_3(1-p_3)^{j-1}+\sum_{j=n_1}^{n_2-1}(j+1)p_3\sum_{i=n_3}^{j-1}p_1^{j-1-i}p_2^iC_{j-1}^i.$$

Найденные значения подставляем в (2.4) и при учете $l=n_2$ получаем требуемое равенство (3.23).

Теорема доказана.

3.5. Правила остановки в случае марковского потока

Пусть на контроль поступает совокупность объектов $O_1, O_2, \ldots$, каждый из которых по результатам контроля является годным или дефектным (контроль по альтернативному признаку). Как и ранее, контроль O_i объекта будем называть i-м шагом контроля.

Считаем, что процесс поступления объектов на контроль является марковским потоком. Т. е. если объект O_i является годным, то с вероятностью p_{00} объект O_{i+1} является годным и с вероятностью $(1 - p_{00})$ – дефектным. Если же объект O_i является дефектным, то объект O_{i+1} с вероятностью p_{11} является дефектным и с вероятностью $(1 - p_{11})$ —годным. Таким образом, матрица переходных вероятностей процесса поступления объектов на контроль имеет вид

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & (1-p_{00}) \\ (1-p_{11}) & p_{11} \end{pmatrix},$$

где первая строка матрицы отвечает поступлению на контроль годного объекта, а вторая строка матрицы — поступлению на контроль дефектного объекта. Пусть также известен вектор начального распределения $(\alpha, 1 - \alpha)$, где $0 \le \alpha \le 1$.

В дальнейшем каждому проконтролированному объекту из последовательности объектов O_{i+1} $(i = 2, 3, \ldots)$ будем ставить в соответствие символы: а) O_0 – если объекты O_{i+1} и O_i годные; б) O_1 – если объект O_{i+1} годный, а объект O_i дефектный; в) 1_0 – если объект O_{i+1} дефектный, а объект O_i годный; г) 1_1 – если объекты O_{i+1} и O_i дефектные.

Сформулируем правила остановки Π^M. Правила Π^M: остановка контроля происходит в том случае, когда из последних r объектов два окажутся дефектными.

Для этого правила введем событие $E_{r,2}^{M}$ _ из последних r объектов два дефектных. В предположении, что совокупность объектов, поступающих на контроль, обладает вышеуказанным марковским свойством, докажем следующую теорему.

Теорема 3.8. Событие $E_{r,2}^{M^0}$ является рекуррентным.

Доказательство. Для доказательства этой теоремы представим событие $E_{r,2}^{M}$ в виде объединения конечного числа попарно несовместных простых событий. В этом случае событие $E_{r,2}^{M^0}$ будет являться рекуррентным событием.

Выпишем состояния, которые соответствуют наступлению события $E_{r,2}^{M}$. Это следующие состояния:

$$\langle\ 1_x, 1_1\ \rangle, \langle\ 1_{\bar{o}}, 0_1, 1_0\ \rangle, \langle\ 1_{\bar{o}}, 0_1, 0_0, 1_0\ \rangle, ..., \langle\ 1_{\bar{o}}, 0_1, \underbrace{0_0, .., 0_0}_{r-3}, 1_0\ \rangle.$$

Из теории цепей Маркова хорошо известно [21], что $1_x = 1_1$ с вероятностью $\alpha\ (1 - p_{00})$ и $1_x = 1_0$ с вероятностью $(1 - \alpha)\ p_{11}$. Таким образом, вероятность появления 1_x равна $\alpha\ (1 - p_{00}) + (1 - \alpha)p_{11}$. Обозначим эту вероятность p_0 , т.е. $P(1_x) = p_0$.

Теперь легко показать, что каждое из перечисленных состояний отвечает простому событию. То есть событие $E_{r,2}^{M^0}$ является рекуррентным, что и требовалось доказать.

Теорема 3.9. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления события $E_{r,2}^{M}$ и дисперсия соответственно равны

$$\mu(E_{r,2}^M) = \frac{1 + p_{11} + (1 - p_{11})(1 - p_{00}^{r-2})}{p_0\left[p_{11} + (1 - p_{11})(1 - p_{00}^{r-2})\right]}, \qquad (3.24)$$

$$\sigma^2(E_{r,2}^M) = \frac{p_0(1 - p_{11})\left[(2r-1)p_{00}^{r-2} - 2(1 - p_{00}^{r-2})(1 - p_{00})^{-1}\right]}{p_0^2\left[1 - (1 - p_{11})p_{00}^{r-2})\right]^2} +$$

$$+ \frac{(1 - p_0)\left[2 - (1 - p_{11})p_{00}^{r-2}\right]^2}{p_0^2\left[1 - ((1 - p_{11})p_{00}^{r-2}\right]^2} \quad . \qquad (3.25)$$

Доказательство. Найдем вероятность наступления события $E_{r,2}^M$. Для этого выпишем все состояния, соответствующие событию $E_{r,2}^M$:

$$\langle\ 1_x, 1_1\ \rangle, \langle\ 1_{\bar{o}}, 0_1, 1_0\ \rangle, \langle\ 1_{\bar{o}}, 0_1, 0_0, 1_0\ \rangle, ..., \langle\ 1_{\bar{o}}, 0_1, \underbrace{0_0, .., 0_0}_{r-3}, 1_0\ \rangle,$$

и вероятности их наступления:

$$p_0 p_{11}, p_0(1 - p_{11})(1 - p_{00}), p_0(1 - p_{11})p_{00}(1 - p_{00}), ..., p_0, (1 - p_{11})p_{00}^{r-3}(1 - p_{00}).$$

Учитывая, что состояния попарно несовместны, суммируем вероятности их появления и получим $P(E_{r,2}^M) = p_0(p_{11} + (1 - p_{11})(1 - p_{00}^{r-2}))$, где $p_0 = \alpha(1 - p_{00}) + (1 - \alpha)p_{11}$.

Найдем $C_j\ (j = \overline{1, r-1})$ —вероятности перехода из состояний, соответствующих событию $E_{r,2}^M$, в эти же состояния за j шагов. За один шаг из любого состояния, соответствующего событию $E_{r,2}^M$, можно с вероятностью p_{11} попасть только в состояние $\langle 1_x, 1_1 \rangle$. Следовательно, $C_1 = p_{11}$. За два шага из любого состояния, соответствующего событию $E_{r,2}^M$, можно попасть только в состояние $\langle 1_x, 0_1, 1_0 \rangle$ с вероятностью $(1–p_{11})(1–p_{00})$, таким образом, $C_2=(1–p_{11})(1–p_{00})$.

За три шага с вероятностью $(1–p_{11})p_{00}(1–p_{00})$ можно попасть только в состояние $\langle 1_x, 0_1, 0_0, 1_0 \rangle$, т.е. $C_3=(1–p_{11})p_{00}(1– p_{00})$. Рассуждая и далее так, получим, что за (r–1) шаг можно попасть только в состояние $\left\langle 1_{\tilde{o}}, 0_1, \underbrace{0_0, .., 0_0}_{r-3}, 1_0 \right\rangle$ с вероятностью $(1–p_{11})p_{00}^{r-3}(1–p_{00})$; следовательно, $C_{r-1}=(1–p_{11})p_{00}^{r-3}(1–p_{00})$.
Теперь найдем

$$\sum_{j=0}^{l-1} c_j = 1 + p_{11} + (1-p_{11})(1-p_{00})\sum_{j=0}^{r-3} p_{00}^j = 2 - (1-p_{11})\,p_{00}^{r-2},$$

$$\sum_{j=0}^{l-1} (j+1)c_j = p_{11} + (1-p_{11})\left[1 - rp_{00}^{r-2} + \frac{1-p_{00}^{r-1}}{1-p_{00}}\right] + 1 +$$

$$+ p_{11} + (1-p_{11})(1-p_{00}^{r-2}) = 1 + 2p_{11} + (1-p_{11})\left[2 - (r+1)\,p_{00}^{r-2} + \frac{1-p_{00}^{r-1}}{1-p_{00}}\right],$$

где $p_0 = \alpha(1-p_{00}) + (1-\alpha)\,p_{11}$.

Подставив в (2.3) и (2.4) найденные выражения, получим (3.24) и (3.25), что и требовалось доказать.

Теперь предположим, что переходная матрица P имеет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} q & p \\ p & q \end{pmatrix},$$

т.е., иными словами, вероятность дефектности и годности каждого объекта O_i $(i=1,2,\ldots)$, поступающего на контроль, не зависит от дефектности или годности предыдущего объекта.

Тогда $p_{00}=(1–p_{11})=p$, $p_{11}=(1–p_{00})=q$ и $p_0=q$. Подставив эти выражения в (3.24) и (3.25), получим формулы:

$$\mu(E_{r,2}^M) = \frac{2-p^{r-1}}{q(1-p^{r-1})}, \tag{3.26}$$

$$\sigma^2(E_{r,2}^M) = \frac{2p + p^{2r-1} + p^{r-1}((2r+1)q-2)}{q^2(1-p^{r-1})^2}. \tag{3.27}$$

Эти формулы в точности совпадают с формулами для $\mu(E_1)$ и $\sigma^2(E_1)$, т.е. с формулами (3.5) и (3.6) в случае правил остановки $П_1$.

Основные понятия

- Вероятность объекта быть годным
- Вероятность объекта быть дефектным
- Состояния, приводящие к наступлению события
- Вероятность перехода из состояний в эти же состояния

Вопросы для самоконтроля и задания

1. Напишите выражение для математического ожидания числа проконтролированных объектов до остановки контроля при классическом контроле по правилу «из последних 5 объектов 2 дефектных объекта» при q – вероятности дефектности каждого объекта и $p=1-q$ – вероятности годности каждого объекта.
2. Напишите выражение для математического ожидания числа проконтролированных объектов до остановки контроля при контроле с памятью по правилу «из последних 4 объектов 2 дефектных объекта» при q – вероятности дефектности каждого объекта и $p=1-q$ — вероятности годности каждого объекта.
3. Напишите выражение для математического ожидания числа проконтролированных объектов до остановки контроля при классическом контроле по правилу «из последних 3 объектов 2 дефектных объекта или из последних 10 объектов 3 дефектных объекта» при q – вероятности дефектности каждого объекта и $p=1-q$ — вероятности годности каждого объекта.

Задачи

1. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу $П_3$ с параметрами $n_1=10$, $n_2=20$, $n_3=5$, *если* $p_1=0{,}7$, $p_2=0{,}2$, $p_3=0{,}1$.
2. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу $П_3$ с параметрами n_1=50, n_2=70, n_3=10, если p_1=0,9, p_2=0,05, p_3=0,05.
3. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу $П_3$ с параметрами n_1=30, n_2=60, n_3=10, если p_1=0,8, p_2=0,1, p_3=0,1.
4. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу $П_3$ с параметрами n_1=15, n_2=45, n_3=5, если p_1=0,8, p_2=0,15, p_3=0,05.
5. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу $П_3$ с параметрами n_1=10, n_2=100, n_3=10, если p_1=0,7, p_2=0,2, p_3=0,1.

РАЗДЕЛ 4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ НЕПРЕРЫВНЫЙ КОНТРОЛЬ И СРАВНЕНИЕ ПРАВИЛ

4.1. Параллельный непрерывный контроль

Установление влияния одного индикативного показателя (например, показателя качества среды обитания) на другой индикативный показатель (например, показатель заболеваемости населения) является одной из важнейших задач для оценивания санитарно-эпидемиологической обстановки и управления рисками для здоровья населения. Положим, что один индикативный показатель только в случае превышения им своего некоторого порогового значения может оказывать решающее (важное, ярко выраженное) влияние на другой индикативный показатель только в случае превышения тем своего порогового значения.

Пусть в течение T временных периодов (временной период равен дню, неделе, месяцу или году) наблюдаются два индикативных показателя (например, показатель качества среды обитания и показатель заболеваемости населения). Причем для каждого показателя определено пороговое значение, превышение которого означает, что один показатель воздействует, а другой находится под воздействием. Если показатель превышает пороговое значение за временной период, то ему соответственно присваивается маркер наблюдения «1» в этот временной период, в противном случае – маркер наблюдения равен «0». Таким образом, можно считать, что в течение T временных периодов наблюдаются две последовательности маркеров, состоящие из «0» и «1». Полагаем, что обе последовательности маркеров подвергаются непрерывному сплошному контролю, например, при помощи плана непрерывного контроля с памятью и правилом остановки «из последних r маркеров – k маркеров будут единицами».

В результате применения непрерывного контроля над исходными последовательностями маркеров будут регистрироваться две другие последовательности маркеров, по одной для каждого из индикативных показателей. В регистрируемых последовательностях во временной промежуток маркером «1» будут обозначаться остановки контроля по правилу «из последних r маркеров – k маркеров будут единицами» в исходных последовательностях нулей и единиц. В противном случае будет маркер «0».

Теперь дадим следующее определение.

Определение 4.1. Параллельным непрерывным статистическим контролем назовем одновременный непрерывный контроль с фиксированными правилами остановки двух различных показателей (факторов) с регистрацией результатов контроля (остановок контроля) в одни и те же равные промежутки времени (возможно, с временным лагом) на одном и том же объекте (территории) для выявления воздействия одного показателя (управляющего фактора) на другой показатель (управляемый фактор).

Далее нужно определить в зарегистрированных последовательностях количество маркеров (o_1), равных «1», по первому индикативному показателю и количество маркеров (o_2), равных «1», по второму индикативному показателю, т.е. количество остановок непрерывного контроля с фиксированным правилом остановки для каждого из показателей. Далее нужно установить количество маркеров, равных «1», по первому индикативному показателю, которое совпало по временным периодам с маркерами, равными «1», по второму индикативному показателю (o_3) в зарегистрированных последовательностях. Если $o_3=0$, то можно сделать вывод о том, что воздействие первого индикативного показателя на второй индикативный показатель за T временных периодов отсутствует. Если $o_3>0$, нужно вычислить оценку вероятности того, что маркер «1» первой зарегистрированной последовательности обусловливает маркер «1» второй последовательности за T временных периодов

$$P = \frac{o_3^2}{o_1 o_2}. \qquad (4.1)$$

Фактически найденная оценка вероятности определяет степень влияния одного индикативного показателя (например, показателя качества среды обитания) при условии превышения им своего порогового значения на другой индикативный показатель (например, показатель заболеваемости населения) при условии превышения тем своего порогового значения. Если $P \le 0{,}03$, то вероятность влияния одного индикативного показателя при условии превышения им своего порогового значения на другой индикативный показатель при условии превышения тем своего порогового значения за T временных периодов находится на уровне статистической погрешности, т.е. можно считать, что она отсутствует.

Если известны оценки P_1 и P_2 - вероятностей превышения индикативными показателями своих пороговых значений (оценки максимального правдоподобия легко вычисляются, учитывая вышеописанную схему наблюдений индикативных показателей), то можно оценить вероятность воздействия одного индикативного показателя на другой при условии их превышения своих пороговых значений по следующей формуле:

$$V = PP_1P_2. \qquad (4.2)$$

Таким образом, при помощи параллельного непрерывного сплошного контроля двух индикативных показателей можно устанавливать степень влияния, как вероятностную величину, одного показателя на другой и вероятность воздействия одного показателя на другой.

4.2. Сравнение правил П1

Рассмотрим планы непрерывного контроля по альтернативному признаку. Это тот случай, когда каждый объект O_i *(*i *= 1, 2, ...)* может принадлежать только одному из двух классов, иными словами, может быть классифицирован как годный или как дефектный объект. Обычно полагают в этом случае, что каждый объект с вероятностью p является годным и с вероятностью $q=1-p$ —дефектным.

Теорема 4.1. Для фиксированного значения p – вероятности годности объекта математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки при классическом контроле больше или равно математическому ожиданию числа проконтролированных объектов до остановки при контроле с памятью при заданном правиле остановки контроля «из последних r объектов – k дефектных объектов»:

$$\mu(E_1) \geq \mu(E_1^{П}). \qquad (4.3)$$

Доказательство. Зафиксируем r,k и p и введем следующие обозначения:

$$A = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i}^{r-k+i} q^i p^{j-i} C_{j-1}^{i-1}, \ B = \sum_{j=0}^{r-k} q^k p^j C_{j+k-2}^{j}, \ C = \sum_{j=0}^{r-k} q^k p^{r-k+1+j} C_{j+k-2}^{j},$$

а формулы (3.4) и (3.10) запишем в следующем виде:

$$\mu(E_1) = \frac{1+A}{B}, \qquad (4.4)$$

$$\mu(E_1^{П}) = \frac{1+A+C}{q^{-1}B+C}. \qquad (4.5)$$

Теперь достаточно рассмотреть разность (4.4) и (4.5), равную

$$\mu(E_1) - \mu(E_1^{П}) = \frac{B(1+A)(q^{-1}-1) + C(1+A-B)}{B(q^{-1}B+C)},$$

чтобы убедиться в том, что $\mu(E_1) \geq \mu(E_1^{П})$ для любых фиксированных r,k и p $(r \geq k, 0<p<1)$. Действительно, слагаемые числителя положительны, что следует из того, что $(q^{-1}-1)>0$, так как $0<q<1$, а $(1+A-B)>0$, в силу того $(1+A)/B>1$ как математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу «из последних r объектов – k объектов дефектных» при классическом контроле. Теорема доказана.

Выводы, которые можно сделать из сравнения правил остановки $П_1$ при классическом контроле и контроле с памятью, заключаются в следующем. При равных важнейших характеристиках правил остановки контроля в классическом случае и случае контроля с памятью, а именно при равных средних долях контролируемых объектов и при равных средних выходных качествах объектов, математическое ожидание числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу $П_1$ при контроле с памятью всегда меньше или равно математическому ожиданию числа проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу $П_1$ при классическом контроле при равных прочих параметрах. Из этого следует, что тенденции к изменению входного качества объектов на контроль быстрее улавливает непрерывный контроль с памятью. Однако из этого не следует, что непрерывный контроль с памятью всегда выгоднее классического контроля. Во-первых, при заданном q – вероятности дефектности объекта можно почти всегда подобрать такие параметры плана (правил остановки контроля), например r и k, что математические ожидания числа проконтролированных объектов будут примерно равны при классическом контроле и контроле с памятью. Во-вторых, контроль с памятью не всегда может быть применен. Например, в условиях переналадки технологического оборудования после остановки контроля, выпускающего поточную продукцию. Но несомненные преимущества непрерывного контроля, использующего память, очевидны при непрерывном контроле (мониторинге), например, показателей здоровья, поскольку в этом случае быстрого изменения показателей здоровья ждать не приходится.

Основные понятия

● Параллельный контроль показателей
● Период времени
● Маркер показателя
● Степень влияния
● Вероятность воздействия одного показателя на другой

Вопросы для самоконтроля и задания

1. Какой контроль называется непрерывным параллельным контролем?

2. Для фиксированного значения p – вероятности годности объекта найти разницу между математическими ожиданиями числа проконтролированных объектов до остановки контроля при классическом контроле больше и при контроле с памятью при заданном правиле остановки контроля «из последних 5 объектов – 2 дефектных объекта».

3. Для фиксированного значения p – вероятности годности объекта найти разницу между математическими ожиданиями числа проконтролированных

объектов до остановки контроля при классическом контроле больше и при контроле с памятью при заданном правиле остановки контроля «из последних 6 объектов – 2 дефектных объекта».

Задачи

1. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу «из последних 50 объектов – 2 дефектных» при классическом контроле, если q=0,001.

2. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу «из последних 750 объектов – 2 дефектных» при классическом контроле, если q=0,0001.

3. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу «из последних 10 объектов – 3 дефектных» при контроле с памятью в один шаг, если q=0,01.

4. Вычислить математическое ожидание проконтролированных объектов до наступления остановки контроля по правилу «из последних 10 объектов – 3 дефектных» при контроле с памятью в два шага, если q=0,01.

РАЗДЕЛ 5. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ С ПАМЯТЬЮ В ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

5.1. Описание предметной области при каскадном управлении рисками для здоровья населения на примере Роспотребнадзора РФ

В общем случае каскадное управление рисками при наличии нескольких управляющих организаций может быть представлено схемой (рис. 5.1). Причем схема каскадного управления при наличии нескольких управляющих организаций может быть аналогична в субъектах Российской Федерации или на территориях субъекта Российской Федерации. То есть имеется некоторая сравнимая повторяемость каскадного управления рисками. Заметим, что если количество управляющих организаций и количество объектов на территориях может быть разное, то число характеристик и рисков всегда одинаковое.

Описание предметной области при каскадном управлении рисками рассмотрим на примере Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека (кроме Роспотребнадзора еще более десятка управляющих организаций призваны к такой деятельности). В рамках своих полномочий, определенных «Положением о Федеральной службе по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека», она осуществляет:

- принятие управленческих решений в области надзора и контроля за исполнением обязательных требований законодательства Российской Федерации в области обеспечения санитарно-эпидемиологического благополучия населения;

- принятие управленческих решений в области защиты прав потребителей и в области потребительского рынка, установления причин и выявления условий возникновения и распространения инфекционных заболеваний и массовых неинфекционных заболеваний (отравлений);

- информирование органов государственной власти Российской Федерации и субъектов Российской Федерации, органы местного самоуправления и население о санитарно-эпидемиологической обстановке и о принимаемых мерах;

- информирование о мерах по обеспечению санитарно-эпидемиологического благополучия населения, организации в установленном порядке ведения социально-гигиенического мониторинга;

- организацию деятельности системы государственной санитарно-эпидемиологической службы Российской Федерации;

- в установленном порядке проводит проверки деятельности юридических лиц, индивидуальных предпринимателей и граждан по выполнению требований санитарного законодательства, законодательства Российской Федерации в области защиты прав потребителей, правил продажи отдельных видов товаров;

- иные функции, если такие функции предусмотрены федеральными законами, нормативными правовыми актами Президента Российской Федерации или Правительства Российской Федерации.

Для обоснования тех или иных решений Роспотребнадзора существует и развивается нормативно-методическая база, включающая такой базовый документ, как «Концепция научного обеспечения деятельности органов и организаций Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека».

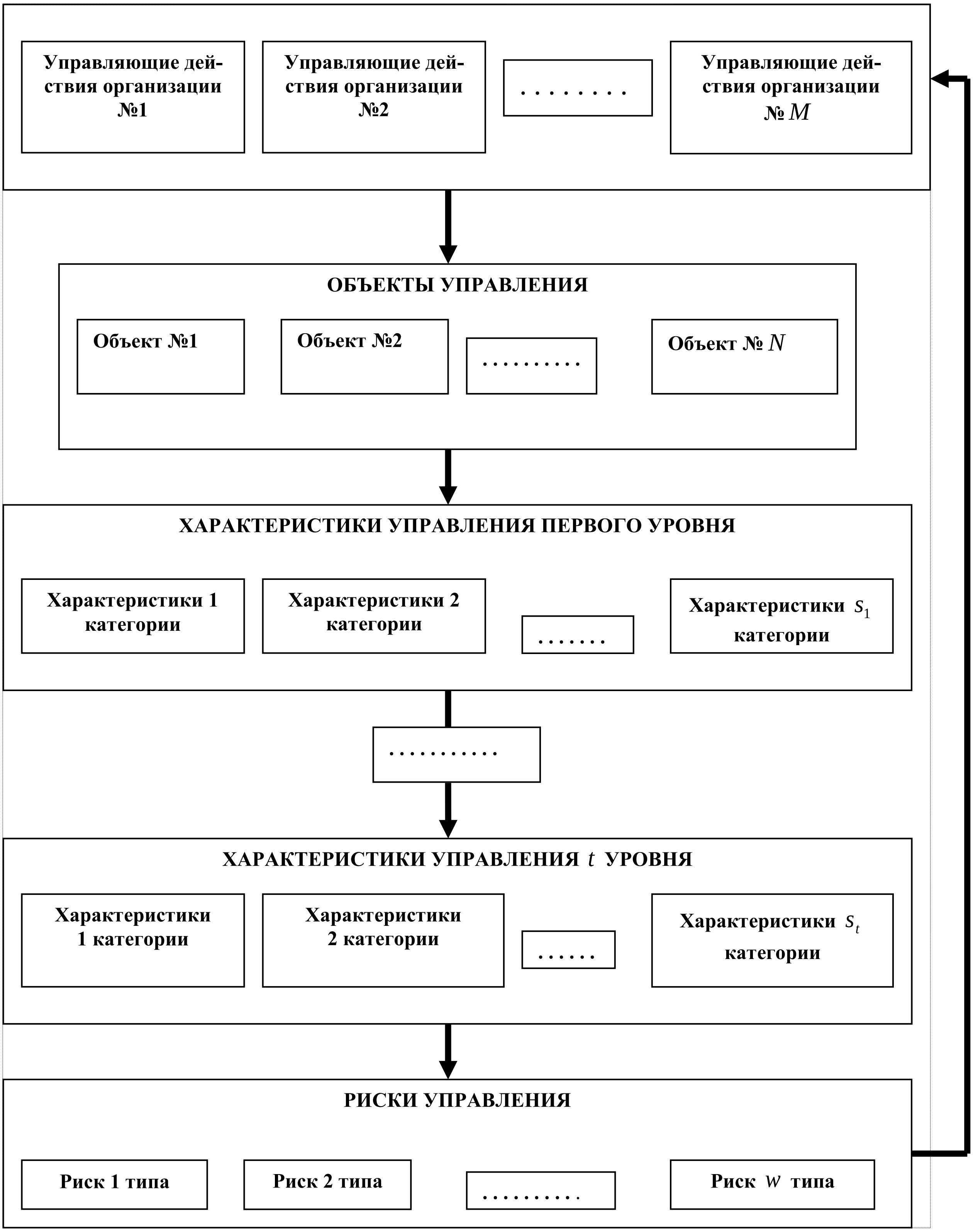


Рис. 5.1. Схема каскадного управления рисками при наличии нескольких управляющих организаций

К основным целям, определенным концепцией, относятся: совершенствование научно-методического обеспечения деятельности Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека, ее территориальных органов и организаций; внедрение системы управления, ориентированной на результат; разработка критериев оценки деятельности.

Достижение этих целей предполагает решение следующих задач:

- формирование системы алгоритмов обоснования принятия решений в системе Роспотребнадзора;

- разработка и внедрение современных информационно-аналитических методов научного обоснования принятия решений;

- формирование системы показателей, отражающих непосредственный и конечный результаты принятия управленческих решений;

- разработка критериев оценки эффективности управленческих решений

- оптимизация управленческих решений по критериям их эффективности.

Во многих странах мира сложилась и законодательно действует научно обоснованная система поддержки принятия управляющих решений в области охраны природной среды и здоровья. Это позволяет более эффективно использовать финансовые и материальные ресурсы, сохранять природную среду, оценивать различные инвестиционные проекты, выбирая экономически более выгодные, но добиваясь при этом существенного снижения уровней воздействия вредных факторов окружающей среды на население.

В России действует система принятия решений в области охраны окружающей среды и здоровья населения, преимущественно основанная на принципах соблюдения нормативов. Научными и практическими учреждениями накоплен материал о влиянии неблагоприятных экологических факторов на здоровье населения, получены новые научные данные о связи факторов окружающей природной среды и показателей состояния здоровья населения. По протоколу заседания коллегии Роспотребнадзора отмечается низкий уровень применения этих данных для принятия управленческих решений. Не отработан и требует особого рассмотрения вопрос о научно-методическом обосновании создания и развития национальной системы информирования о рисках как для лиц принимающих решения, так и для населения. Не решен вопрос об использовании экономических инструментов управления рисками.

Одним из приоритетных инструментов управления является методология оценки рисков, которая широко используется многими международными, а также национальными организациями ведущих стран мира. Но само понятие риска законодательно не определено. В самом обобщенном виде определение риска дано в Федеральном законе «О техническом регулировании» (№184-ФЗ, 2002). Однако закон не уточняет ни положений, ни методов и критериев оценки риска и его допустимости, что, несомненно, требует более конкретного их освещения. В соответствии с этим Законом, риск – это вероятность причинения вреда жизни или здоровью граждан, имуществу физических или юридических лиц, государственному или муниципальному имуществу, окружающей среде, жизни или здоровью животных и растений с учетом тяжести этого вреда.

Основаниями для разработки предложений (мероприятий) для принятия управленческих решений в области обеспечения санитарно-эпидемиологического благополучия являются:

1. Результаты социально-гигиенического и экологического мониторинга

Мониторинг проводится в целях определения приоритетных направлений государственной политики в области санитарно-эпидемиологического благополучия населения, принятия управленческих решений на уровне федеральных органов исполнительной власти субъектов РФ, органов местного самоуправления. Органы и учреждения Роспотребнадзора осуществляют методическую помощь при разработке и оценке эффективности мероприятий, включая оценку риска для здоровья населения до и после проведения мероприятия. Применение показателей социально-гигиенического мониторинга позволяет оптимизировать процедуру принятия решения о расходовании бюджетных средств исходя из складывающейся санитарно-эпидемиологической обстановки в субъектах Российской Федерации.

2. Результаты мероприятий по контролю, санитарно-эпидемиологических и гигиенических экспертиз

3. Отчеты о гигиенических исследованиях по оценке риска для здоровья населения

На основе расчетов риска для здоровья населения обосновывается перечень веществ, приоритетных с точки зрения влияния на здоровье, для последующего включения их в систему мониторинга.

4. Аналитические отчеты (информационные бюллетени) о результатах гигиенической оценки влияния факторов среды обитания на здоровье населения.

Аналитические отчеты (информационные бюллетени) включают: оценку факторов среды обитания; оценку динамики, структуры избранных показателей заболеваемости населения на территории; результаты оценок влияния факторов среды обитания на здоровье населения; оценку прогноза и эффективности профилактических мероприятий; выводы и гигиенические рекомендации. Источниками информации для подготовки аналитических отчетов (информационных бюллетеней) являются региональные информационные фонды социально-гигиенического мониторинга, данные углубленных специальных исследований и совместных работ с другими организациями. Гигиеническая оценка факторов среды обитания человека и состояния здоровья населения проводится в соответствии с нормативными правовыми актами и методическими документами, утвержденными Федеральной службой по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека.

По результатам анализа методом экспертной оценки выделяются проблемы, требующие решения, разрабатываются ведомственные целевые программы (ВЦП). Целью деятельности по контролю и надзору в сфере обеспечения санитарно-эпидемиологического благополучия населения является общественно значимый результат. На этапах реализации оценивается эффективность мероприятий, вносятся коррективы. Результативность реализации ВЦП оценивается с использованием данных мониторинга за состоянием здоровья населения и факторами среды обитания в динамике.

Оценка эффективности деятельности структурных подразделений Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека определена методическими рекомендациями «Система оценки деятельности органов и учреждений Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека. Предложенная система оценки учитывает специфику деятельности органов и учреждений Роспотребнадзора в рамках бюджетирования, ориентированного на достижение конечного, общественно-значимого результата при реализации государственной политики в области обеспечения санитарно-эпидемиологического благополучия населения и защиты прав потребителей, предупреждения и снижения уровня заболеваемости неинфекционными и инфекционными болезнями, устранения влияния вредных и опасных факторов среды обитания на здоровье человека, обеспечения биологической и химической безопасности Российской Федерации, снижения рисков для здоровья населения, формирование здорового образа жизни граждан России. В основу оценки деятельности положены определение показателей и их анализ.

В соответствии с основными принципами бюджетирования и с учетом особенностей осуществления контрольно-надзорных функций показатели деятельности органов и учреждений Роспотребнадзора разделены на две группы: показатели непосредственного результата и показатели конечного результата.

Непосредственный результат выражается в исполнении государственных функций в установленной сфере деятельности, а конечный результат отражает эффект данной деятельности. В ВЦП непосредственный результат деятельности представлен системой программных мероприятий, в качестве индикативных показателей их оценки приняты показатели последствия этих действий (динамика состояния объектов и факторов среды обитания). Конечный результат деятельности в ВЦП представлен показателями, характеризующими состояние здоровья населения. Оценка непосредственного результата деятельности представлена положительной динамикой санитарного состояния объектов надзора: снижением удельного веса объектов, относящихся к 3-й группе санитарно-эпидемиологического благополучия, т.е. к неблагополучной группе; снижением удельного веса факторов среды обитания, не отвечающих гигиеническим нормативам, и т.д. Оценка состояния здоровья населения проводится: по соотношению местных и региональных показателей; динамики показателей; по уровням заболеваемости с учетом рассчитанных фоновых значений (Методические рекомендации «О порядке использования социально-гигиенического мониторинга в целях бюджетирования, ориентированного на результат», утвержденные приказом Роспотребнадзора от 24 августа 2007г. № 247). Показатели оценки деятельности позволяют сопоставить деятельность управлений Роспотребнадзора и ФГУЗ «Центр гигиены и эпидемиологии» по реализации ведомственных целевых программ и выявить уровень их реализации.

Основными принципами формирования системы алгоритмов обоснования принятия решений в системе Роспотребнадзора являются:

- использование и развитие существующей информационной базы Роспотребнадзора, в т.ч. системы социально-гигиенического мониторинга;
- использование индикативных показателей непосредственного и конечного результата деятельности органов и организаций Роспотребнадзора;
- установление количественных параметров управляемости рисков здоровью в системе Роспотребнадзора;
- выявление приоритетов в надзорной деятельности по критериям опасности для здоровья населения;
- оптимизация управленческих решений по критерию минимальной достаточности затрат органов и организаций Роспотребнадзора и применение адекватных санитарно-эпидемиологической ситуации способов управления рисками;
- анализ достижения целевых показателей конечного результата как критериев эффективности управленческих решений в системе Роспотребнадзора.

В качестве показателей конечного результата деятельности органов и организаций Роспотребнадзора целесообразно рассматривать снижение риска для здоровья населения, если его величина выше допустимой, и стабилизацию, если риск здоровью регистрируется на уровне приемлемого. В области инфекционных заболеваний, где причинно-следственные связи индикативных показателей непосредственного и конечного результата установлены, уровни заболеваемости, как показатели конечного результата, используются не в полной мере.

Управление рисками для здоровья населения представляет собой процесс, состоящий из последовательно связанных звеньев. Для описания такого рода процессов наиболее адекватными являются последовательные (позвеньевые) модели управления, которые назовем каскадными. А управление с помощью каскадной модели управления назовем каскадным управлением. Каскадная модель управления кроме управляющих и управляемых факторов имеет, как минимум, один промежуточный слой (звено) факторов (показателей). Промежуточные и управляемые факторы иногда поддаются частичному управлению без управляющих факторов, например, путем проведения профилактических мероприятий для здоровья населения. Такие факторы часто называют индикативными показателями. Установление количественных параметров функциональной зависимости нижестоящих звеньев от вышестоящих характеризует степень управляемости нижестоящих звеньев.

Финансирование, материально-техническое обеспечение органов и организаций Роспотребнадзора определяется в рамках формирования государственного задания на выполнение государственных услуг (работ) в соответствии с Положением о формировании государственного задания в отношении федеральных бюджетных и казенных учреждений и финансовом обеспечении выполнения государственного задания.

Совершенствование деятельности по эффективному расходованию бюджетных средств, формированию проектов бюджета управляющей организации в социальных системах относится к основным задачам, решаемым при управлении многофакторной моделью. В многофакторной модели присутствуют несколько управляющих факторов, не всегда независимых, и несколько управляемых факторов (вместе составляющих результат управления), не всегда независимых, на фоне неконтролируемых факторов и внешних неуправляемых факторов.

К управляющим действиям органов и организаций Роспотребнадзора относится деятельность:

- по государственному контролю (надзору) и защите прав потребителей;
- установлению соответствия (несоответствия) проектной и иной документации, объектов хозяйственной и иной деятельности, продукции, работ, услуг, предусмотренных законодательством в области санитарно-эпидемиологического благополучия населения и защиты прав потребителей, требованиям технических регламентов, государственных санитарно-эпидемиологических правил и нормативов производственных, общественных помещений, зданий, сооружений, оборудования, транспорта, технологического оборудования, технологических процессов, рабочих мест в целях обеспечения государственного контроля (надзора) и защиты прав потребителей;
- по установлению вредного воздействия на человека факторов среды обитания, определению степени этого воздействия и прогнозированию санитарно-эпидемиологической обстановки в целях обеспечения государственного контроля (надзора) и защиты прав потребителей;

- проведению санитарно-эпидемиологических расследований, направленных на установление причин и выявление условий возникновения и распространения инфекционных, профессиональных и массовых неинфекционных заболеваний (отравлений) людей, связанных с неблагоприятными факторами среды обитания.

Целью этой деятельности должны стать изменение неблагоприятного состояния объектов надзора либо поддержка объектов надзора в состоянии, соответствующем действующим нормам и правилам, которое отражается в виде доли объектов 1-й группы (удовлетворительные), 2-й группы (условно удовлетворительные) и 3-й группы (неудовлетворительные). В свою очередь, в результате улучшения состояния объектов надзора должно происходить улучшение состояния среды обитания человека, которое регистрируется в виде доли нестандартных проб анализа объектов среды обитания. Эти показатели рассматриваются как индикаторы непосредственного результата деятельности органов и организаций Роспотребнадзора. В связи с этим такие показатели называются индикативными.

Для проведения плановых и внеплановых надзорных мероприятий организациями Роспотребнадзора необходимо решать следующие задачи:

- определение порогов массовых неинфекционных заболеваний;
- выявление управляемой доли у индикативных показателей;
- нахождение критериального (критического) значения для индикативного показателя;
- определение территорий и объектов, где наиболее целесообразно проводить надзорные мероприятия.

Планирование является одним из обязательных видов деятельности управления, направленных на обеспечение желаемого результата в социальной системе. При планировании деятельности управляющей организации в рамках целевых программ, направленных на решение тактических задач, наиболее сложным является количественная оценка связи непосредственного результата, который определяется индикативными показателями, с конечным результатом.

Вместе с тем следует отметить, что методы установления количественных характеристик зависимости целевых показателей от индикативных показателей непосредственного результата и параметров моделей, описывающих связь показателей деятельности управляющих организаций, с изменением индикативных показателей непосредственного результата, разработаны недостаточно. Методология оценки воздействия является одним из наиболее адекватных инструментов для решения задач управления в сложных системах, а показатели результата управления с полным правом могут рассматриваться в качестве целевых индикативных показателей, характеризующих конечный желаемый результат. Однако существующие форматы информации, ориентированные в соответствии с функциями управляющей организации на оценку соответствия ситуации действующим нормативным документам, не позволяют в полной мере использовать преимущества этой методологии.

Для анализа связи непосредственного результата с конечным результатом и установления вклада управляющей организации в «улучшение» управляемых факторов целесообразно последовательно решать ряд задач, направленных на обоснование установления зависимости показателей конечного результата, в т.ч. выраженных в виде уменьшения вероятности «ухудшения» управляемых факторов, от показателей непосредственного результата, зависимости показателей непосредственного результата от показателей деятельности управляющей организации.

5.2. Особенности управления в предметной области

Для управления результатом необходимо последовательно оценить влияние неуправляемых условий и заданных факторов управления на управляемые факторы, осуществить прогнозирование изменения управляемых факторов при изменении управляющих факторов (управляемость) и выявить оптимальные значения факторов управления. Эта проблема может быть решена только при наличии адекватной математической модели управления результатом (совокупностью управляемых факторов) в условиях воздействия нескольких факторов управления на фоне неуправляемых условий.

Рассмотрим процесс управления с применением каскадной модели. При таком подходе принципиальный механизм управления представим в виде схемы каскадного управления (рис. 5.2). Как видно из рисунка, каскадный метод управления представляет собой последовательный ряд звеньев. Первым звеном является финансовое обеспечение управляющей организации: финансирование по различным статьям расхода, материально-техническая база, кадровый состав и т.д. Правильно сбалансированное обеспечение позволяет организации целенаправленно осуществлять свои управляющие действия. При оптимальном проведении действий, в свою очередь, оптимизируются первичные (рис. 5.2) характеристики воздействия. Например, при управлении в сфере надзорных мероприятий по действующей классификации все объекты надзора делятся на три группы: 1-я группа – удовлетворительные объекты надзора, 2-я группа – условно удовлетворительные объекты надзора и 3-я группа – неудовлетворительные объекты надзора, которые и являются основной группой надзора. Понятно, что чем меньше доля, приходящаяся на объекты 3-й группы, тем «лучше» характеристики окружающей среды обитания. Далее окружающая среда обитания человека напрямую влияет на заболеваемость, смертность и общую продолжительность жизни.

Управляющие организации имеют рычаги воздействия над поднадзорными объектами. К ним относятся такие действенные меры, как плановые и неплановые проверки, наложение и взыскание штрафов, проведение федеральных и ведомственных программ и т.п. Важнейшими действиями в управлении являются следующие этапы:

- оценка изменения управляемых факторов;
- анализ результативности и эффективности управляющих действий;
- оптимизация деятельности управляющих организаций по критериям повышения результативности и эффективности управляющих действий.

Рис. 5.2. Схема каскадного управления

С привлечением современного математического аппарата эти действия оцениваются и корректируются, что позволяет оперативно вмешиваться в управление.

Важно отметить, что иногда при установлении или моделировании управления необходимо учитывать временные лаги. Это обстоятельство определяется экспертами. Будем полагать, что все наблюдения управляющих и управляемых факторов уже сформированы на основе мотивированного мнения экспертов.

Процедура моделирования управления в общем случае представляет собой подготовку данных (определение управляющих факторов и области их изменения, определение управляемых факторов, сопряжение и восстановление данных); моделирование управления (построение моделей) и выбор лучшей модели в некотором смысле (ситуационное и оптимизационное моделирование). Важнейшей задачей является восстановление утерянных (несобранных) данных. Здесь возможно использовать алгоритм восстановления данных, основанный на ранжировании коэффициентов корреляции, существенно использующий особенности сбора и обработки информации. Следующей задачей является исключение недостоверных данных и данных, отличающихся от основной группы данных, как случайных величин, имеющих отличный закон распределения. Метод, позволяющий исключать недостоверные данные и данные, отличающихся от основной группы данных, может быть основан на неравенстве Чебышева. Согласно неравенству Чебышева, вероятность того, что реализация случайной величины X с конечным математическим ожиданием m_X и конечным квадратичным отклонением σ_X отклонится от m_X больше по абсолютной величине, чем на $k\sigma_X$ ($k > 0$), не превосходит $1/k^2$.

Концепция каскадного управления предполагает управление цепью последовательных звеньев. Два последовательных звена цепи (рис. 5.2) имеют взаимосвязь. Такую взаимосвязь можно описать моделью с уравнением $A(t)F(x(t))=y(t)$, где t – некая переменная (например, время); $A(t)$ – матрица динамических коэффициентов (матрица размерности m на n, характеризующая условия управления); $F(x(t))$ – функция (вектор-столбец размерности n) от вектора управляющих факторов $x(t)$; $y(t)$ – вектор управляемых факторов (отклик), который представляет собой вектор-столбец с m элементами. Более того, такой моделью можно описать любое управление нижестоящего звена любым вышестоящим звеном. Например, можно рассматривать управление «действия управляющей организации – вторичные характеристики» или управление «первичные характеристики – результат».

Важной задачей является выбор функции $F(x(t))$ из семейства функций, «наилучшим» образом описывающей зависимость $y(t)$ от $x(t)$ по N наблюдениям векторов $x(t)$ и $y(t)$. Выбирая функцию $F(x(t))$, фактически определяем матрицу динамических коэффициентов $A(t)$ по N наблюдениям. Количество наблюдений N, по которым строится матрица $A(t)$, может быть равно (n+1), (n+2) и т.д. Модель может быть построена методом нелинейного матричного прогнозирования либо нейронной цепью, которая имеет некоторый набор матриц динамических коэффициентов (количество матриц и их размерность определяется количеством скрытых уровней нейронной сети и количеством нейронов на каждом уровне).

Для проведения плановых и внеплановых надзорных мероприятий управляющими организациями нужно решать задачу определения территорий и объектов, где наиболее целесообразно проводить надзорные мероприятия. Применение вероятностно-статистического анализа позволяет не только оценить связь показателей непосредственного и конечного результата деятельности управляющей организации в рамках целевой программы, но и определить приоритетные территории и объекты для планирования управленческих мероприятий. Адекватным для этого является математический аппарат непрерывного статистического контроля – метода вероятностно-статистического анализа, позволяющего распознавать критические ситуации для обоснования необходимости принятия решения. Причем, учитывая особенности сбора исходных данных и управления факторами в системе управляющей организации, непрерывный статистический контроль объектов предлагается вести по нетрадиционной схеме.

Под классическим (традиционным) планом сплошного непрерывного контроля понимается план контроля, который направлен на обнаружение снижения производственного качества продукции. При использовании таких планов после остановки контроля предполагается, что происходит переналадка или замена производственного оборудования и контроль возобновляется заново без учета результатов контроля предыдущих объектов производства. Этот процесс можно интерпретировать так. Имеется производственное нормальное качество – каждый произведенный объект удовлетворяет стандарту с вероятностью, близкой к единице. При длительном производстве объектов со временем происходит резкий или плавный сбой оборудования, что влечет за собой снижение производственного качества. При обнаружении снижения качества контроль останавливается, происходит переналадка оборудования или его замена, т.е. восстанавливается качество производства, и контроль возобновляется вновь, без какого-либо учета произошедших событий. Вся предыстория контроля при этом забывается. При управлении рисками, например, для здоровья населения подобной замены оборудования не происходит. Для учета этого обстоятельства предложен подход, названный непрерывным статистическим контролем с памятью. Его отличие от классического плана контроля состоит в том, что после остановки контроля последний результат контроля запоминается и возобновление контроля происходит не с нуля, а с учетом предшествующего шага контроля.

Важными являются задачи: определение порогов (критериальных значений) управляемых факторов; выявление управляемой доли у управляемых (целевых) показателей; нахождение критериального (порогового) значения для этих показателей.

На схеме (рис. 5.2) представлена последовательность звеньев каскадного управления. «Финансирование и материально-техническое обеспечение» определяет объем и качество «управляющих действий», которые, в свою очередь, оказывают влияние на «первичные характеристики». «Первичные характеристики» взаимосвязаны с «вторичными характеристиками» (качественными и количественными). «Вторичные характеристики» оказывают непосредственное воздействие на «результат» (совокупность управляемых факторов).

Очевидно, что любое воздействие и любую взаимосвязь можно описать моделью «управляющие факторы – управляемые факторы». Причем каскадная организация модели управления позволяет рассматривать модель «управляющие факторы – управляемые факторы» на любых уровнях, например «управляющие действия – результат». В такой схеме управления важно не только то обстоятельство, что отклики между собой не всегда являются независимыми, но и тот факт, что воздействие управляющих факторов на отклики не всегда являются линейными.

На схеме (рис. 5.3) продемонстрирован последовательный анализ управления. Обеспечение управляющей организации включает анализ достаточности материального, финансового и кадрового обеспечения. Реализация функций управляющей организации подразумевает планирование действий управляющей компании. Анализ первичных и вторичных характеристик (в общем случае характеристики могут быть более высоких уровней) позволяет выделить приоритетные характеристики. Анализ конечного результата (управляемых факторов), анализ результативности и эффективности управляющих действий позволяют рассчитать оптимальные показатели действий для достижения конечного результата, что, в свою очередь, помогает планировать дальнейшую деятельность управляющей компании.

Рис. 5.3. Проведение последовательного анализа

5.3. Определение целевых показателей с помощью непрерывного статистического контроля с памятью

На основе изложенных в этом разделе материалов в «Федеральном государственном учреждении науки Федеральный научный центр медико-профилактических технологий управления рисками здоровью населения Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека» были разработаны и внедрены методические рекомендации.

Сначала приведем термины, определения и условные сокращения.

Санитарно-эпидемиологическая обстановка – состояние здоровья населения и среды обитания на определенной территории в конкретно указанное время.

Показатели санитарно-эпидемиологической обстановки – показатели, характеризующие качество среды обитания и здоровье населения. К количественным показателям, характеризующим качество среды обитания, относится доля нестандартных проб воды, воздуха, освещенности, шума, вибрации, микроклимата, доля предприятий третьей группы, концентрации веществ в объектах среды обитания и др. К показателям, характеризующим здоровье населения, относятся показатели медико-демографической ситуации (заболеваемость, смертность и др.).

Целевые показатели санитарно-эпидемиологической обстановки – количественная характеристика показателей санитарно-эпидемиологической обстановки, которую необходимо достигнуть в результате выполнения государственного задания при его фиксированном финансовом обеспечении.

Государственное задание – документ, устанавливающий требования к составу, качеству и (или) объему (содержанию), условиям, порядку и результатам оказания государственных услуг (выполнения государственных функций).

Административный регламент исполнения государственных функций и предоставления государственных услуг – нормативный правовой акт Минздравсоцразвития России, определяющий последовательность действий Роспотребнадзора, его территориальных органов и учреждений (административные процедуры), обеспечивающих исполнение государственных функций, включая предоставление государственных услуг, эффективную работу структурных подразделений и должностных лиц, реализацию прав граждан и организаций.

Социально-гигиенический мониторинг (СГМ) – государственная система наблюдения, анализа, оценки и прогноза состояния здоровья населения и среды обитания человека, а также определения причинно-следственных связей между состоянием здоровья населения и воздействием на него факторов среды обитания человека для принятия мер по устранению данного вредного воздействия на население.

Массовые неинфекционные заболевания – наличие явного и необычного количества или группы случаев, клинически характеризуемой нозологической формой болезни, возникновение которой обусловлено воздействием физических, и (или) химических, и (или) социальных факторов среды обитания, что подтверждено результатами клинических, санитарно-гигиенических и эпидемиологических исследований.

Факторы риска — факторы, провоцирующие или увеличивающие риск развития определенных заболеваний; некоторые факторы могут являться наследственными или приобретенными, но в любом случае их влияние проявляется при определенном воздействии.

Факторы среды обитания — биологические (вирусные, бактериальные, паразитарные и иные), химические, физические (шум, вибрация, ультразвук, инфразвук, тепловые, ионизирующие, неионизирующие и иные излучения), социальные (питание, водоснабжение, условия быта, труда, отдыха) и иные факторы среды обитания, которые оказывают или могут оказывать воздействие на человека и (или) на состояние здоровья будущих поколений.

Риск для здоровья — вероятность развития угрозы жизни или здоровью человека либо угрозы жизни или здоровью будущих поколений, обусловленная воздействием факторов среды обитания.

Критическая санитарно-эпидемиологическая ситуация – ситуация, при которой существует достоверная связь массовой заболеваемости с факторами среды обитания.

Предкритическая санитарно-эпидемиологическая ситуация — ситуация, которая характеризуется опасностью перехода в критическую ситуацию в следующем временном периоде (год, месяц и др.).

Неблагоприятная санитарно-эпидемиологическая ситуация — ситуация, которая характеризуется опасностью возникновения массовой заболеваемости, связанной с факторами среды обитания.

Безопасная санитарно-эпидемиологическая ситуация — ситуация, которая характеризуется отсутствием связи нарушений состояния здоровья с факторами среды обитания и недопустимого риска массовой заболеваемости.

Маркер выбора — условное обозначение характеристик объекта управления, которое учитывается в планах непрерывного контроля.

Критериальное значение показателя здоровья (КПЗ) — количественная характеристика, которая используется при классификации и маркировке объектов исследования по показателю здоровья для планов непрерывного контроля.

Критериальное значение показателя качества среды обитания (КИП) —количественная характеристика, которая используется при классификации и маркировке объектов исследования по показателю качества среды обитания для планов непрерывного контроля.

Текущий показатель здоровья (риска здоровью) — показатель здоровья (риска здоровью) за последний временной период исследования (год, месяц и проч.).

Текущий показатель качества среды обитания — показатель, характеризующий потенциальное воздействие факторов среды обитания (экспозицию) за последний временной период исследования (год, месяц и прочее).

Фоновый показатель здоровья (риска здоровью) (ФПЗ) — показатель здоровья (риска здоровью), не зависящий от управляющих действий.

Управляемый показатель здоровья (риска здоровью) (УПЗ) — максимально возможная величина изменения показателя здоровья (риска здоровью) в результате действий всех субъектов управления.

Фоновый показатель качества среды обитания (ФИП) — показатель среды обитания, не зависящий от управляющих действий.

Управляемый показатель качества среды обитания (УИП) — максимально возможная величина изменения показателя качества среды обитания в результате действий всех субъектов управления.

Целевой показатель качества среды обитания (ЦИП) — уровень показателя качества среды обитания, достижение которого предусматривается планами управляющих действий органов и организаций Роспотребнадзора в рамках государственного задания.

Целевой показатель здоровья (риска здоровью) (ЦПЗ) — уровень показателя здоровья (риска здоровью), которого нужно достичь управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора в результате управления качеством среды обитания в рамках государственного задания.

Количество управляемых случаев нарушения здоровья (КУС) — количество случаев нарушения здоровья (популяционный риск) за год, которое можно предотвратить управляющими действиями (по территориям, субъектам Федерации, контингентам и др.).

Доля показателя здоровья (риска здоровью), управляемая в системе Роспотребнадзора, — доля показателя здоровья (риска здоровью), которую можно предотвратить (снизить) в результате действий органов и организаций Роспотребнадзора на показатель качества среды обитания.

Доля показателя качества среды обитания, управляемая в системе Роспотребнадзора – доля показателя, характеризующего факторы риска среды обитания, величину которой можно предотвратить (снизить) в результате действий органов и организаций Роспотребнадзора.

Коэффициент качества (KR) выполнения государственного задания – показатель, характеризующий основные результаты работы органов и организаций Роспотребнадзора по обеспечению санитарно-эпидемиологического благополучия.

Территория i – i-я территория субъекта Российской Федерации $(i=\overline{1,N}.)$.

G – *расчетный год* – год, для которого выполняется расчет.

K – количество лет вместе с расчетным годом, за которое собрана информация по показателю здоровья на 1 тыс. чел. по территориям субъекта Российской Федерации

N - количество территорий субъекта Российской Федерации.

$Д$ – возрастная группа дети (от 0 до 14 лет).

$П$ – возрастная группа подростки (от 14 до 18 лет).

$В$ – возрастная группа взрослые (от 18 и старше).

$ПЗ_i^j$ – показатели санитарно-эпидемиологической обстановки, характеризующие состояние здоровья населения по i-й $(i=\overline{1,N}.)$ территории субъекта Российской Федерации за j -й год $(j=\overline{G-K,G})$.

$ИП_i^j$ – показатели санитарно-эпидемиологической обстановки, характеризующие среду обитания по i-й $(i=\overline{1,N}.)$ территории субъекта Российской Федерации за j-й год $(j=\overline{G-K,G})$.

$ДС$ – максимально возможная величина, на которую можно изменить показатель качества среды обитания управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора.

$ДЗ$ – максимально возможная величина, на которую можно изменить показатель здоровья управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора.

$ДСТ_i$ – максимально возможная величина, на которую можно изменить показатель качества среды обитания управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора для i – ой территории.

$ДЗТ_i$ –максимально возможная величина, на которую можно изменить показатель здоровья управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора для i – й территории.

$ЦИПТ_i$ – уровень показателя качества среды обитания, которого нужно достичь управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора для i-й территории.

$ЦПЗТ_i$ – уровень показателя здоровья, которого нужно достичь управляющими действиями органов и организаций Роспотребнадзора для i – й территории.

$СУР_i^G$ – абсолютное количество управляемых Роспотребнадзором случаев по i-й территории в G-м году.

$CУ_i^G$ — абсолютное количество управляемых случаев по i-й территории в G-м году .

KCB_i^G — абсолютное количество случаев всего по i-й территории в G-м году.

Методические рекомендации «О порядке формирования государственного задания в отношении федеральных государственных учреждений, находящихся в ведении Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека», утвержденные приказом Роспотребнадзора от 13 декабря 2010г. № 461, определяют государственное задание, как один из обязательных видов деятельности управления Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека по субъекту Российской Федерации, направленный на обеспечение санитарно-эпидемиологического благополучия населения и защиту прав потребителей, организацию работы по улучшению состояния здоровья населения и среды его обитания, достижение поставленных целей и задач в течение установленного государственным заданием периода времени. Государственное задание предусматривает эффективное расходование бюджетных средств, достижение запланированных целевых показателей качества среды обитания и целевых показателей здоровья.

Анализ показателей здоровья населения, среды его обитания, определение факторов, обусловливающих риск для здоровья, являются основой для формирования государственного задания. Разработка методических подходов к обоснованию целевых показателей санитарно-эпидемиологической обстановки для планирования деятельности при выполнении государственных услуг позволит оптимизировать целенаправленность планируемых мероприятий и их адекватность сложившейся санитарно-эпидемиологической обстановке с учетом динамики и прогноза показателей.

Метод установления целевых показателей санитарно-эпидемиологической обстановки основан на применении методологии непрерывного контроля, в соответствии с чем целевые показатели рассчитываются с помощью оценки вероятности причинно-следственной связи показателей здоровья населения с санитарно-эпидемиологической обстановкой.

В основу методики положен принцип каскадного моделирования, который предполагает выявление причинно-следственных связей деятельности органов и организаций Роспотребнадзора, состояния субъектов надзора, показателей качества среды обитания и здоровья населения. На основании моделей этих причинно-следственных связей устанавливаются фоновые и управляемые доли показателей санитарно-эпидемиологической обстановки, в т.ч. вклад органов и организаций Роспотребнадзора в управление риском для здоровья населения.

Целевым критерием при планировании государственного задания на выполнение государственных услуг (работ) является отсутствие причинно-следственной связи показателя, характеризующего состояние здоровья населения с показателем, характеризующим качество среды обитания (в пределах доли, управляемой в системе Роспотребнадзора).

Планирование государственного задания на выполнение государственных услуг (работ) производится с учетом результатов классификации санитарно-эпидемиологической ситуации (критическая, предкритическая, неблагоприятная, безопасная). При критической ситуации необходимо проведение внеплановых надзорных мероприятий для установления причин и выявления условий возникновения и распространения массовых неинфекционных заболеваний. При предкритической необходимо проведение углубленных исследований причинно-следственных связей заболеваний с факторами риска среды обитания, при неблагоприятной – включение территорий и объектов надзора в планы надзорных мероприятий по установлению причин возникновения и распространения неинфекционных заболеваний, при безопасной санитарно-эпидемиологической ситуации – проведение плановых надзорных мероприятий для её стабилизации.

При планировании государственного задания на выполнение государственных услуг (работ) рассчитываются показатели популяционного риска здоровью, которые могут быть использованы при оценке ожидаемой эффективности деятельности органов и организаций Роспотребнадзора.

Реализация предложенных методических подходов предполагает выполнение следующего алгоритма:

1. Подготовка исходной информации, характеризующей показатели санитарно-эпидемиологической обстановки.

2. Обоснование критериальных значений показателей санитарно-эпидемиологической обстановки.

3. Оценка вероятностных характеристик показателей санитарно-эпидемиологической обстановки.

4. Определение плана непрерывного контроля по вероятностным характеристикам и подготовленной информации.

5. Установление причинно-следственных связей между показателями санитарно-эпидемиологической обстановки на основе параллельного непрерывного контроля с памятью этих показателей.

6. Определение целевых показателей санитарно-эпидемиологической обстановки для субъекта РФ.

7. Определение территорий с неблагоприятными, предкритическими и критическими ситуациями.

8. Определение целевых показателей санитарно-эпидемиологической обстановки для территорий РФ.

9. Расчет показателей популяционного риска для здоровья населения, связанного с показателем санитарно-эпидемиологической обстановки.

10. Оценка качества мероприятий по выполнению государственного задания.

Эти действия включают в себя следующую последовательность операций.

Выбрать для исследования показатель санитарно-эпидемиологической обстановки – показатель здоровья (показатель заболеваемости), который формируется по формам статистической отчетности (например, форма №12 «Сведения о числе больных, проживающих в зоне деятельности ЛПУ»). Для показателя здоровья определить возрастную группу, например, дети, подростки или взрослые (*Д*, *П* или *В*) в соответствии с поставленной задачей. Выбрать для исследования показатель качества среды обитания, воздействующий на показатель здоровья. Определить расчетный год в соответствии с поставленной задачей. Подготовить исходные данные в виде массивов: «Показатель здоровья» и «Показатель качества среды обитания», согласно указанной структуре (табл. 5.1 и 5.2).

С использованием подготовленных массивов рассчитать среднеарифметические выборочные и выборочные квадратичные отклонения: $\overline{ПЗ}$ и $S_{ПЗ}$ – для показателя здоровья, $\overline{ИП}$ и $S_{ИП}$ – для показателя качества среды обитания.

Таблица 5.1

Форма представления показателя здоровья

Субъект Российской Федерации ____ Показатель здоровья ____ Возрастная группа ____					
№ п/п	Территория субъекта Российской Федерации	Показатель здоровья за (*G*-*K*+1) год	Показатель здоровья за (*G*-*K*+2) год	и т.д.	Показатель здоровья за *G* год
1	Территория 1	$ПЗ_1^{G-K+1}$	$ПЗ_1^{G-K+2}$	и т.д.	$ПЗ_1^G$
2	Территория 2	$ПЗ_2^{G-K+1}$	$ПЗ_2^{G-K+2}$	и т.д.	$ПЗ_2^G$
и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.
N	Территория *N*	$ПЗ_N^{G-K+1}$	$ПЗ_N^{G-K+2}$	и т.д.	$ПЗ_N^G$

Таблица 5.2

Форма представления показателя качества среды обитания

Субъект Российской Федерации ______________________________					
Показатель качества среды обитания ______________________________					
№ п/п	Территория субъекта Российской Федерации	Показатель среды обитания за (G-K+1) год	Показатель среды обитания за (G-K+2) год	и т.д.	Показатель среды обитания за G год
1	Территория 1	$ИП_1^{G-K+1}$	$ИП_1^{G-K+2}$	и т.д.	$ИП_1^{G}$
2	Территория 2	$ИП_2^{G-K+1}$	$ИП_2^{G-K+2}$	и т.д.	$ИП_2^{G}$
и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.
N	Территория N	$ИП_N^{G-K+1}$	$ИП_N^{G-K+2}$	и т.д.	$ИП_N^{G}$

Выявить территории с показателями здоровья выше своего среднеарифметического выборочного значения и территории с показателями качества среды обитания выше своего среднеарифметического выборочного значения; присвоить территориям маркеры выбора по правилу:

если $ПЗ_i^j \le \overline{ПЗ}$, то R_i^j =0; если $ПЗ_i^j > \overline{ПЗ}$, то R_i^j =1,

если $ИП_i^j \le \overline{ИП}$, то RR_i^j =0; если $ИП_i^j > \overline{ИП}$, то RR_i^j =1.

Из дальнейшего расчета исключить значения показателя здоровья и показателя качества среды обитания с маркером выбора «1».

Подсчитать k_0 – количество территорий, имеющих маркер выбора «0» по показателю здоровья, и подсчитать kk_0 – количество территорий, имеющих маркер выбора «0» по показателю качества среды обитания. Далее вычисляем p_1 — оценку вероятности того, что показатель здоровья на территории будет ниже среднеарифметического выборочного показателя здоровья

$$p_1 = \frac{k_0}{N * K} \qquad (5.1)$$

и p_2 — оценку вероятности того, что показатель качества среды обитания на территории будет ниже среднеарифметического выборочного показателя среды обитания

$$p_2 = \frac{k_{00}}{N * K}. \qquad (5.2)$$

Оценки максимального правдоподобия необходимы для выбора плана непрерывного контроля санитарно-эпидемиологической ситуации.

Для расчета критериального значения показателя здоровья необходимо вычислить $\overline{ПЗ}_0$ – среднее по территориям, имеющим маркер выбора «0», и S_0 — среднеквадратичное выборочное отклонение.

В качестве критериального значения показателя здоровья принимается

$$КПЗ = \overline{ПЗ}_0 + 4S_0. \qquad (5.3)$$

Для расчета критериального значения показателя качества среды обитания необходимо вычислить $\overline{ИП}_0$ — среднее по территориям, имеющим маркер выбора «0», и S_{00} — среднеквадратичное выборочное отклонение.

В качестве критериального значения показателя качества среды обитания принимается значение

$$КИП = \overline{ИП}_0 + 4S_{00}. \qquad (5.4)$$

Если для территории субъекта Российской Федерации уровень показателя здоровья ниже своего критериального значения ($ПЗ_i^j \le КПЗ$**)**, то территории присваивается маркер выбора «0», в противном случае территории присваивается маркер выбора «1». Далее нужно подсчитать количество маркеров «1» и обозначить его k_1.

Аналогично, если для территории субъекта Российской Федерации показатель качества среды обитания ниже своего критериального значения, т.е. $ИП_i^j \le КИП$, то территории присваивается маркер выбора «0», в противном случае территории присваивается маркер выбора «1».

Для выбора плана непрерывного контроля санитарно-эпидемиологической обстановки (установления правил остановки контроля для принятия решения) необходимо:

- рассчитать оценки вероятностей p_1 и p_2 по формулам (5.1) и (5.2) для показателя здоровья и показателя качества среды обитания, соответственно;

- установить число критических ситуаций в общем числе исследованных временных периодов (k – устанавливается экспертно, рекомендуется и обычно применяется k=2);

- выбрать r – число временных периодов, учитываемых в плане непрерывного контроля по значениям k=2, и p по табл. 5.3 либо установить экспертно (рекомендуется не менее r=4).

Расчет характеристики (математического ожидания числа временных периодов до наступления критической ситуации $\mu(E_{r,2})$) плана непрерывного контроля санитарно-эпидемиологической обстановки производится по формуле

$$\mu(E_{r,2}) = \frac{2 - p^{r-1} + q(p^{r-1} - p^{2r-2})}{(1 - p^{r-1}) + q(p^{r-1} - p^{2r-2})}. \qquad (5.5)$$

По формуле (5.5) при $p = p_1$ рассчитывается значение математического ожидания числа проконтролированных временных периодов до наступления остановки контроля для показателя здоровья по каждой территории $\mu_{ПЗ}(E_{r,2})$.

При $p = p_2$ по формуле (5.5) рассчитывается математическое ожидание проконтролированных временных периодов до наступления остановки контроля для показателя качества среды обитания по каждой территории $\mu_{ИП}(E_{r,2})$.

Таблица 5.3

Число временных периодов, учитываемых в плане непрерывного контроля с памятью

k=2; p	0,99<=p	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93-0,94	0,91-0,92	0,88-0,9	0,84-0,87
r	17	15	14	13	12	11	10	9	8

k=2; p	0,78-0,83	0,7-0,77	0,57-0,69	0,37-0,56	0,1-0,36	p<0,1
r	7	6	5	4	3	2

Формально, для непрерывного контроля с памятью, считается, что до начала контроля наблюдался маркер «1». Решение принимается с учетом количества проконтролированных временных периодов до остановки контроля. Если число проконтролированных временных периодов до остановки контроля больше математического ожидания, то контроль возобновляют без принятия каких-либо действий. Если число проконтролированных объектов до остановки контроля меньше или равно математическому ожиданию, то принимают меры к улучшению ситуации и возобновляют контроль.

После того как определен план непрерывного контроля (правила остановки контроля для принятия управленческого решения), необходимо выполнить следующие действия в соответствии с планом контроля:

- определить количество остановок контроля (o_1) для показателя здоровья;

- определить количество остановок контроля (o_2) для показателя качества среды обитания;

- установить количество остановок контроля для показателя здоровья, которые совпали с остановками для показателя качества среды обитания (o_3).

Если o_3=0, то связь показателя качества среды обитания и показателя здоровья на данный временной период отсутствует и дальнейшие расчеты не нужны.

Для установления причинно-следственных связей между показателями санитарно-эпидемиологической обстановки на основе параллельного непрерывного контроля с памятью нужно вычислить оценку вероятности того, что остановки контроля по показателю здоровья и по показателю качества среды обитания произойдут одновременно, по формуле:

$$p_3 = \frac{o_3^2}{o_1 o_2} \ . \qquad (5.6)$$

Если $p_3 \le 0{,}05$, то вероятность взаимосвязи показателя качества среды обитания и показателя здоровья за данный временной период находится на уровне статистической погрешности и считается, что она отсутствует, следовательно, дальнейшие расчеты не нужны.

Вычислить оценку вероятности того, что показатель здоровья выше критериального значения ($ПЗ_i^j > КПЗ$) , по формуле

$$p_4 = \frac{k_1}{N*K} \, . \qquad (5.7)$$

УПЗ (управляемый показатель здоровья) — максимально возможная величина изменения показателя здоровья в результате действий всех субъектов управления определяется по формуле:

$$УПЗ = ((\overline{ПЗ} + 4S_{ПЗ}) \ - (\overline{ПЗ_0} \ + 4S_0)) * p_3 * p_4 \ . \qquad (5.8)$$

Фоновый показатель здоровья (*ФПЗ*), не зависящий от управляющих действий, находится по формуле

$$ФПЗ = \overline{ПЗ} - УПЗ \, . \qquad (5.9)$$

При достижении фонового значения показатель здоровья не будет зависеть от показателя качества среды обитания.

Если o_3=0 или $p_5 \le 0{,}05$, то вероятность взаимосвязи показателя качества среды обитания и показателя здоровья за данный временной период отсутствует и *УПЗ* =0.

Количество управляемых случаев нарушения здоровья (всего), что является эквивалентом значения среднегодового популяционного риска для здоровья, по территории (субъекту РФ) равно

$$КУС = \frac{УПЗ * КНВГ}{1000} , \qquad (5.10)$$

где *КНВГ* – количество населения возрастной группы по территории (субъекту РФ).

Фоновый показатель качества среды обитания равен:

$$ФИП = \overline{ИП_0} \, . \qquad (5.11)$$

Достижение показателем качества среды обитания значения *ФИП* характеризуется разрывом его связи с показателем здоровья.

УИП (управляемый показатель качества среды обитания) —максимально возможная величина изменения показателя качества среды обитания в результате действий всех субъектов управления, которая определяется по формуле

$$УИП = \overline{ИП} - \overline{ИП_0}. \qquad (5.12)$$

Достижение показателем качества среды обитания значения *ФИП* характеризуется отсутствием риска для нарушения состояния здоровья, связанного с факторами среды обитания.

Целевым критерием при планировании государственного задания на выполнение государственных услуг (работ) является отсутствие или_максимально возможное снижение величины управляемой доли показателя качества среды обитания в системе Роспотребнадзора при фиксированном финансовом обеспечении.

Величина ($ДС$), на которую нужно изменить текущий уровень показателя качества среды обитания для достижения целевого значения, определяется по формуле

$$ДС = УИП * \beta, \qquad (5.13)$$

а целевой показатель качества среды обитания (ЦИП) определяется по формуле

$$ЦИП = \overline{ИП} - ДС, \qquad (5.14)$$

где β – коэффициент, характеризующий вклад органов и организаций Роспотребнадзора $(0 < \beta \le 1)$.

Рекомендуемые величины β приведены в табл. 5.4 (получены на основе статистических данных по Пермскому краю методом нелинейного матричного прогнозирования).

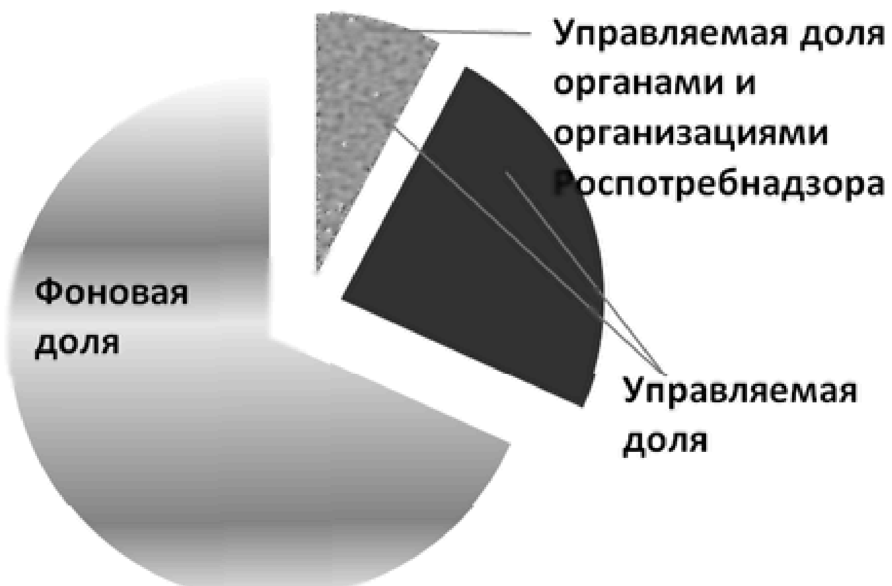


Рис. 5.4. Структура показателей санитарно-эпидемиологической обстановки

Величина $(ДЗ)$, на которую изменится текущий уровень показателя здоровья вследствие достижения показателем качества среды обитания своего целевого значения, равна

$$ДЗ = УПЗ * \beta_0 , \qquad (5.15)$$

следовательно, целевой показатель здоровья (ЦПЗ) определяется по формуле

$$ЦПЗ = \overline{ПЗ} - ДЗ , \qquad (5.16)$$

где β_0 — коэффициент, характеризующий вклад органов и организаций Роспотребнадзора в показатель здоровья, связанный с соответствующими показателями качества среды обитания, определяется по формуле

$$\beta_0 = 1 - \prod_{k=1}^{r} (1 - \beta_k), \qquad (5.17)$$

где r – число показателей качества среды обитания, воздействующих на показатель здоровья.

Таблица 5.4. Рекомендуемые величины коэффициента, характеризующего вклад органов и организаций Роспотребнадзора

№ п/п	Показатель среды обитания	Доля управляющих действий органов и организаций Роспотребнадзора (β)
1	Удельный вес проб воды, нестандартных по санитарно-химическим показателям	0,26
2	Удельный вес проб воды, нестандартных по микробиологическим показателям	0,12
3	Удельный вес проб воды в водоемах 2-й категории, нестандартных по микробиологическим показателям	0,2
4	Удельный вес проб воды в водоемах 2-й категории, нестандартных по санитарно-химическим показателям	0,11
5	Удельный вес замеров искусственной освещенности, не соответствующих гигиеническим нормативам	0,23
6	Удельный вес замеров шума, не соответствующих гигиеническим нормативам	0,09
7	Удельный вес замеров вибрации, не соответствующих гигиеническим нормативам	0,34

Для определения территорий с неблагоприятными, предкритическими и критическими ситуациями, когда необходимо принятие управленческого решения, нужно произвести следующий анализ.

Если в расчетном году, в соответствии с выбранным планом непрерывного контроля для *i*-й территории $(i=\overline{1,N})$, зафиксированы остановки для показателя здоровья и показателя качества среды обитания, то ситуация на территории оценивается как критическая и сведения заносятся в табл. 5.5.

Для определения территорий с предкритическими (неблагоприятными) условиями в плане опасности перехода в критические (предкритические) ситуации на следующий год необходимо произвести следующие расчеты. Если $ПЗ_i^j \le \overline{ПЗ_0} + 2S_0$ $(ПЗ_i^j \le \overline{ПЗ_0} + 1.67S_0)$, то территории присваивается маркер выбора «0» по показателю здоровья, в противном случае территории присваивается маркер выбора «1». Если $ИП_i^j \le \overline{ИП_0} + 2S_{00}$ $(ИП_i^j \le \overline{ИП_0} + 1.67S_{00})$, то территории присваивается маркер выбора «0» по показателю качества среды обитания, в противном случае территории присваивается маркер выбора «1».

Если в расчетном году, согласно сделанным расчетам для *i*-й территории $(i=\overline{1,N})$, наступила остановка непрерывного контроля для показателя здоровья и показателя качества среды обитания, но ситуация на этой территории не признана критической, то она оценивается как предкритическая и заносится в табл. 5.5. Аналогично устанавливаются неблагоприятные ситуации. В остальных случаях ситуация на территории безопасная.

Для территорий с критической, предкритической и неблагоприятной ситуациями нужно рассчитать величину снижения показателя качества среды обитания до целевого значения ($ДСТ_i$):

$$ДСТ_i = (ИП_i^G - ФИП) * \beta; \qquad (5.18)$$

целевой показатель качества среды обитания ($ЦИПТ_i$):

$$ЦИПТ_i = ИП_i^G - ДСТ_i\ ; \qquad (5.19)$$

величину снижения показателя здоровья до целевого значения ($ДЗТ_i$):

$$ДЗТ_i = (ПЗ_i^G - ФПЗ) * \beta_0 \qquad (5.20)$$

и целевой показатель здоровья ($ЦПЗТ_i$):

$$ЦПЗТ_i = ПЗ_i^G - ДЗТ_i. \qquad (5.21)$$

Для расчета показатели популяционного риска для здоровья, связанного с показателем санитарно-эпидемиологической обстановки, дополнительно вычисляются и заносятся в табл. 5.5:

- абсолютное количество управляемых в системе Роспотребнадзора случаев по *i*-й территории в *G*-м году ($СУР_i^G$):

$$СУР_i^G = \frac{ДЗТ_i * КНВГ_i^G}{1000};\qquad(5.22)$$

- абсолютное количество управляемых случаев по *i*-й территории в *G*-м году ($СУ_i^G$):

$$СУ_i^G = \frac{(ПЗ_i^G - ФПЗ) * КНВГ_i^G}{1000};\qquad(5.23)$$

- абсолютное количество случаев всего на территории ($КСВ_i^G$):

$$КСВ_i^G = \frac{ПЗ_i^G * КНВГ_i^G}{1000}.\qquad(5.24)$$

Для оценки качества выполнения государственного задания необходимо произвести следующие расчеты за два временных периода подряд.

Управляемая доля показателя здоровья в системе Роспотребнадзора (*УДПЗ)* находится по формуле

$$УДПЗ = \frac{ДЗ}{ПЗ} * 100\%\ .\qquad(5.25)$$

Далее нужно вычислить:

$УДПЗ_1$ — управляемую долю показателя здоровья по формуле (5.25) за предыдущий временной период.

$УДПЗ_2$ — управляемую долю показателя здоровья по формуле (5.25) за текущий временной период;

коэффициент качества выполнения государственного задания находится по формуле

$$KR = УДПЗ_1 - УДПЗ_2.\qquad(5.26)$$

Если $KR > 0$, то коэффициент качества выполнения положительный, ситуация улучшилась на

$$\frac{УДПЗ_1 - УДПЗ_2}{УДПЗ_1} * 100\%.$$

Если $KR = 0$, то коэффициент качества выполнения не изменился по сравнению с уровнем предыдущего временного периода (например, года).

Если $KR < 0$, то коэффициент качества выполнения отрицательный, ситуация ухудшилась на

$$\frac{УДПЗ_2 - УДПЗ_1}{УДПЗ_1} * 100\%.$$

Далее проиллюстрируем программный продукт, который был создан в Федеральном государственном учреждении науки «Федеральный научный центр медико-профилактических технологий управления рисками для здоровья населения» Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека (г. Пермь).

Заставка программного продукта «Расчет целевых показателей непосредственного и конечного результатов для управляющей организации на территориях с массовыми неинфекционными заболеваниями» продемонстрирована на рис. 5.5.

Возможность выбора коэффициентов, с помощью которых можно варьировать пороги для установления критических, предкритических и неблагоприятных территорий, иллюстрируется на рис. 5.6. Программа может работать с любым показателем качества среды обитания. К таким показателям, например, относятся все коэффициенты опасности.

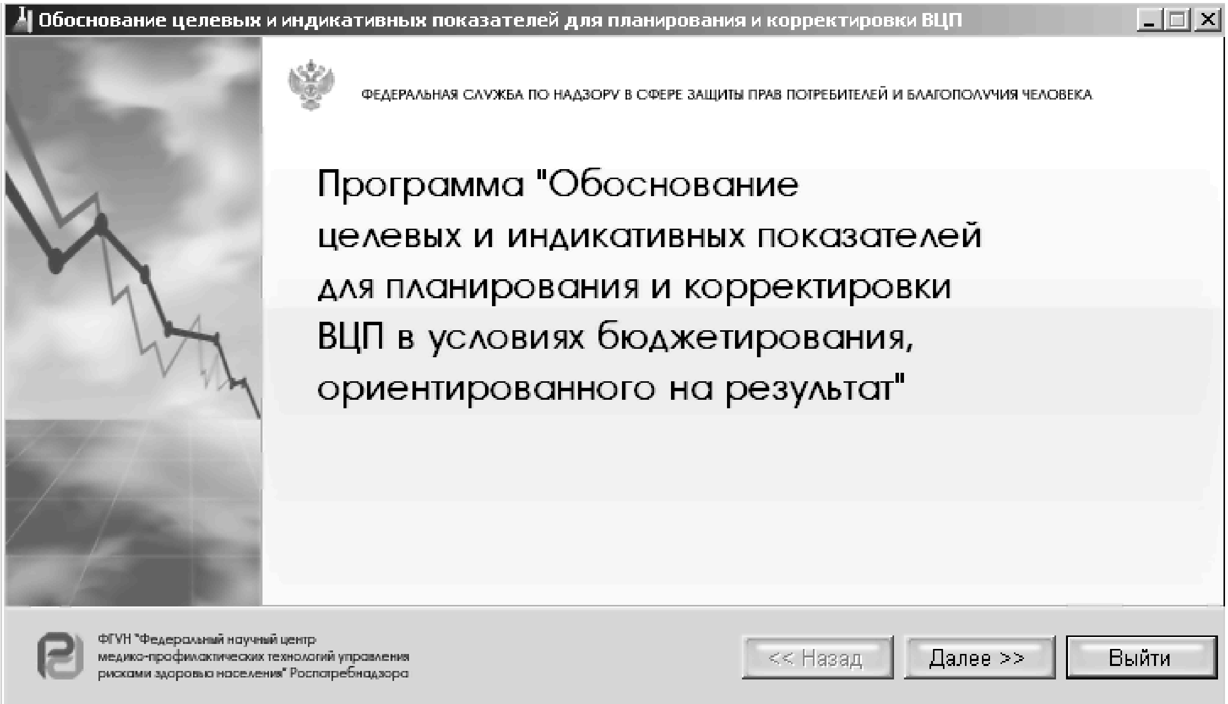


Рис. 5.5. Заставка программного продукта

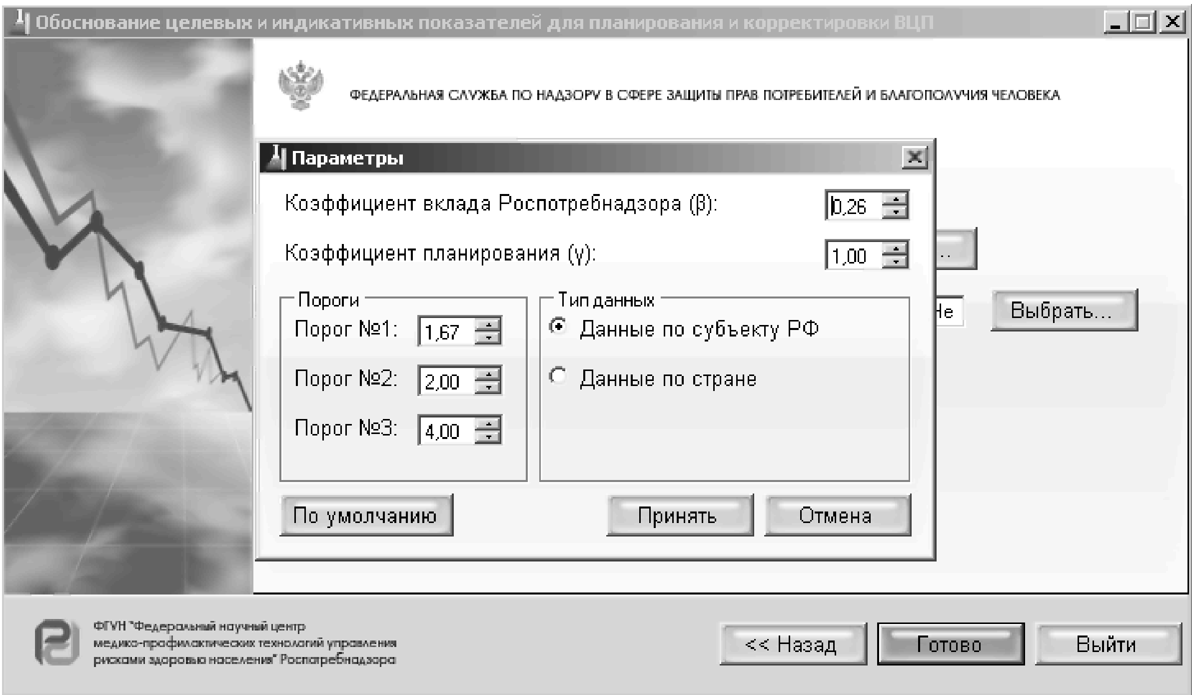
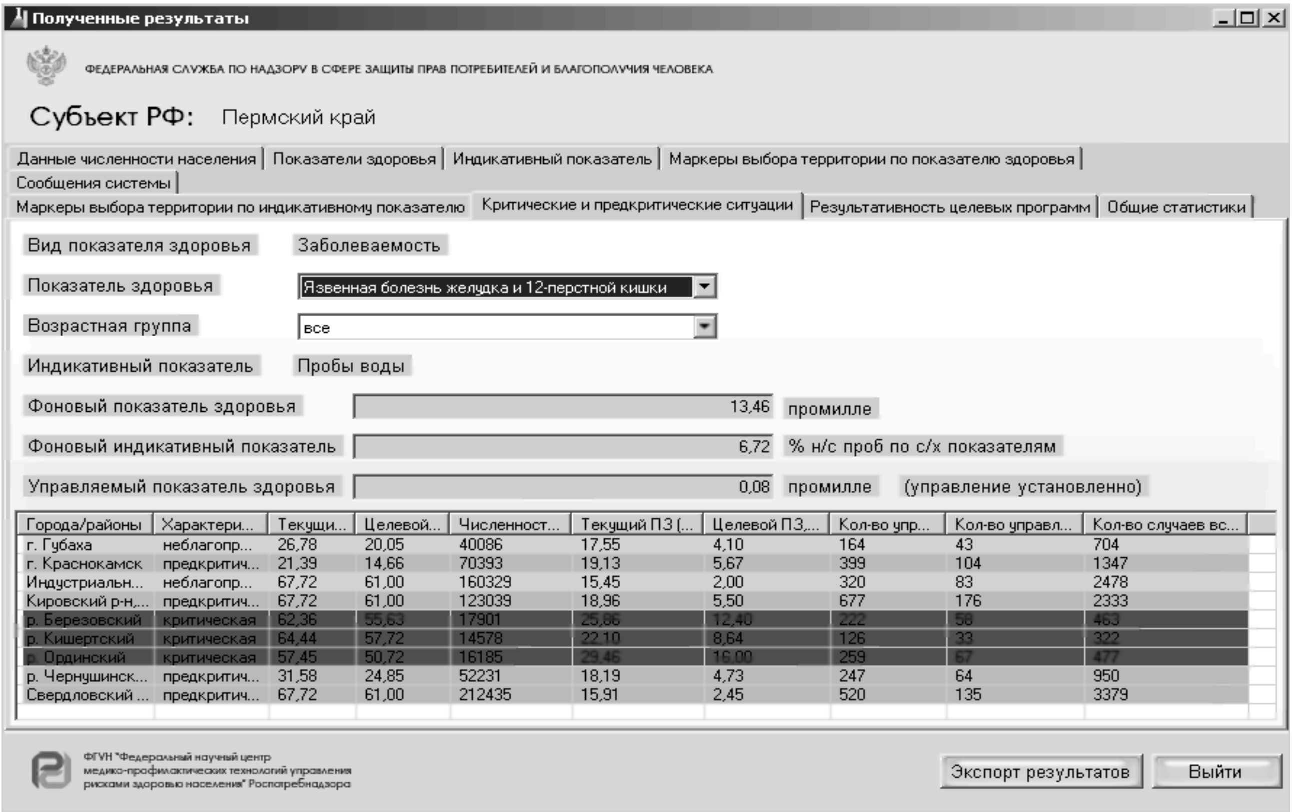


Рис. 5.6. Выбор коэффициентов

Результаты расчета программы приведены на рис. 5.7. Для классов болезней и нозологических форм общим количеством около 100 наименований для всех возрастных групп анализируется взаимосвязь массовых неинфекционных заболеваний с каким-либо показателем качества среды обитания. При этом при подтверждении причинно-следственной связи выводится информация в виде надписи «Управление установлено», в противном случае – надпись «Управление не установлено». Все территории маркируются как «критические», «предкритические» и «неблагоприятные» кроме территорий, которые не попадают под эту классификацию.

На рис. 5.8 показано, как выводится информация о коэффициенте ежегодной результативности. В частности, по язвенной болезни желудка и 12-перстной кишки отмечено снижение заболеваемости на 8,21%; при этом коэффициент ежегодной результативности равен 0,013%.

В заключение обратимся к рис. 5.9, созданному на основе расчетов программного продукта «Расчет целевых показателей непосредственного и конечного результатов для управляющей организации на территориях с массовыми неинфекционными заболеваниями» для России в целом.



Города/районы	Характери...	Текущи...	Целевой...	Численност...	Текущий ПЗ (...	Целевой ПЗ,...	Кол-во упр...	Кол-во управл...	Кол-во случаев вс...
г. Губаха	неблагопр...	26,78	20,05	40086	17,55	4,10	164	43	704
г. Краснокамск	предкритич...	21,39	14,66	70393	19,13	5,67	399	104	1347
Индустриальн...	неблагопр...	67,72	61,00	160329	15,45	2,00	320	83	2478
Кировский р-н,...	предкритич...	67,72	61,00	123039	18,96	5,50	677	176	2333
р. Березовский	критическая	62,36	55,63	17901	25,86	12,40	222	58	463
р. Кишертский	критическая	64,44	57,72	14578	22,10	8,64	126	33	322
р. Ординский	критическая	57,45	50,72	16185	29,46	16,00	259	67	477
р. Чернушинск...	предкритич...	31,58	24,85	52231	18,19	4,73	247	64	950
Свердловский ...	предкритич...	67,72	61,00	212435	15,91	2,45	520	135	3379

Рис. 5.7. Маркировка территорий

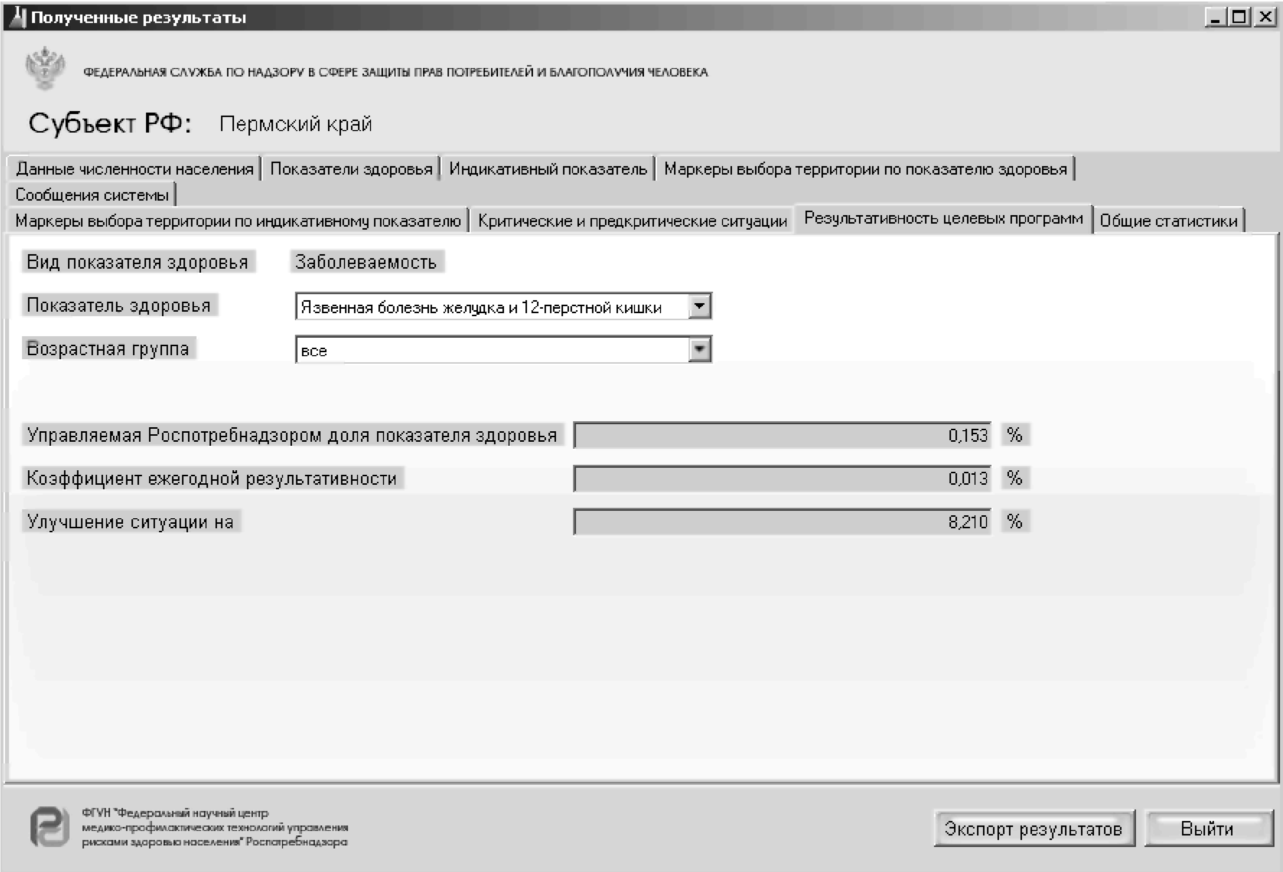


Рис. 5.8. Коэффициент результативности

Здесь приведены результаты расчета по определению критических ситуаций по заболеваемости крови, кроветворных органов и отдельным нарушениям, вовлекающим иммунный механизм, в зависимости от доли предприятий III группы пищевой промышленности. В табл. 5.5 представлена общая форма представления отчета целевых показателей непосредственного и конечного результатов для управляющей организации на территориях с массовыми неинфекционными заболеваниями.

Федеральная служба по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека

СТРАНА	**Россия**		
Вид показателя здоровья	Заболеваемость (промилле)		
Показатель здоровья	Болезни крови, кроветворных органов и отдельные нарушения, вовлекающие иммунный механизм	**Фоновый показатель здоровья**	12,79 (промилле)
Индикативный показатель	Доля объектов 3 группы (пищевые объекты) (%)	**Фоновый индикативный показатель**	2,90 (%)
Возрастная группа	все	**Управляемый показатель здоровья**	0,86 (промилле)

Субъекты РФ	Характеристика санитарно-эпидемиологической ситуации	Текущий ИП (%)	Целевой ИП, снижение на (%)	Численность населения (чел)	Текущий ПЗ (промилле)	Целевой ПЗ, снижение на (промилле)	Кол-во управл. случаев (шт)	Кол-во случаев всего (шт)
Ненецкий автономный округ	предкритическая	9,02	6,12	42019	23,63	10,85	456	993
Республика Дагестан	критическая	17,75	14,85	2687822	79,47	66,68	179223	213590
Республика Ингушетия	критическая	19,57	16,67	499502	64,29	51,5	25725	32112
Республика Калмыкия	предкритическая	10,9	8	285541	17,27	4,48	1280	4931
Чеченская Республика	критическая	19,02	16,12	1209040	89,59	76,8	92860	108319
Республика Татарстан	предкритическая	10,9	8	3762809	18,06	5,27	19825	67938
Чувашская Республика	критическая	12,78	9,88	1282567	25,98	13,19	16923	33322
Кировская область	неблагоприятная	8,39	5,49	1413257	20,02	7,23	10220	28291
Курганская область	неблагоприятная	8,68	5,78	960410	17,99	5,21	5002	17282
Тюменская область	предкритическая	12,55	9,65	3373365	14,11	1,32	4452	47585
Республика Тыва	неблагоприятная	7,95	5,05	311619	17,65	4,86	1516	5500
Республика Саха (Якутия)	предкритическая	22,66	19,76	951436	16,02	3,23	3074	15239
Чукотский автономный округ	предкритическая	29,17	26,27	50263	15,04	2,25	113	756

Рис. 5.9. Результаты расчета для России по определению критических ситуаций

Таблица 5.5

Целевые показатели санитарно-эпидемиологической обстановки по территориям

Субъект Российской Федерации____________________________________
Показатель здоровья (для заболеваний - код по МКБ -X)______________
Возрастная группа ____
Год_______
Фоновый показатель качества среды обитания *ФИП*_________
Управляемый показатель качества среды обитания *УИП*_________
Управляемый показатель качества среды обитания Роспотребнадзором *ДС*_________
Фоновый показатель здоровья *ФПЗ*________
Управляемый показатель здоровья *УПЗ*________
Управляемый показатель здоровья Роспотребнадзором *ДЗ*_________

№ п/п	Территория субъекта Российской Федерации	Напряженность санитарно-эпидемиологич. ситуации	Показатель качества среды обитания на территории, ед. измерения			Количество населения возрастной группы на территории	Показатель здоровья на территории, ед. измерения			Количество случаев на территории		
			Текущий	Целевой	Величина снижения текущего до целевого		Текущий	Целевой	Величина снижения текущего до целевого	Управляемые Роспотребнадзором	Управляемые всеми субъектами надзора	Всего
1	Территория 1	Ситуация 1	$ИП_1^G$	$ЦИПТ_1$	$ДСТ_1$	$КНВГ_1^G$	$ПЗ_1^G$	$ЦПЗТ_1$	$ДЗТ_1$	$СУР_1^G$	$СУ_1^G$	$КСВ_1^G$
2	Территория 2	Ситуация 2	$ИП_2^G$	$ЦИПТ_2$	$ДСТ_2$	$КНВГ_2^G$	$ПЗ_2^G$	$ЦПЗТ_2$	$ДЗТ_2$	$СУР_2^G$	$СУ_2^G$	$КСВ_2^G$
..	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.	и т.д.
N	Территория N	Ситуация N	$ИП_N^G$	$ЦИПТ_N$	$ДСТ_N$	$КНВГ_N^G$	$ПЗ_N^G$	$ЦПЗТ_N$	$ДЗТ_N$	$СУР_N^G$	$СУ_N^G$	$КСВ_N^G$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В задачах управления рисками для здоровья населения применение непрерывного статистического контроля оказалось возможным при введении понятия параллельный непрерывный статистический контроль с памятью. Изначально логично была выдвинута гипотеза о том, что некий показатель качества среды обитания (например, процент нестандартных проб воды) существенно воздействует на показатель здоровья (например, показатель заболеваемости). Мониторинг этих показателей ведётся в равные промежутки времени (раз в год, раз в месяц и т.д.) на нескольких территориях, которые совокупно образуют регион. Если значение показателя заболеваемости на какой-либо территории в какой-либо промежуток времени превышает некоторый наперед заданный порог, то объект (данная территория в данный промежуток времени) признается дефектным по этому показателю заболеваемости (маркер территории по показателю заболеваемости равен 1), в противном случае – годным (маркер территории по показателю заболеваемости равен 0). Аналогично —для показателя качества среды обитания. Если значение показателя качества среды обитания на какой-либо территории в какой-либо промежуток времени превышает некоторый наперед заданный порог, то объект (данная территория в данный промежуток времени) признается дефектным по этому показателю качества среды обитания (маркер территории по показателю качества среды обитания равен 1), в противном случае – годным (маркер территории по показателю качества среды обитания равен 0).

При таком подходе на каждой территории с течением времени будем наблюдать последовательности 0 и 1 для показателя качества среды обитания и показателя заболеваемости. Такие последовательности лучше всего исследовать при помощи непрерывного контроля с памятью, так как при классическом контроле после остановки контроля контроль начинается с нуля (вся статистическая информация обнуляется). Это связано с тем простым фактом, что после остановки происходит, например, переналадка или замена оборудования (в задачах управления качеством продукции). При контролировании показателя здоровья или показателя качества среды обитания после остановки контроля принимаются профилактические меры, но они не являются быстро исполнимыми, как правило. Нельзя «переналадить» качество среды обитания или «заменить» здоровье. Следовательно, в этом случае после остановки контроля и принятия профилактических мер целесообразно, возобновляя контроль, запомнить последний результат контроля или несколько последних результатов контроля. Практика показала, что для показателей качества среды обитания и показателей здоровья эффективно применять остановки контроля типа «из последних r объектов – 2 дефектных». Это обстоятельство обусловливает необходимость запоминать только последний результат контроля.

В результате применения непрерывного контроля с памятью над исходными последовательностями маркеров будут регистрироваться две другие последовательности маркеров (последовательности остановок контроля), по одной для каждого из показателей. В регистрируемых последовательностях маркером «1» будут обозначаться остановки контроля по правилу «из последних r маркеров – 2 маркера будут единицами» по исходным последовательностям нулей и единиц. В противном случае будет регистрироваться маркер «0». Исследуя последовательности остановок контроля, можно оценить степень влияния и вероятность воздействия показателя качества среды обитания на показатель заболеваемости населения.

Все вышесказанное позволяет сделать вывод о том, что с введением такого понятия, как «параллельный непрерывный контроль», разработкой теории непрерывного статистического контроля с памятью существенно расширяется сфера приложения теории непрерывного статистического контроля, в частности, становится возможным ее применение в задачах управления рисками для здоровья населения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Беляев Ю.К., Носков В.П.* Основные понятия и задачи математической статистики. М.: Изд-во МГУ, 1998. 192 с.

2. *Беляев Ю.К.* Вероятностные методы выборочного контроля. М.: Наука, 1975.

3. *Гниденко В.М., Новиков А.Е.* Об упорядочении комбинаций по вероятностям их появления в реализации равновероятной полиномиальной схемы на прямой и окружности//Вероятностные процессы и их приложения. М.: МИЭМ, 1987. С. 82-91.

4. *Гниденко В.М., Новиков А.Е.* К вопросу о вероятностях появления заданных комбинаций в реализации равновероятностной полиномиальной схемы // Вероятностные задачи дискретной математики. М., 1987. С. 17-20.

5. *Горбунов Н.И.* Контроль качества как процедура разрежения потока изделий//Техническая кибернетика. 1985. № 4. С.65-68.

6. ГОСТ Р 50779.50-95. Статистические методы. Приемочный контроль качества по количественному признаку.

7. ГОСТ Р 50779.51-95. Статистические методы. Непрерывный приемочный контроль качества по альтернативному признаку.

8. ГОСТ Р 50779.52-95. Статистические методы. Приемочный контроль качества по альтернативному признаку.

9. *Гусев А.Л., Лумельский Я.П., Чичагов В.В.* Марковские модели контроля вычислительных систем // Моделирование вычислительных систем и процессов. Пермь, 1983. С. 29-35.

10. *Гусев А.Л.* Характеристики правил остановки контроля // Надежность и контроль качества. 1989. № 4. С. 57-63.

11. *Гусев А.Л.* Рекуррентные события и характеристики планов непрерывного статистического контроля // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Пермь, 1991. С. 99-107.

12. *Гусев А.Л.* Планы непрерывного контроля с памятью // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. 2010. Вып. 22. С. 143-147.

13. *Гусев А.Л.* Непрерывный статистический контроль при управлении. Los Angeles (USA): Createspace, 2012. 128 с.

14. *Гусев А.Л.* Правило остановки контроля «из последних r объектов – k дефектных» // Фундаментальные исследования. 2012. №3. С. 154-157.

15. *Гусев А.Л.* Правила остановки для классического контроля и контроля с памятью // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 3.

16. *Гусев А.Л.* Сложные правила остановки непрерывного контроля // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 4.

17. *Кемени Д.Д., Снелл Д.Л.* Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970.

18. *Клячкин В.Н.* Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. М.: Финансы и статистика, 2007.

19. *Лапидус В.А.* Гибкие методы статистического контроля качества и надежности I. М.: Знание, 1983. С. 79-117.

20. *Лапидус В.А.* Гибкие методы статистического контроля качества и надежности П. М.: Знание, 1985. С. 59-120.

21. *Лумельский Я.П., Чичагов В.В.* Несмещенное оценивание в случае однородных цепей Маркова//Статистические методы. Пермь, 1980. С. 97-103.

22. *Методика* выборочного приемочного контроля качества по альтернативному признаку для продукции поточного производства. М.: Изд-во стандартов, 1978.

23. *Мхитарян В.С.* Планы непрерывного выборочного контроля при удалении обнаруженных дефектных изделий//Статистические и математические исследования в производстве и экономике. 1968. Вып. 2. С. 80-89.

24. *Мхитарян В.С.* Статистические методы в управлении качеством продукции. М.: Финансы и статистика, 1982.

25. *Орлов А.И.* Прикладная статистика: учебник. М.: Экзамен, 2004.

26. *Пахомов А.А., Шор Я.Б.* Корректируемый непрерывный выборочный контроль качества по альтернативному признаку для продукции поточного производства/Надежность и контроль качества. 1973. № 9.

27. *Прудников А.П., Брычков Ю.А,, Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1983.

28. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.

29. Соловьев А.Д. Одно комбинаторное тождество и его применение к задаче о первом наступлении редкого события//Теория вероятностей и ее применения. 1966. Т. II, № 2. С. 69.

30. *Соловьев А.Д.* Асимптотическое поведение первого наступления редкого события в регенерирующем процессе//Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1971. № 6. С. 79-89.

31. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. I. М.: Мир, 1984.

32. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1984.

33. *Чибисов Д.М.* Предельное распределение для числа серий в схемах испытаний Бернулли//Теория вероятностей и ее применения. 1958. Т. 3, № 2. С. 214.

34. *Шор Я.Б., Пахомов А.А.* Непрерывный выборочный контроль // Надежность и контроль качества. 1969. № II. С. 3-17.

35. *Шор Я.Б., Пахомов А.А.* Выбор плана одностадийного статистического контроля непрерывного потока продукции//Надежность и контроль качества. 1970. № 8. С 25-31.

36. *Шор Я.Б., Пахомов А.А.* Методы выбора плана непрерывного статистического контроля качества по альтернативному признаку// Надежность и контроль качества. 1973. № 1 С 10-22.

37. *Bowker A.H.* Continuons Sampling plans//Procttdings of the thrid Berkeley Symposium on Mathematical Statistcs and Probability (California). 1956. № 5. p. 75-85.

38. *Brown M., Ge G.* On the waiting time for the first occurrence of a pattern//Reliability theory and models. Orlando e.a. 1984. p. 267-272.

39. *Colwell D.J., Gillett J.R.* Runs in Bernoulli Trials//Math. Gaz. 1984. 68. № 445. p. 196-199.

40. *Dodge H.F.* A sampling inspection plan for continuous production//Annals of Mathematical Statistics. 1943. № 14. p. 264-279.

41. *Dodge H.F., Romig H.G.* Sampling Inspection tables single and double sampling. New York, 1944.

42. *Gusev A.L.* Continuous Inspection with Memory // Statistics and Probability Letters. 2012. Vol. 82. p. 303-307.

43. *Gusev A.L.* Controlling and continuous statistical control with memory // Eastern European Scientific Journal. 2015. №. 4. p. 184-188.

44. *Gusev A.L.* Inspection Stopping Rules for Conventional Inspection and Inspection with Memory // European Journal Of Natural History. 2016. №3. p. 54-59.

45. *Kumar V.S.* Sampath. A tightened m-level continuous sampling plan for Markov-dependent production processes//IIE Trans. 1984. № 3. p. 257-261.

46. *Kumar V.S.* Sampath. Some aspects of continuous sampling plans for Markov-dependent production processes//Statistics. 1985. № 4. p. 569-576.

47. *Shahani A.K.* A trichotomous process with applications in quality control//Jhans. 7-th Prague Conf. Inform. Theory. Statist. Decis. Funct., Random Process. Enr. Meet. Statist. Prague. 1978. Vol. B. p. 505-512.

48. *Wald A., Wolfowitz I.* Sampling inspection plans for continuous production which insure a prescribed limit of the ontgoing quality//Annals of Mathematical Statistica. 1945. №16. p. 30-49.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблицы математических ожиданий числа проконтролированных объектов до остановки контроля

Таблицы 1—9 дают возможность сравнивать математические ожидания чисел проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу Π_1 для различных значений r и k, а также некоторого набора значений p – вероятности объекта быть годным. Математические ожидания приведены как для классического случая непрерывного контроля, так и для контроля с памятью. Здесь уместно заметить, что при остановке контроля число проконтролированных объектов сравнивают с математическим ожиданием числа проконтролированных объектов. Если число проконтролированных объектов при остановке контроля оказывается больше математического ожидания или равно ему, то контроль продолжают без каких-либо действий. Если же число проконтролированных объектов при остановке контроля оказывается меньше математического ожидания, то контролер предпринимает некоторые действия. В случае поточного производства объектов —это переналадка оборудования или его замена на новое оборудование. В случае наблюдения показателей здоровья (например, заболеваемости) принимаются меры к изменению показателей (при показателе заболеваемости – к его уменьшению).

Таблица 10 содержит математические ожидания чисел проконтролированных объектов до остановки контроля по правилу Π_2 для $r_1 = 3$, $k_1 = 2$, $k_2 = 3$ и набора значений p – вероятности объекта быть годным различным значениям и набору значений r_2. Здесь рассмотрен только классический случай контроля.

Табл. 1. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=2 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	6,0	8,8	14,4	30,0	51,1	110,0	420,0	650,0	1144,4	2550,0	10100,0	40200,0
	2,6	3,0	3,8	5,3	6,9	10,2	20,1	25,1	33,4	50,1	100,0	200,0

Табл. 2. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=3 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,7	6,4	9,9	18,9	30,7	62,6	225,1	343,9	597,4	1312,6	5125,1	20250,1
	2,2	2,4	2,7	3,5	4,3	5,9	10,8	13,3	17,5	25,8	50,8	100,8
k=3	14,0	24,4	51,5	155,0	347,4	1110,0	8420,0	16275,0	38181,5	127550,0	1010100,0	8040200,0
	5,8	8,1	12,9	26,9	46,3	101,9	402,0	627,0	1113,1	2502,0	10002,0	40002,0

Табл. 3. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=4 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,3	5,7	8,4	15,3	23,9	46,9	160,2	241,9	415,0	900,2	3466,9	13600,2
	2,1	2,1	2,4	2,9	3,4	4,4	7,7	9,4	12,2	17,7	34,4	67,7

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=3	9,0	14,2	26,6	70,4	146,9	435,0	3047,6	5795,6	13375,5	43952,0	342348,3	2702474,3
	4,1	5,1	7,1	12,6	20,0	40,3	145,8	223,6	390,3	862,5	3390,3	13445,8
k=4	30,0	63,4	174,9	780,0	2322,7	11110,0	168420,0	406900,0	1272749,4	6377550,0	101010100,0	1608040200,0
	12,2	20,7	43,6	134,6	309,1	1019,4	8039,2	15674,2	37102,8	125099,1	1000199,4	8000399,0

Табл. 4. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=5 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,1	5,4	7,7	13,5	20,6	39,1	127,8	190,9	323,9	694,1	2637,8	10275,3
	2,0	2,1	2,2	2,6	2,9	3,7	6,2	7,4	9,5	13,7	26,1	51,1
k=3	7,5	11,0	19,2	46,2	91,0	253,0	1650,1	3090,4	7021,6	22708,2	174027,2	1362498,5
	3,6	4,1	5,3	8,5	12,6	23,7	79,2	119,4	205,1	445,8	1723,6	6779,1
k=4	16,4	30,3	72,1	274,1	751,3	3301,9	45931,7	109065,0	335275,7	1651039,9	25697782,6	405540877,5
	7,4	10,7	19,0	48,7	101,8	305,5	2197,5	4207,5	9782,2	32398,5	254483,6	2017716,4
k=5	62,0	161,1	586,5	3905,0	15491,4	111110,0	3368420,0	10172525,0	42425012,8	318877550,0	10101010100,0	321608040200,0
	25,0	52,2	145,6	673,4	2061,1	10193,7	160783,8	391853,9	1236760,7	6254953,9	100019904,0	1600079804,0

Табл. 5. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=6 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,1	5,2	7,3	12,4	18,7	34,4	108,4	160,4	269,3	570,4	2140,4	8280,4
	2,0	2,1	2,1	2,4	2,7	3,3	5,3	6,3	7,9	11,2	21,2	41,2
k=3	6,8	9,6	15,8	35,3	66,5	175,0	1069,5	1974,2	4419,2	14073,0	106145,4	824290,4
	3,3	3,7	4,5	6,6	9,3	16,5	51,4	76,4	129,2	276,4	1051,4	4101,4
k=4	12,3	20,7	44,3	149,1	381,3	1555,9	19994,4	46701,1	141187,2	683608,0	10459290,6	163636880,9
	5,8	7,7	12,2	27,1	52,5	145,1	958,7	1804,2	4122,8	13419,6	103587,8	814174,3
k=5	29,3	64,9	199,3	1114,5	4047,8	26568,7	736840,8	218531,0	8954458,6	66108759,4	2056858910,5	64902827388,8
	13,2	22,8	52,3	197,7	547,9	2457,9	35251,4	84324,7	261259,2	1297257,5	20368953,0	322915664,1

Табл. 6. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=7 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,0	5,1	7,1	11,8	17,4	31,3	95,5	140,1	232,9	488,0	1808,8	6950,5
	2,0	2,0	2,1	2,3	2,5	3,0	4,6	5,5	6,8	9,6	17,9	34,6
k=3	6,4	8,8	13,9	29,3	53,1	133,4	768,3	1399,1	3087,5	9686,5	71928,0	554077,6
	3,2	3,4	4,0	5,6	7,5	12,7	37,0	54,2	90,3	190,3	712,5	2757,0
k=4	10,4	16,4	32,4	98,7	238,0	909,3	10855,6	24960,1	74256,2	353670,4	5320781,0	82532823,9
	5,1	6,3	9,1	18,3	33,2	85,4	521,6	965,6	2170,1	6945,3	52701,6	410651,6
k=5	19,8	39,1	105,9	514,1	1730,8	10497,1	268010,3	781609,8	3147210,7	22833422,8	697989992,7	21829211241,9
	9,4	14,5	28,9	93,4	237,8	978,5	12849,7	30195,8	91900,1	448231,0	6912824,9	108611105,9

Табл. 7. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=8 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,0	5,1	7,0	11,3	16,5	29,2	86,3	125,6	206,9	429,2	1572,0	6000,6
	2,0	2,0	2,1	2,2	2,4	2,8	4,2	4,9	6,1	8,5	15,6	29,9
k=3	6,2	8,3	12,7	25,5	44,8	108,1	590,0	1060,8	2309,2	7140,6	52217,1	399036,7
	3,1	3,3	3,7	4,9	6,4	10,3	28,5	41,2	67,6	140,3	517,3	1985,6
k=4	9,4	14,1	26,1	73,1	167,5	603,1	6722,0	15225,2	44597,8	209035,5	3093127,5	47572197,2
	4,6	5,5	7,5	13,8	23,6	57,0	323,6	589,8	1304,4	4106,5	30639,9	236706,8
k=5	15,6	28,3	69,1	297,7	937,6	5293,0	125066,8	358832,0	1421011,5	10135893,3	304505705,5	9439435087,8
	7,6	10,8	19,4	55,1	130,5	496,8	6008,7	13881,7	41527,5	199046,0	3016084,7	46967002,0

Табл. 8. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=9 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,0	5,0	6,9	11,0	15,8	27,6	79,4	114,7	187,5	385,0	1394,4	5288,1
	2,0	2,0	2,0	2,2	2,3	2,7	3,9	4,5	5,5	7,6	13,8	26,3
k=3	6,1	8,0	11,9	23,0	39,3	91,4	474,8	843,3	1811,9	5524,9	39799,0	301740,1
	3,1	3,2	3,5	4,5	5,7	8,8	23,0	32,8	53,1	108,6	394,3	1501,5
k=4	8,8	12,7	22,3	58,2	127,5	434,8	4544,0	10144,7	29273,9	135083,6	1966511,2	29990722,6
	4,4	5,0	6,5	11,1	18,2	41,3	219,2	393,5	856,8	2654,7	19481,7	149229,6
k=5	13,4	22,6	50,8	197,3	585,4	3093,9	67955,2	191939,3	747955,5	5247353,7	154969539,2	4762005835,9
	6,6	8,8	14,6	37,1	82,4	292,2	3271,2	7435,1	21875,1	103083,5	1535096,8	23694489,1

Табл. 9. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних *r* объектов – *k* объектов дефектных» для *r*=10 и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным (на сером фоне – значения для классического случая, на белом фоне – значения для контроля с памятью)

k	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
k=2	4,0	5,0	6,8	10,8	15,3	26,3	74,1	106,3	172,4	350,8	1256,3	4734,1
	2,0	2,0	2,0	2,1	2,3	2,6	3,6	4,2	5,1	6,9	12,5	23,6
k=3	6,1	7,8	11,4	21,3	35,4	79,7	395,4	694,2	1473,1	4431,4	31454,5	236611,7
	3,0	3,1	3,4	4,1	5,1	7,7	19,2	27,0	43,2	87,2	311,7	1177,4
k=4	8,5	11,8	19,9	48,7	102,4	332,6	3270,6	7201,4	20481,3	93081,2	1333468,0	20166875,6
	4,2	4,7	5,8	9,4	14,7	31,8	158,0	279,7	599,9	1829,9	13211,6	100349,9
k=5	12,1	19,3	40,3	143,0	401,9	1998,2	40951,5	113934,6	437107,4	3017326,4	87622048,0	2669196854,0
	6,0	7,6	11,7	27,2	57,1	189,8	1975,0	4419,1	12793,6	59296,0	868048,0	13281544,1

Табл. 10. Математическое ожидание числа проконтролированных объектов до наступления остановки по правилу «из последних r_1 объектов – k_1 объектов дефектных или из последних r_2 объектов – k_2 объектов дефектных» для $r_1 = 3$, $k_1 = 2$, $k_2 = 3$ и набора значений *p* – вероятности объекта быть годным

r_2	p=0,5	p=0,6	p=0,7	p=0,8	p=0,85	p=0,9	p=0,95	p=0,96	p=0,97	p=0,98	p=0,99	p=0,995
r_2=15	5,1	6,9	10,2	17,6	26,8	51,2	179,1	276,1	489,0	1113,5	4620,2	19092,3
r_2=20	5,1	6,9	10,0	16,5	24,0	43,4	143,5	220,1	390,8	906,4	3971,8	17357,4
r_2=25	5,1	6,9	10,0	16,0	22,6	38,9	119,9	181,3	318,5	738,5	3342,5	15380,1
r_2=40	5,1	6,9	10,0	15,7	21,2	33,3	86,2	123,9	206,4	455,1	2048,7	10225,7
r_2=80	5,1	6,9	10,0	15,7	21,0	31,5	65,6	86,4	128,5	244,3	914,1	4318,3

Учебное издание

Гусев Андрей Леонидович

Методы непрерывного статистического контроля

Учебное пособие

Редактор *Л. В. Хлебникова*
Корректор *Н. И. Стрекаловская*
Компьютерная верстка: *А. Л. Гусев*

Объем данных 2,25 Мб
Подписано к использованию 29.12.2021

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр
Пермского государственного
национального исследовательского университета
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15