

# МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

## ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

### МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

#### ПРОГРАММА

вступительного экзамена по специальной дисциплине,  
соответствующей научной специальности аспирантуры

#### 1.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

#### Введение

В основе настоящей программы профиля лежит материал курсов: математический анализ, линейная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, математическая статистика, численные методы, информатика.

Экзамен проводится по билетам, включающим два теоретических вопроса из разных разделов предложенной программы и третий вопрос – развернутое сообщение по теме планируемого или проводимого в настоящее время научного исследования. В основу ответа на третий вопрос могут быть положены публикации поступающего в аспирантуру; выпускная квалификационная работа, выполненная на предыдущем уровне обучения; иные исследовательские работы или подготовленный реферат.

Каждый вопрос оценивается по пятибалльной системе.

#### 1. Математический анализ

1. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции.
2. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа.
3. Интеграл как функция верхнего предела. Основные свойства интеграла как функции верхнего предела.
4. Признаки Абеля и Дирихле сходимости числовых рядов.
5. Интегрирование и дифференцирование сходящихся функциональных рядов.
6. Степенные ряды. Формула Коши-Адомара для радиуса сходимости степенного ряда.
7. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье.

#### 2. Дифференциальные уравнения

1. Существование и единственность решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Представление общего решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами по виду правой части.
3. Метод вариации постоянных для решений неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений.

#### 3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица.
2. Определители  $n$ -го порядка, их свойства. Методы вычисления определителей.

3. Уравнение прямой в пространстве. Вычисление угла между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.
4. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Вычисление угла между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
5. Скалярное и векторное произведения векторов. Их основные свойства.

#### **4. Теория вероятностей и математическая статистика**

1. Предельная теорема для суммы независимых одинаково распределенных случайных величин.
2. Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
3. Независимая повторная выборка и ее распределение. Достаточные статистики. Критерий факторизации.
4. Общая линейная модель наблюдений. Оценка параметров модели методами наименьших квадратов и максимального правдоподобия.

#### **5. Численные методы**

1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Условия сходимости, управление релаксацией, ускорение сходимости.
2. Одношаговые и многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений.
4. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Связь между этими понятиями.

#### **6. Информатика**

1. Динамические типы данных. Тип ссылки. Создание динамических переменных. Процедуры просмотра списка, добавление, исключение элемента из списка; объединение списков, копирование списка, уничтожение списка.
2. Рекурсивные процедуры. Реализация рекурсивных вызовов. Сравнение рекурсии с итерацией.
3. Сортировка. Различные типы сортировок. Алгоритмы сортировок и их сравнительных анализ.
4. Понятие сложности алгоритмов. Алгоритмы полиномиальной сложности. NP-сложные задачи, примеры.
5. Языки программирования высокого уровня, их сравнительные характеристики. Трансляторы (компиляторы и интерпретаторы).

#### **7. Математическое моделирование**

1. Задачи математического моделирования.
2. Этапы математического моделирования.

#### **Основная литература**

1. Трусов П.В. Введение в математическое моделирование. Пермь: изд-во ПНИПУ. 2005. 440 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: в 2-х ч. Часть II: учебник для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 463 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: в 2-х ч. Часть I: учебник для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 646 с.
4. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 223 с.

5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов/А.Г.Курош. М.: Лань, 2006, изд. 15-е, стер. 432 с.
6. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / П.С. Александров. СПб: Лань, 2009, 2-е изд., стер. 512 с.
7. Королев Л.Н., Миков А.И. Информатика. Введение в компьютерные науки: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2003. 341 с.
8. Борисенко В.В. Основы программирования:[учеб. пособие] / Интернет ун-т информ. технол.; МГУ им. М.В.Ломоносова. М.: Интернет-Университет информационных технологий, 2005. 328 с.
9. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1984.
10. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
11. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.

#### **Дополнительная литература**

1. Половицкий Я.Д. Алгебра: учебное пособие Ч.1. Перм. гос. ун-т. Пермь, 2007. 138 с.
2. Крупский В.Н., Плиско В.Е. Теория алгоритмов: учебное пособие для вузов. М.: Академия, 2009. 208 с.
3. Ахо Альфред В., Хопкрофт Джон Э., Ульман Джеффри Д. Структуры данных и алгоритмы. М.; СПб.; Киев: Вильямс, 2001. 384 с.
4. Пирумов У.Г. Численные методы. Учебное пособие для студ. втузов, 3-е изд., испр. М.: Дрофа, 2004. 224 с.

*Составитель программы: профессор С.В. Русаков.*

*Программа одобрена Ученым советом механико-математического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета.*