## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

# ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

### МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

#### ПРОГРАММА

вступительного экзамена по специальной дисциплине, соответствующей научной специальности аспирантуры

1.1.8. МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Поступающие в аспирантуру механико-математического факультета на научную специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела сдают вступительное испытание в устной форме по специальной дисциплине, соответствующей профилю программы аспирантуры.

Экзамен проводится по билетам, включающим два теоретических вопроса из разных разделов предложенной программы и третий вопрос — развернутое сообщение по теме планируемого или проводимого в настоящее время научного исследования. В основу ответа на третий вопрос могут быть положены публикации поступающего в аспирантуру; выпускная квалификационная работа, выполненная на предыдущем уровне обучения; иные исследовательские работы или подготовленный реферат.

Каждый вопрос оценивается по пятибалльной системе.

## Общие вопросы

Механические и физические свойства твердых, жидких и газообразных сред. Гипотеза сплошной среды. Понятие о напряжениях, деформациях, перемещениях. Напряженное и деформирование состояния частицы тела. Лагранжев и Эйлеров способы описания движения и деформирование сплошной среды. Индивидуальная (полная) и местная производные по времени скалярных и векторных функций.

Элементы тензорного и векторного анализа. Ранг тензора. Скаляры, векторы, диады. Преобразование координат. Преобразования компонент тензора. Ковариантные и контравариантные компоненты тензора. Единичный тензор, метрическая матрица. Скалярное произведение тензора второго ранга и вектора (свертка тензора и вектора). Симметричный тензор. Главные значения и главные направления симметричного тензора второго ранга. Характеристическое уравнение тензора и его инварианты. Тензорное поле и дифференцирование тензора по скалярному аргументу. Дивергенция тензора.

Основные механические свойства материалов (упругость, вязкость, пластичность), их поведение при деформировании и разрушении. Диаграммы деформирования и их характерные участки. Влияние скорости деформирования и траектории нагружения на диаграммы деформирования материала.

#### Теория напряженного состояния

Вектор напряжений на произвольной площадке. Разложение вектора напряжений по осям ортогональной системы координат (формула Коши). Закон парности касательных напряжений и симметрия тензора напряжений. Преобразование компонент тензора напряжений при ортогональном преобразовании координат. Главные оси и главные напряжения тензора. Характеристическое уравнение для определения главных напряжений. Инварианты тензора напряжений. Главные касательные напряжения. Геометрическая

интерпретация тензора напряжений (круг Мора). Параметр вида напряженного состояния Надаи-Лоде. Девиатор тензора напряжений и шаровой тензор, их инварианты. Интенсивность напряжений. Направляющий тензор. Простое и сложное нагружение. Напряжения на октаэдрических площадках.

## Теория деформированного состояния

Вектор перемещения. Относительное удлинение и деформация сдвига. Главные оси и главные деформации. Характеристическое уравнение для определения главных деформаций. Главные сдвиги. Параметр вида деформированного состояния Надаи-Лоде. Процессы сложного и простого деформирования. Девиатор тензора и шаровой тензор малых деформаций. Направляющий тензор деформаций. Уравнения совместности деформаций. Тензор поворота. Тензор скоростей деформаций. Представление компонент тензоров деформаций в криволинейных координатах.

#### Физические законы и постановки задач МДТТ

Уравнение движения. Компоненты дивергенции тензора напряжений в декартовых координатах. Граничные и начальные условия. Компоненты уравнения движения в криволинейных координатах (цилиндрических, сферических). Законы сохранения массы и механической энергии. Постулат макроскопической определимости. Законы термодинамики. Замкнутые системы уравнений МДТТ

#### Теория упругости

Термодинамика упругого деформирования. Упругий потенциал и дополнительная работа. Связи между напряжениями и деформациями для изотропной и анизотропной среды. Симметрия матрицы упругих постоянных. Частные виды упругой анизотропии. Формула Бетти. Потенциальная энергия деформации и дополнительная работа линейно-упругого тела. Связи между напряжениями и деформациями при изменении температуры для изотропного тела. Основные уравнения теории упругости. Общая постановка задачи. Постановка задачи в напряжениях. Постановка задачи теории упругости в перемещениях. Дифференциальные уравнения равновесия и движения Ламе. Принцип смягчения граничных условий Сен-Венана. Пространственные задачи теории упругости. Задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы на полупространство. Задача Герца о сжатии упругих тел. Задача о вдавливании осесимметричного штампа. Полуобратный метод Сен-Венана. Вариационные принципы теории упругости, основные функционалы. Вариационный принцип Лагранжа. Вариационный принцип Кастилиано. Вариационный принцип Рейсснера. Вариационные методы решения задач теории упругости Ритца, Лагранжа, Бубнова-Галеркина. Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Основные уравнения в декартовых и полярных координатах. Метод решения плоских задач в напряжениях. Бигармоническое уравнение и граничные условия для функции напряжений Эри. Частные решения плоских задач в декартовых и полярных координатах.

Упругие пластины. Основные гипотезы. Перемещения, деформации и напряжения в прямоугольных пластинах. Усилия и моменты. Дифференциальные уравнения равновесия прямоугольных пластин. Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластины при действии поперечных и продольных сил. Граничные условия. Частный случай поперечного изгиба. Осесимметричный изгиб круглых пластин. Упругие оболочки. Основные понятия и гипотезы. Элементы дифференциальной геометрии срединной поверхности оболочки. Деформации, напряжения, усилия и моменты в оболочках. Дифференциальные уравнения равновесия. Безмоментная теория оболочек вращения. Основы теории пологих оболочек. Гибкие оболочки. Применение вариационных и численных методов к расчету оболочек.

## Теория пластичности

Условия пластичности Сен-Венана и Мизеса и их экспериментальная проверка. Опыты Бриджмена по деформации тел в области высоких давлений. Идеализация диаграмм деформирования и нагружения. Установления закона упрочнения материалов при простом нагружении. Гипотеза квазиизотропии пластического материала. Опыты по установлению закономерностей пластического деформирования материалов при простом и сложном нагружении. Теории пластического течения, частные варианты теории. Ассоциированный закон пластического течения Мизеса. Теория течения с трансляционным и изотропным упрочнением. Постулаты пластичности Драккера и Ильюшина. Законы пластического упрочнения, теория малых упругопластических деформации Ильюшина. Теоремы теории упругопластических деформаций (о простом нагружении, о единственности решения). Метод упругих решений (метод переменных параметров метод дополнительных деформации). Решение простых задач теории упругопластического деформирования. Упругопластический изгиб балки. Деформирование трубы и полой сферы под действием внутреннего давления. Осадка цилиндра. Остаточные напряжения. Способы определения остаточных напряжений.

## Теория вязкоупругости и ползучести

Линейная теория вязкоупругих материалов. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Свойства ползучести и релаксации, их опытное изучение. Теория наследственности Больцмана-Вольтерра. Интегральная форма связи между напряжениями и деформациями. Ядра ползучести и релаксации. Определяющие соотношения в случае сложного напряженного состояния. Деформирование вязкоупругих материалов в температурных полях. Температурно-временная аналогия.

## Механика разрушения

Вязкое и хрупкое разрушение. Феноменологическая теория прочности. Предельные поверхности разрушения изотропных и анизотропных сред. Механизмы вязкого и хрупкого разрушений. Поля и концентрация напряжений и деформаций в окрестности кончика трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений. Критический коэффициент интенсивности.

#### Литература

# Основная литература

- 1. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987.
  - 2. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979.
- 3. Емельянов В.Н. Механика сплошной среды: теория напряжений и основные модели: учебное пособие для академического бакалавриата. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2019.
  - 4. Ильюшин А.А. Пластичность. М., 1998.
- 5. Ильюшин А.А. Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970.
  - 6. Ильюшин А.А. Ленский В.С. Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1959.
  - 7. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
  - 8. Келлер И.Э. Тензорное исчисление. С-Пб.: Лань, 2012.
- 9. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1986.
- 10. Морозов Е.М., Партон В.З. Механика упруго пластического разрушения. М.: Наука, 1985.
  - 11. Новожилов В.В. Теория упругости. 2-е изд. С-Пб.: Политехника, 2020.

- 12. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1974.
- 13. Пестренин В.М., Пестренина И.В. Механика композитных материалов и элементов конструкций: учеб. пособие для вузов. Пермь, 2005.
  - 14. Седов Л.И., Механика Сплошной среды, том 1, М.: Наука, 1970.
  - 15. Седов Л.И., Механика Сплошной среды, том 2, М.: Наука, 1970.
  - 16. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979.

## Дополнительная литература

- 1. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977
- 2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.
  - 3. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судостроение, 1962.
  - 4. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1980.
- 5. Прагер В., Ходж Ф.Г. Теория идеально-пластических тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1956.
  - 6. Работнов Ю.Н. Механика деформированного твердого тела. М.: Наука, 1979.
  - 7. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969.

Составитель программы: доцент В.Н. Терпугов.

Программа одобрена Ученым советом механико-математического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета