

Яков Давидович Половицкий (к 80-летию со дня рождения)

З. И. Андреева, Е. А. Скачкова, В. И. Яковлев

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15
6(342) 2 396 345



*К юбилею заслуженного преподавателя,
профессора Пермского государственного
национального исследовательского университета,
кандидата физико-математических наук
Якова Давидовича Половицкого.
Приводится краткая биография
профессора Я.Д. Половицкого и сведения о его
научной и учебно-методической деятельности*

Яков Давидович Половицкий родился 24 декабря 1935 г. в г. Орша Витебской области БССР.

Его отец, Давид Гильев Половицкий (1894–1977) рано начал свою трудовую деятельность. По семейным обстоятельствам Давид Гильев окончил всего 3 класса школы и с 14-летнего возраста работал часовым мастером (более 55 лет). Мать – Мария Юрьевна Сорочкина (1897–1980) получила хорошее по тем временам образование – окончила гимназию. Мария Юрьевна трудилась на должности кассира; в военное время выполняла различную надомную работу, затем была домохозяйкой.

В самом начале Великой Отечественной войны семья Половицких была эвакуирована в молочно-овощной совхоз под Магнитогорском. В 1942 г. они переехали в г.Троицк Челябинской области. Там, в 1943 г. Яков Давидович пошел в первый класс Троицкой средней мужской школы № 3. Математика ему нравилась всегда, но никаких соревнований или олимпиад в те годы в школах не проводили. Они

официально стали проводиться, начиная с 1967 г. Но в олимпиаде по химии Яков Давидович участвовал и даже изготовил прибор – озонатор.

В 1953 г. Яков Давидович окончил школу с золотой медалью и подал заявление на механико-математический факультет Уральского государственного университета (г. Свердловск). К счастью ему ответили, что мест для медалистов уже нет. Так как отца его друга, Геры Батракова, перевели на работу в город Молотов (ныне г. Пермь), то Яша вместе с Герой поступили на физико-математический факультет Молотовского государственного университета (Яша – на математическое отделение, а Гера – на физическое). Как говорил потом Яков Давидович, он не задумывался о том, кем он будет после окончания университета – "просто хотелось заниматься математикой".

Яков Давидович с огромным трепетом вспоминает годы своей учебы в университете: "У нас была очень дружная и нацеленная на учёбу группа. Во многом этому способствовала и ежегодная (кажется, только кроме 5 курса)

работа на картошке. По инициативе нашего "большого человека" Юры Родина мы регулярно собирались для того, чтобы разбирать лекции по математическому анализу: кто-либо рассказывал, и всё непонятное разбирали вместе. И, конечно, душой нашей группы была замечательная Юлия Моисеевна Розенфельд, бессменный наш куратор. Что только она не придумывала! Даже организовывала прослушивание классики у себя дома. Часто ходили на симфонические концерты, выступления пианистов. И были интереснейшие кураторские часы!"

В годы учебы Якова Давидовича в университете существовали три крупных математических школы. Одна из них – алгебраическая школа замечательного ученого и педагога, известного советского алгебраиста профессора Сергея Николаевича Черникова. В дальнейшем он стал членом-корреспондентом АН УССР. Яков Давидович был одним из его учеников. Он так вспоминает о своем учителе: "Сергей Николаевич читал нам курс алгебры. О его лекциях можно говорить только в превосходной степени: неторопливые, основательные, математически безупречные. Часто он сопровождал теорию решением примеров, но при этом ухитрялся рассказать на лекции довольно много. Мои конспекты его лекций по алгебре хранятся у меня до сих пор. По моему мнению, одним из важнейших научных достоинств Сергея Николаевича являлось умение придумывать новые понятия и формулировать новые темы для исследований. Как правило, эти темы касались изучения групп с определёнными ограничениями для подгрупп и отлично поддавались изучению".

На третьем курсе Якову Давидовичу необходимо было выбрать одну из трех специализаций, существовавших в то время: "Алгебра", "Математический анализ" или "Теория функций". Конечно же, Яков Давидович, впечатленный лекциями Сергея Николаевича, выбирает алгебру. Спецкурсы по теории групп группе "алгебраистов" читал свердловский ученик С.Н. Черникова Михаил Иванович Каргаполов (в дальнейшем – член-корреспондент АН СССР). Делал он это увлеченно, с любовью к предмету. Иногда на ходу придумывал новые доказательства. Яков Давидович вспоминает, что как-то долго доказывая большую теорему, на завершающем этапе Михаил Иванович сказал, что доказательства не получилось и вернулся к нему на следующей лекции. Уже там Яков Давидович

получил некоторое представление о том, как непросто проводятся научные исследования. Основной научной школой были спецсеминары, которые проводил в течение нескольких лет Сергей Николаевич. На них студенты постоянно решали теоретические задачи, а Сергей Николаевич очень умно направлял их. Иногда для проведения спецсеминаров С.Н. Черников приглашал М.И. Каргаполова (уже кандидата наук) или своего талантливого пермского ученика Ивана Ивановича Ерёмину (в дальнейшем – академик РАН). И хотя алгебраистов на курсе Якова Давидовича было немного (10–12 человек), в результате поставленного таким образом обучения Юра Горчаков и Володя Шунков стали докторами, а Галя Маланьина, Игорь Абрамовский и Яша Половицкий – кандидатами физико-математических наук.

Кроме С. Н. Черникова на талантливого студента Я. Половицкого обратил внимание руководитель другой университетской математической школы Л.И. Волковыский, предложив ему заняться теорией функций действительного переменного. Но теория групп стала к тому времени любимым занятием Якова Давидовича и он не захотел ей изменять.

В 1958 г. Яков Давидович окончил математическое отделение физико-математического факультета, получив диплом с отличием. Ему была присвоена квалификация "Математик. Учитель математики средней школы". Сергей Николаевич оставил трех выпускников этого года в своей аспирантуре. Это были Я. Половицкий, Г. Маланьина и Ю. Горчаков. Для подготовки к вступительному экзамену по специальности в аспирантуру он предложил им список из 10–15 журнальных статей по теории групп, которые они должны были изучить.



Студенческие годы. Слева направо: Ю. Горчаков, Я. Половицкий

Тема кандидатской диссертации Якова Давидовича, которую ему предложил С.Н. Черников, не была связана с темой его дипломной работы, нужно было изучать группы с одним из обобщений условия минимальности для подгрупп, которое придумал Сергей Николаевич – условием π -минимальности. Яков Давидович регулярно сообщал ему о том, что удалось придумать, написанные тексты он тщательно проверял, корректировал, перечёркивал и т.д. Яков Давидович говорит, что очень помогало ему участие в алгебраическом семинаре С.Н. Черникова, в работе которого принимали участие М.И. Каргаполов, И.И. Ерёмин, сотрудники кафедры высшей алгебры и геометрии, аспиранты Сергея Николаевича. Уровень докладов и обсуждений на этом семинаре был необычайно высоким. Там часто докладывались новые результаты участников семинара. Один раз, когда Яков Давидович рассказывал о своих результатах в изучении групп с условием r -минимальности, И.И. Ерёмин сказал: "А попробуйте рассмотреть условие r -минимальности для всех простых r ". Яков Давидович занялся изучением таких групп, и в результате удалось описать достаточно широкий класс групп в кандидатской диссертации, которую он защитил в Казанском университете в 1962 г. Так в диссертации появились слойно экстремальные группы. Понятие экстремальной группы – одно из фундаментальных понятий, введённых С.Н. Черниковым. Как в дальнейшем оказалось, это в точности локально конечные группы с условием минимальности для подгрупп (С.Н. Черников, В.П. Шунков). В 1959 г. в книге "Математика в СССР за 40 лет (1917–1957)" в обзорной статье "Общая алгебра" профессора А.Г. Куроша и свердловского ученика С.Н. Черникова академика В.М. Глушкова экстремальные группы получили название "групп Черникова". В дальнейшем название черниковские группы закрепилось в мировой алгебраической литературе. Поэтому слойно экстремальные группы стали группами с черниковскими слоями. Это – расширение широко известного класса слойно конечных групп, введенного и изученного ранее С.Н. Черниковым.

В кандидатской диссертации Я.Д. Половицкого на изучаемые группы накладывались и некоторые дополнительные ограничения. Через много лет эти ограничения существенно ослабили Н.С. Черников (для групп с условием π -минимальности) и В.П. Шунков

(для групп с условием примарной минимальности).

Сергей Николаевич сам находил для своих аспирантов оппонентов и ученых, дающих внешний отзыв. Оппонентами Якова Давидовича были профессор П.Г. Конторович (в те годы – глава Свердловской алгебраической школы) и профессор В.В. Морозов из Казанского университета, а внешний отзыв дал заведующий кафедрой высшей алгебры и геометрии Московского университета А.Г. Курош – автор единственной в то время русскоязычной монографии "Теория групп", один из ведущих советских алгебраистов.

Задолго до окончания Яковым Давидовичем аспирантуры Сергей Николаевич начал переговоры с единственным в то время академиком-алгебраистом А.И. Мальцевым о направлении его после аспирантуры на кафедру в Ивановский пединститут. Но в 1960 г. А.И. Мальцев переехал в Новосибирск в только что открытый Сибирский филиал АН СССР, и С.Н. Черников продолжил переговоры с его преемником в Иваново профессором Д.М. Смирновым. Но этим планам не суждено было сбыться. А.И. Мальцев пригласил в Новосибирск М.И. Каргаполова (1960), а самого Сергея Николаевича в 1961 г. пригласили заведовать отделом алгебры в Свердловске в только что открытом филиале Математического института им. Стеклова АН СССР. С.Н. Черников пригласил на работу в свой отдел И.И. Ерёмину, и в марте 1961 г. после отъезда Ивана Ивановича Якова Давидовича за полгода до окончания срока аспирантуры приняли на работу ассистентом кафедры высшей алгебры и геометрии Пермского университета. Так, в 1960–1961 гг. создание крупных академических центров в Свердловске и Новосибирске лишило Пермский университет ведущих ученых-алгебраистов.

В 1962 г. в Казанском университете Яков Давидович защитил диссертацию на тему "Группы с условием примарной минимальности"; ему была присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук. В 1966 г. получил учёное звание доцента по кафедре высшей алгебры и геометрии.

Яков Давидович очень активно занимался и занимается научной работой. Он ведет исследования в области одного из важнейших разделов современной алгебры – теории групп по теме "Группы с ограничениями для подгрупп". Анализируя некоторые ре-

зультаты своей кандидатской диссертации, Яков Давидович пришел в 1964 г. к достаточно естественному обобщению понятия конечного индекса – понятие Σ -индекса. В связи с этим возникло два новых направления в теории групп – изучение групп с Σ -классами сопряженных элементов и групп со свойством Дицмана. Яков Давидович рассмотрел группы с черниковскими классами сопряженных элементов. Изучению этих групп и других групп в указанных выше двух направлениях посвящены многие работы алгебраистов ряда стран и ряд его работ. Истории возникновения указанных направлений и обзору основных результатов, полученных в них учёными-алгебраистами, посвящена статья Я.Д. Половицкого "О возникновении и развитии одного из направлений теории групп – изучение групп с Σ -классами сопряженных элементов" (Вестник Пермского университета, вып. 4(4), 2006).

Я.Д. Половицкий в статьях "Слойно экстремальные группы" (1960 г., ДАН СССР), "О локально экстремальных и слойно экстремальных группах" (1962 г., "Математический сборник") и "Группы с экстремальными классами сопряженных элементов" (1964 г., Сибирский математический журнал) ввел три новых класса групп (указанных в заглавиях статей). Изложению полученных им здесь результатов посвящено несколько параграфов монографии одного из ведущих алгебраистов мира Д.Робинсона "Условия конечности и обобщенно разрешимые группы", ч.1 (изд-во Шпрингер, 1972).

Внимание алгебраистов привлекли и некоторые другие понятия, введенные Я.Д. Половицким, в частности локально бесконечные группы и условие слойной минимальности. Ряд научных результатов Я.Д. Половицкого приведен в монографиях А.Г. Куроша "Теория групп", Д. Робинсона "Курс теории групп", С.Н. Черникова "Группы с заданными свойствами системы подгрупп", В.И. Сенашева "Слойно конечные группы".

В дальнейшем Яков Давидович отошел от своей прежней тематики и уже более 20 лет занимается в основном изучением конечных групп с различными условиями инцидентности. Умение вводить новые понятия и новые классы групп является особенностью научной деятельности Я.Д. Половицкого. Как говорит сам Яков Давидович: "Мне интересно придумывать различные условия и описывать определяемые ими классы групп".

Яков Давидович за более чем 50-летний период своей научной деятельности выступал с докладами на международной конференции "Бесконечные группы" в Равелло (Италия, 1994), IV Всесоюзном математическом съезде (Ленинград), Всесоюзных алгебраических конференциях и коллоквиумах в Москве, Риге, Минске, Сумах (Украина), Киеве, Гомеле, Свердловске, Новосибирске, Перми. Им опубликовано 130 печатных работ, из которых 75 научных статей, 33 статьи по истории физико-математических наук.

В ноябре 1997 г. по инициативе Я.Д. Половицкого в Перми была проведена (совместно с институтом математики и механики УРО РАН, г. Екатеринбург) международная конференция по теории групп, посвященная памяти С.Н. Черникова. Яков Давидович был заместителем председателя ее оргкомитета. Из 36 участников конференции, приехавших из 18 городов России, Украины и Белоруссии, более половины являлись докторами наук.

Яков Давидович начал свою работу в Пермском университете в 1961 г. и с тех пор (около 54 лет) университет является единственным местом его работы. Правда, название кафедры, на которой он работал, иногда менялось: кафедра высшей алгебры и геометрии, кафедра алгебры и математической логики, кафедрой дискретной математики и информатики. В 2013 г. кафедра соединилась с кафедрой математического анализа и объединенная кафедра в настоящее время называется кафедрой фундаментальной математики.

Яков Давидович начал работу ассистентом и прошел непростой путь от ассистента до профессора. С 1990 по 2002 гг. он был заведующим кафедрой высшей алгебры и геометрии. Не секрет, что о кафедре часто судят по заведующему. В этот трудный период перестройки всей страны, системы образования, значительных перемен внутри университета кафедра продолжала успешно работать. Это было свидетельством высокого авторитета и богатого жизненного опыта заведующего кафедрой, его организаторского таланта и добросовестного отношения к служебным обязанностям.

Яков Давидович читал курсы фундаментальной алгебры и линейной алгебры студентам всех специальностей и направлений механико-математического факультета. Студентам-математикам он читал курсы общей

алгебры, теории Галуа, спецкурсы по различным разделам теории групп.



Международная конференция "Бесконечные группы", г. Равелло, Италия, 1994 г. *Справа налево*: Я.Д. Половицкий, профессора Л.А. Курдаченко (г. Днепропетровск), Л.С. Казарин (г. Ярославль), В.Н. Образцов (г. Коломна)

Его лекции отличались высоким научно-методическим уровнем, четкостью, логикой, доступностью для понимания студентов. По результатам всех анкетирований, проводившихся в ПГУ в 1980-е гг., Яков Давидович получил один из высших баллов на мехмате – более 8 из 9. Кроме того, Яков Давидович ежегодно является руководителем курсовых, выпускных работ и магистерских диссертаций. Темы предлагаемых им работ всегда носят исследовательский характер. Из студентов, начавших научные исследования по теории групп под его руководством, стали докторами физико-математических наук Д.И. Зайцев и Л.С. Казарин.

Яков Давидович – прекрасный педагог и ведет большую методическую работу. Под его руководством изданы методические и учебные пособия по всем курсам, которые ему приходилось читать (4 методических пособия и 18 методических материалов и статей). Большое внимание он уделяет сохранению на кафедре тех традиций, которые были заложены С.Н. Черниковым. Вот как об этом говорит сам Яков Давидович: "В моем становлении как педагога и учёного определяющую роль сыграл мой учитель Сергей Николаевич Черников. Годы его работы в Пермском университете были годами расцвета математики на физико-математическом факультете. Я постарался приложить максимально возможные усилия, чтобы память о Сергее Николаевиче навечно сохранилась в нашем университете". В 2010 г. во втором корпусе, где работал С.Н. Черников, была открыта мемориальная доска в его честь, а в 2012 г., в год столетия со дня его рождения, рядом с ней открыта аудитория имени профессора Сергея Николаевича Черникова. В этом же году в Екатеринбурге УрО

РАН была издана книга "Алгебра и линейные пространства. К 100-летию со дня рождения Сергея Николаевича Черникова". Идея издания книги появилась у Якова Давидовича после выхода книги о Е.Г. Гонине в Пермском пединституте, ее поддержал заведующий отделом алгебры и топологии Института математики и механики УрО РАН А.А. Махнёв, организовавший издание книги, и сын Сергея Николаевича, профессор Н.С. Черников, написавший большой научный обзор о киевском периоде деятельности Сергея Николаевича. Материал для этой книги подготовили коллеги из трех городов, в которых работал С.Н. Черников: Екатеринбург, Пермь и Киев.



Я.Д. Половицкий на открытии аудитории им. профессора С.Н. Черникова, 2012 г.

Яков Давидович – человек большой внутренней культуры. Он всегда корректен, доброжелателен, откликается на любую просьбу преподавателей и студентов, никогда ничего не забывает. Все студенты и магистры, учившиеся у Якова Давидовича, отмечают его отеческую заботу, его внимание, доброту, мягкость, теплое отношение. Он всегда был и является образцом для подражания, заражал и заражает своих студентов любовью и творческим отношением к математическим наукам, к преподавательскому труду, всегда разумно требователен и доброжелателен. Поражает работоспособность Якова Давидовича: чтение лекций, подготовка к ним, занятия наукой, подготовка различных материалов для лицензирования, подбор и редактирование изданий к юбилеям факультета и университета – все это требует немало времени. К тому же Яков Давидович обладает чувством юмора, поэтому всегда интересно беседовать с ним, слушать его лекции и доклады.

Более 30 лет Я.Д. Половицкий был председателем методической комиссии меха-

нико-математического факультета и членом методического совета ПГУ. Являясь одним из опытных преподавателей, неоднократно руководил разработкой и переработкой учебных планов направления "Математика. Прикладная математика" и специальности "Математика", особенно при переходе на систему бакалавриат–магистратура.

В течение ряда лет Яков Давидович был членом месткома ПГУ, членом комиссии при совете ректоров г. Перми, председателем профсоюзного бюро механико-математического факультета, куратором нескольких студенческих групп. Более 20 лет был членом ученого совета механико-математического факультета. Как член ученого совета Яков Давидович всегда активно участвовал в обсуждении всех факультетских проблем, был инициатором многих начинаний и всегда твердо отстаивал свою точку зрения.

Яков Давидович неоднократно поощрялся за научную и методическую работу. В 1989 г. он был награжден медалью "Ветеран труда", в 1991 г. – нагрудным знаком государственного комитета по народному образованию СССР "За отличные успехи в работе". В 2002 г. указом Президента Российской Федерации ему было присвоено звание "Заслуженный работник высшей школы Российской Федерации". В 2005 г. он был награжден почетной грамотой Министерства образования Российской Федерации.

На глазах Якова Давидовича прошла вся история механико-математического факультета, большинство нынешних преподавателей мехмата изучали алгебру под руководством Я.Д. Половицкого. Он человек похорошему несовременный. Его не интересует чиновничья суэта реформаторов образования (хотя он в курсе событий), он старается не замечать их неуважительное отношение, не сетует на низкие зарплаты и высокие нагрузки. Он занят любимым делом.

Так случилось, что с началом нового века круг научных интересов Я.Д. расширился. Он увлекся историей университета и нашего факультета. Возможно, что толчком к этому послужили юбилейные мероприятия университета, факультета, во время подготовки к которым выяснилось, что мы плохо знаем наших предшественников (преподавателей, выпускников) по факультету, историю развития кафедр.

А будущее, как известно, закладывается творцами прошлого. Поэтому он был активным членом "Общества выпускников мехмата", одним из организаторов и активных участников "Исторического клуба мехмата", инициатором и активным участником издания книг "Мехмат. Биографический справочник" (2010, главный редактор), "Наш мехмат" (2010), "Мехмат сегодня. Mechmath forever" (2010), "Ученые мехмата" (2015, электронное издание). Во всех этих книгах, в факультетском журнале "Вестник Пермского университета. Математика, механика, информатика", в газете "Пермский университет" Яковом Давидовичем были опубликованы замечательные статьи, посвященные истории физико-математического, технического и механико-математического факультетов, истории математических кафедр нашего университета, воспоминаниям о его учителях, коллегах и учениках.

Впервые в истории факультета он составил списки выпускников, аспирантов и преподавателей мехмата, защитивших кандидатские и докторские диссертации. Несомненно, подготовка этих публикаций была бы невозможна без кропотливых историко-научных исследований (поиск книг, статей, документов и архивных материалов, сбор воспоминаний очевидцев и участников далеких событий), и он умело вовлекал в этот процесс студентов, сотрудников факультета, коллег, друзей, выпускников.

Благодаря Якову Давидовичу мы узнали имена знаменитых учёных и замечательных преподавателей, наших предшественников, составляющих славу мехмата (И.А. Глушко, Л.И. Волков, С.Н. Черников, И.И. Еремин, М.И. Каргаполов, С.А. Яновская и другие). По инициативе Я.Д. Половицкого имена некоторым из них были увековечены в виде именных аудиторий, мемориальных досок, студенческих стипендий.

Несмотря на свой возраст, Яков Давидович полон идей и планов, энергичен и трудолюбив.

Сердечно поздравляем Якова Давидовича с 80-летием. От всей души желаем ему крепкого здоровья, новых научных открытий, талантливых учеников и исполнения всех замыслов.

Основные печатные работы

Я.Д. Половицкого

1. Половицкий Я.Д. Слобно экстремальные группы. ДАН. 1960. Т. 134, № 3. С. 533–535.
2. Половицкий Я.Д. О локально экстремальных группах с условием π -минимальности. ДАН, т. 138, № 5. 1961. С. 1022–1024.
3. Половицкий Я.Д. Слобно экстремальные группы. Матем. сб., т. 56, № 1. 1962. С.95–106.
4. Половицкий Я.Д. О локально экстремальных и слобно экстремальных группах. Матем. сб., т. 58, № 2. 1962. С. 685–694.
5. Половицкий Я.Д. О группах с условием π -минимальности для подгрупп // Сибирский математ. журнал, т. 3, № 4. 1962. С. 582–590.
6. Половицкий Я.Д. Одно условие абелевости группы // Ученые записки Пермского ун-та. Т. 22, вып. 2. 1962. С. 41–42.
7. Половицкий Я.Д. Периодические группы с экстремальными классами сопряженных абелевых подгрупп // Известия ВУЗов. Математика. Казань. 1977, № 4. С. 95–101.
8. Половицкий Я.Д. Группы с конечными классами сопряженных бесконечных абелевых подгрупп // Известия ВУЗов. Математика. Казань. 1980, № 10. С. 49–54.
9. Половицкий Я.Д. Локально конечные группы с черниковскими классами сопряженных бесконечных подгрупп // Известия вузов. Математика. Казань. 1988, №11.
10. Половицкий Я.Д. Группы с условием слобной минимальности // Украинский математ. журнал. Т. 44, № 6. 1992. С.847–851.
11. Половицкий Я.Д. Почти локально нормальные группы с черниковскими классами сопряженных элементов // Вопросы теории групп и гомологической алгебры. Ярославль, 2003. С. 220–227.
12. Половицкий Я.Д. Алгебра: учеб. пособие. Пермь, 2007. Ч. 1. 141 с.
13. Половицкий Я.Д. Алгебра: учеб. пособие. Пермь, 2008. Ч. 2. 70 с.
14. Половицкий Я.Д. Группы с условием инцидентности для некоторых видов подгрупп // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2008. Вып. 4. С. 32–36.
15. Половицкий Я.Д. Алгебра: учеб. пособие. Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009. Ч. 3. 78 с.
16. Половицкий Я.Д. Конечные разрешимые группы с циклическими пересечениями максимальных подгрупп // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. Пермь, 2013. Вып. 2(21). С. 22–35.

Список литературы

1. Андреева З.И., Маланьина Г.А. К 70-летию Якова Давидовича Половицкого // Вестник Пермского университета. 2006. Вып. 4(4). С. 186–188.

Yakov Davidovich Polovitskiy (to the 80-years from the birthday)

Z. I. Andreeva, E. A. Skachkova, V. I. Yakovlev

Perm State University, Russia, 614990, Perm, Bukirev st., 15
8 (342) 2 396 345

The brief biography of Ya.D. Polovitskiy and the information on his scientific and schoolmethodical activity are published in this paper.